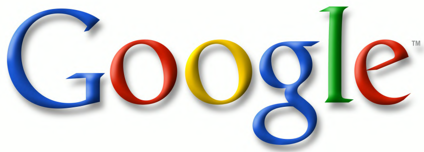
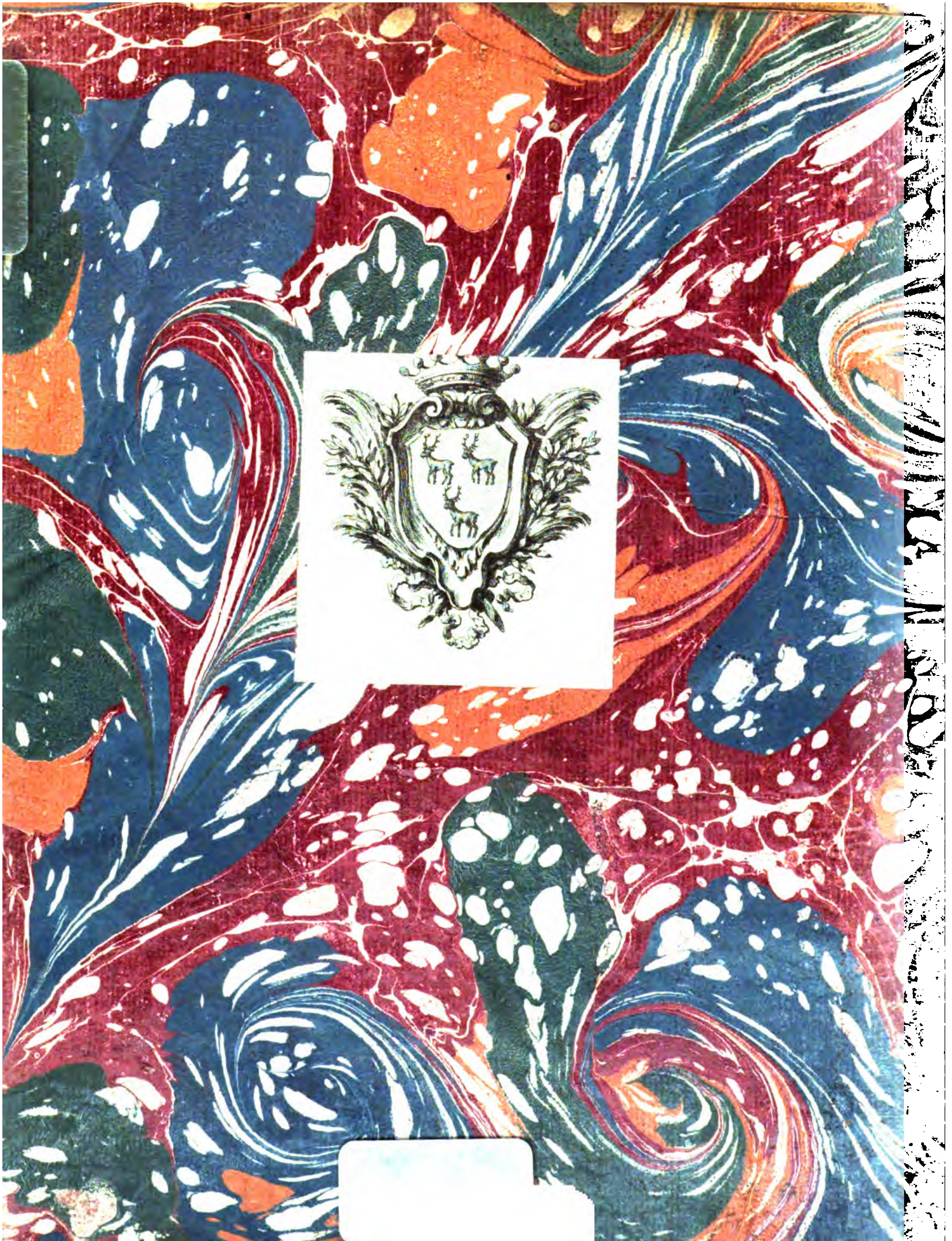
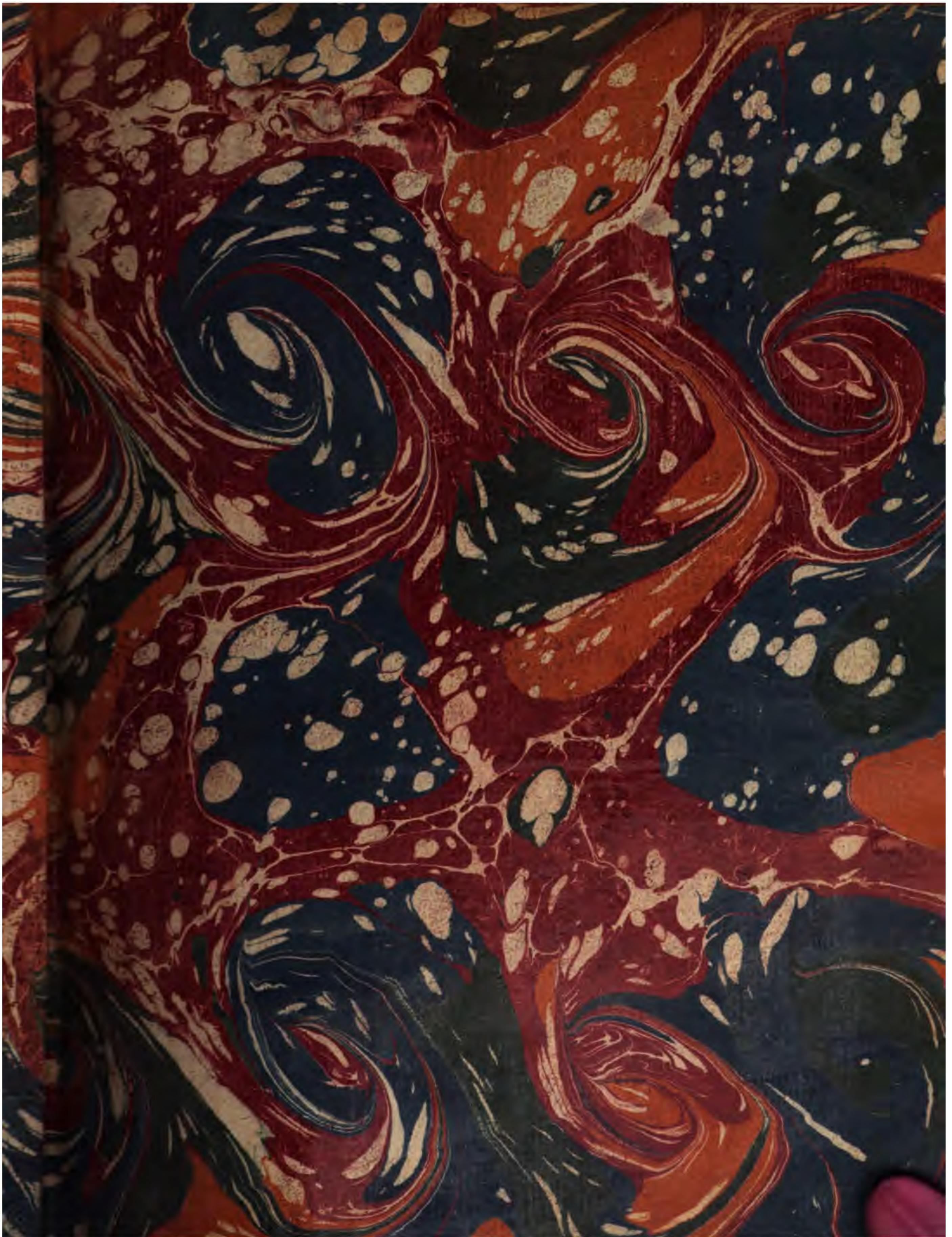

Google











HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXIV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année,

Tirés des Regiſtres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXVII.


BIBLIOTHECA · BODLEIANA ·



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR la comparaison des effets du Tonnerre à ceux de l'Électricité, & sur quelques moyens de se préserver des premiers. Page 1

Sur les degrés de chaleur auxquels les hommes & les animaux sont capables de résister. 16

Sur l'évaporation de l'Eau salée. 25

Observations de Physique générale. 32

ANATOMIE.

Sur la nature des Pierres, ou calculs du corps humain. 47

Sur une Maladie singulière. 54

Sur une Épiplocèle, dont les signes furent d'abord très-équivoques. 57

Sur la situation du grand Trou occipital dans l'Homme & dans les Animaux. 59

Sur les Nains. 62

Observations anatomiques. 71

BOTANIQUE.

Observation botanique. 77

ALGÉBRE.

Sur le degré des Équations résultantes de l'évanouissement des inconnues. 88

GÉOMÉTRIE. 92

ASTRONOMIE.

Sur les Tables du Soleil & sur les Observations de la Lune, publiées par M. l'abbé de la Caille. 100
Sur la parallaxe de la Lune dans la supposition de l'aplatissement de la Terre. 103
Sur les Éclipses sujettes aux parallaxes. 105
Sur le mouvement des nœuds de l'Équateur lunaire. 112
Sur l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, faite à Sélenginsk en Sibérie. 115
Sur l'éclipse de Soleil du 1.er Avril 1764. 116
Observation astronomique. 121

GÉOGRAPHIE.

Sur la comparaison des îles de France & de Bourbon. 150
Sur la Longitude & la Latitude de Pékin. 152
Sur la Longitude de Polling. 156
Sur la comparaison de la Latitude des principales villes du Royaume, déterminées par les Observations, avec celle qui résulte des Triangles. 157

HYDROGRAPHIE. 161

HYDRAULIQUE.

Sur les inondations des eaux de la Seine à Paris. 164

TABLE.

DIOPTRIQUE.

Sur la manière de travailler les objectifs qu'employoit Campani. 169
Sur les Lunettes achromatiques. 175

MÉCANIQUE. 181

Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1764. 182
Éloge de M. le Comte d'Argenson. 187
Éloge de M. le Marquis de Montmirail. 198



TABLE
POUR LES MÉMOIRES.

OBSERVATIONS géographiques sur les îles de France & de Bourbon, comparées l'une avec l'autre. Par M. BUACHE. Page 1

Additions aux calculs de l'éclipse du Soleil du 1.er Avril 1764. Par M. LE MONNIER. 7

Mémoire sur l'évaporation de l'Eau salée. Par M. HALLER. 9

Nouvelles Recherches sur les Verres optiques, pour servir de suite à la Théorie qui en a été donnée dans le Volume III des Opuscules Mathématiques. Premier Mémoire. Par M. D'ALEMBERT. 75

Observations de l'éclipse du Soleil du 1.er Avril 1764. Par M. LE MONNIER. 146

Nouvelles méthodes analytiques pour calculer les éclipses de Soleil, les occultations des Étoiles fixes & des Planètes par la Lune; & en général pour réduire des Observations quelconques de cet Astre, au lieu vu du centre de la Terre. Premier Mémoire. Par M. DU SÉJOUR. 159

Mémoire sur les degrés extraordinaires de chaleur auxquels les Hommes & les Animaux sont capables de résister. Par M. TILLET. 186

Histoire de la Maladie d'une femme, dont les membres sont devenus en peu de temps contrefaits d'une façon singulière. Par M. MORAND le fils. 206

Nouvelles méthodes analytiques pour calculer les éclipses de Soleil, les occultations des Étoiles fixes & des Planètes par la Lune; & en général pour réduire des Observations quelconques de cet

Astre, au lieu vu du centre de la Terre. Second Mémoire. Par M. DU SÉJOUR. 215

Mémoire sur les Objectifs. Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY. 251

Mémoire sur la Longitude & la Latitude de Pékin. Par M. PINGRÉ. 262

Mémoire sur l'éclipse de Soleil du 1.er Avril 1764. Par M. BAILLY. 273

Observations astronomiques, faites à Noslon, maison de plaisance des Archevêques de Sens. Par S. E. M.gr LE CARDINAL DE LUYNES & par M. BAILLY. 277

Observation de l'éclipse de Lune du 17 Mars 1764, & de quelques autres Phénomènes célestes. Par M. PINGRÉ. 284

Recherches sur le degré des Équations résultantes de l'évanouissement des inconnues, & sur les moyens qu'il convient d'employer pour trouver ces Équations. Par M. BEZOUT. 288

Mémoire sur l'Observation du passage de Vénus sur le disque du Soleil, faite à Sélenginsk en Sibérie. Par M. PINGRÉ. 339

Éphémérides de la Comète de 1764. Par M. PINGRÉ. 344

Mémoire sur la Longitude de Polling. Par M. BAILLY. 348

Calcul de l'éclipse du Soleil du 1.er Avril 1764, selon nos Tables corrigées. Par M. CASSINI DE THURY. 351

Observations de Mercure, faite à l'Observatoire Royal au mois de Mai 1764; avec plusieurs Éclipses des Satellites de Jupiter, depuis 1760 jusqu'en 1764. Par M. l'Abbé CHAPPE D'AUTEROCHE. 353

Mémoire sur la Parallaxe de la Lune, dans la supposition de l'aplatissement de la Terre. Par M. PINGRÉ. 362

Recherches sur la nature des Pierres ou Calculs qui se forment dans le corps des Hommes & dans celui des Animaux. Première Partie. Par M. TENON. 374

Réflexions sur les Observations de la Lune, publiées par M. l'abbé de la Caille, dans ses Éphémérides depuis 1765 jusqu'en 1775, & sur les Tables du Soleil qu'il a données en 1758. Par M. Cassini de Thury. 390

Mémoire sur les effets du Tonnerre, comparés à ceux de l'Électricité; avec quelques Considérations sur les moyens de se garantir des premiers. Par M. l'Abbé Nollet. 408

Mémoire sur une Épiplocèle dont les signes furent d'abord fort équivoques. Par M. Tenon. 452

Mémoire sur les inondations de la Seine à Paris. Par M. Deparcieux. 457

Élémens des Comètes de 1763 & de 1764. Par M. Pingré. 487

Réflexions sur les formules que M. Euler a données à l'occasion des Parallaxes. Par M. le Monnier. 489

Comparaison de la latitude des principales Villes du Royaume, déterminée par les Observations astronomiques de M.rs de l'Académie, avec celle qui résulte des triangles. Par M. Cassini de Thury. 490

Troisième Mémoire sur la Minéralogie des environs de Paris, & des Corps marins qui s'y trouvent. Par M. Guettard. 492

Observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1763. Par M. du Hamel. 526

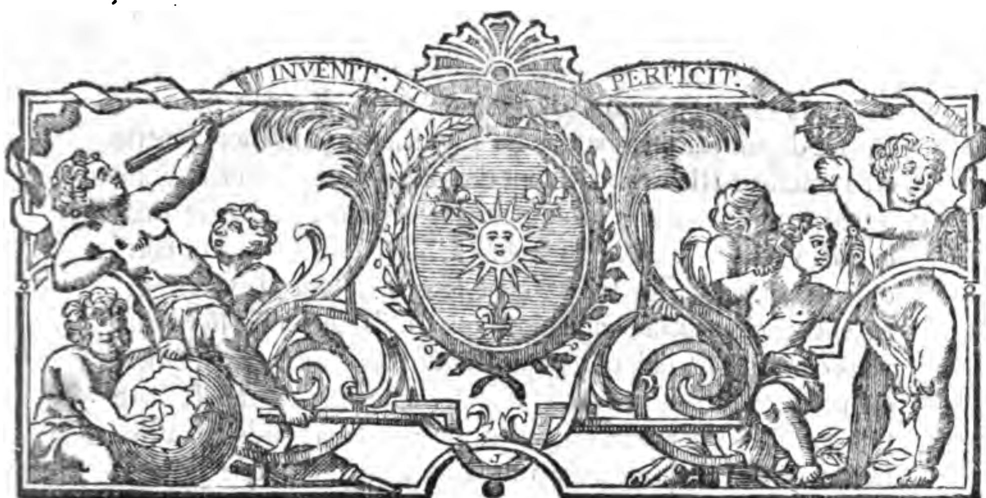
Observations des taches & de la libration de la Lune, pour prouver le mouvement des nœuds de l'Équateur lunaire. Par M. de la Lande. 555

Mémoire sur les différences de la situation du grand trou occipital dans l'Homme & dans les Animaux. Par M. Daubenton. 568

Mémoire sur la manière de cristalliser l'Alkali fixe de tartre. Par M. Montet, de la Société Royale de Montpellier. 576



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.
Année M. DCCLXIV.



PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LA COMPARAISON DES EFFETS DU TONNERRE À CEUX DE L'ÉLECTRICITÉ,
Et sur quelques moyens de se préserver des premiers.

IL est aujourd'hui constant parmi les Physiciens, que le tonnerre n'est qu'une très-grande électricité qui s'excite naturellement dans une partie de l'atmosphère : l'expérience de Marly-la-ville, V. les Mém. p. 408.

répétée depuis par presque tous les Physiciens, & la mort funeste du Professeur Richmann [a], sont des preuves trop convaincantes de ce sentiment pour qu'on puisse le révoquer en doute; mais ce qu'il y a peut-être de plus singulier, c'est que les mêmes faits, qui nous ont affectés si vivement sous la forme d'expérience, n'aient excité aucune attention quand ils se sont offerts aux yeux comme faits isolés, quoique très-surprenans par eux-mêmes; on ne peut cependant leur disputer une ancienneté & une singularité qui auroient dû attirer sur eux les regards des Physiciens. César rapporte, dans ses Commentaires, que pendant la guerre d'Afrique, après un orage affreux arrivé pendant la nuit & qui mit en grand désordre toute l'armée romaine, la pointe des dards de la cinquième légion brilla d'une lumière spontanée: *Quintæ legionis pilorum cacumina suâ sponte arserunt* [b]. Au château de Duino, situé dans le Frioul au bord de la mer Adriatique, il y a de temps immémorial, sur un des bastions de la place, une pique plantée verticalement la pointe en haut; quand le temps menace d'orage, la sentinelle qui monte la garde à cet endroit, présente au fer de cette pique celui d'une hallebarde qu'on laisse toujours là pour cette épreuve, & si le fer de la pique étincelle beaucoup à l'approche de celui de la hallebarde ou qu'il jette par sa pointe une petite gerbe lumineuse, alors il sonne une cloche qui est auprès, pour avertir les gens de la campagne & les pêcheurs qu'ils sont menacés d'orage, & sur cet avis, tout le monde rentre: ces faits, quoiqu'extrêmement curieux par eux-mêmes, n'avoient attiré l'attention de personne & on ne s'est avisé de se les rappeler que lorsque la théorie de l'électricité engagea à dresser en l'air des pointes de fer pour soutirer, s'il m'est permis d'employer ce terme, l'électricité des nuages orageux.

[a] *Voy. Hist. de l'Acad. 1753, page 78.*

[b] *Cæs. Comm. de bello Africo.*

Ces expériences, qui ne diffèrent que du plus au moins de celles que produit l'électricité excitée par un globe frotté, prouvent incontestablement l'identité de l'électricité & du tonnerre, & il en résulte nécessairement trois points importans à éclaircir: le premier, est de déterminer la cause qui peut communiquer à l'air une si forte électricité; & le second, de

rechercher comment une nuée devenue électrique peut produire les singuliers effets qu'on observe dans les orages; & enfin le troisième, seroit d'essayer, s'il étoit possible, de se mettre à couvert de ces terribles effets.

On ne peut guère jusqu'à présent donner sur le premier point que des conjectures assez vagues; on pourroit, par exemple, supposer que la masse de l'air étant mue constamment pendant les orages en deux sens différens, une de ses parties s'électrisât en frottant contre l'autre & communiquât ensuite son électricité aux nuées dont l'air est chargé; il se pourroit même que les exhalaisons inflammables qui s'élèvent & s'amassent dans la même région ou que les vents y accumulent, concourussent à cet effet, soit par le feu électrique qu'elles portent avec elles, soit en faisant avec les vapeurs aqueuses un fluide mixte plus susceptible d'une forte électrisation; mais quoi qu'il en soit, ce ne sont ici que des conjectures, M. l'abbé Nollet ne les donne que pour telles & s'en remet à ce que le temps & les observations pourront fournir pour l'éclaircissement de cette question.

Nous sommes un peu plus éclairés sur le second point: l'identité à présent presqu'universellement reconnue entre le tonnerre & l'électricité, nous met à portée d'expliquer ses plus surprenans effets; il ne faut pour cela que considérer la nuée orageuse comme un très-grand conducteur chargé d'une quantité immense de fluide électrique, & nous retrouverons bientôt très en grand tous les mêmes effets qu'on observe dans les expériences électriques, sur-tout lorsqu'on augmente beaucoup la force de l'électricité.

Quand nous disons que cette comparaison de la nuée orageuse à la barre électrique, peut rendre raison des plus surprenans effets du tonnerre, nous n'entendons parler que de ceux qui sont bien constatés, & non pas du faux merveilleux que les hommes se plaisent à jeter sur les objets qui les ont frappés d'étonnement, & que les auteurs ont souvent copiés les uns d'après les autres, sans se mettre en peine de vérifier les faits; les recherches physiques n'en admettent aujourd'hui que de bien constatés & observés par des gens qui sachent voir

ce qui eſt & ne pas voir ce qui n'eſt pas; reprenons notre comparaiſon.

En conſidérant la nuée orageuſe comme un très-grand conducteur rempli d'une très-grande quantité de matière électrique, on reconnoîtra aiſément que les éclairs qui en ſortent, ſoit par une éruption ſpontanée, ſoit provoqués par l'approche de quelqu'autre nuage, ne ſont autre choſe que les aigrettes que nous voyons briller aux extrémités d'une barre de fer iſolée qu'on électriſe, & ſi on y obſerve quelque différence, elle n'eſt dûe qu'à celle de la nature & de l'étendue des conducteurs; nous allons eſſayer de le faire voir.

Quand le feu électrique ſe meut dans une barre de fer, il ſuit tant qu'il lui eſt poſſible la direction longitudinale des fibres du métal & réunit aux extrémités angulaires de la barre toutes ſes forces pour pénétrer dans l'air qui s'oppoſe à ſon paſſage; il ne doit donc cauſer qu'une lumière foible & un très-petit bruit, parce qu'il en ſort aſſez facilement pour ne s'y pas accumuler: il n'en eſt pas de même de celui qui eſt contenu dans une nuée, il n'y trouve ni pores diſpoſés en long, ni parties anguleuſes par leſquelles il puiſſe s'échapper; il ne doit donc en ſortir que lorſqu'après avoir fait bouillonner la vapeur qui le contient en la traverſant avec rapidité, il ſe trouve aſſez fort pour percer ſon enveloppe; & ſi on fait attention à l'énorme grandeur d'une nuée & à la quantité de feu électrique qu'elle contient, on ne ſera pas ſurpris que cette eſpèce de bouillonnement cauſe un bruit conſidérable, & que l'exploſion, au lieu de former une ſimple aigrette, occaſionne une lumière vive & étendue; de-là les roulemens du tonnerre & la vivacité de l'éclair, qui ne précède le bruit que parce que le mouvement de la lumière eſt preſqu'infiniment plus prompt que celui du ſon.

Veut-on ſe convaincre de ce que nous venons d'avancer par une expérience facile? Qu'au lieu d'électriſer une barre de médiocre groſſeur & qui offre des angles ou des pointes à ſes extrémités, on électriſe par un temps favorable & avec un bon globe de verre une barre beaucoup plus groſſe & terminée

par une pointe fort mousse, on remarquera que cette barre ne donnera plus des aigrettes continues & silentieuses, mais des feux plus serrés & plus brillans qui s'en élancent de temps en temps avec impétuosité & qui font entendre à chaque éruption le même bruit qu'une grosse flamme qui s'allume subitement : peut-on méconnoître dans cette expérience l'identité de ce phénomène & de celui des éclairs & du bruit du tonnerre, si l'on fait surtout attention à l'immense différence de grandeur d'une nuée & de la plus grosse barre qu'il soit possible d'électriser?

Quoique les roulemens du tonnerre ne soient, suivant M. l'abbé Nollet, que le bouillonnement excité dans la nuée par le feu électrique qui la traverse rapidement, il ne prétend pas cependant exclure les échos que peuvent produire les corps terrestres, sur-tout lorsque le bruit se fait au-dessus d'eux. Otho de Guéricke rapporte * qu'étant monté au plus haut sommet du mont Crapath, il y tira un coup de fusil qui, n'ayant fait qu'un bruit très-médiocre à l'endroit où il étoit, fut répété avec un horrible fracas par les échos des montagnes inférieures; il se peut donc faire, & il arrive vraisemblablement souvent, que le bruit du tonnerre est augmenté & ses roulemens prolongés par cette cause, mais il se fait des roulemens de tonnerre dans de vastes plaines & même sur la mer à une très-grande distance des côtes & où on ne peut soupçonner aucun écho de les avoir produits.

* *Ottonis de Guericke, exper. Magdeburgica, l. V, chap. VIII.*

Il arrive quelquefois cependant que le tonnerre éclate par un coup sec & semblable à celui d'une arme à feu; ce sont les coups les plus dangereux; on les entend ordinairement presqu'en même temps qu'on voit l'éclair; alors le feu électrique, animé d'une plus grande activité, perce la nuée sans l'avoir parcourue, & s'élance avec une bien plus grande violence que lorsqu'il produit les roulemens.

Il suit de ce que nous venons de dire, que l'éclair & la foudre ne sont qu'un, & que chaque éclair porteroit son coup si le trait de feu arrivoit jusqu'à la surface de la terre, mais heureusement c'est le cas le plus rare, souvent il prend en sortant de la nuée une direction oblique, souvent il se dissipe

dans le trajet, souvent enfin il ne se rencontre vis-à-vis de lui aucun objet propre à provoquer assez puissamment son éruption.

Nous disons aucun objet, car pour peu qu'on connoisse l'électricité, on sait qu'il y a des corps bien plus propres à tirer les étincelles d'une barre électrique que d'autres; un morceau de métal, par exemple, tirera l'étincelle plus forte & de plus loin qu'un morceau de bois: or l'identité du tonnerre & de l'électricité étant une fois admise, tirer une étincelle d'une barre électrique ou provoquer la foudre contenue dans une nuée orageuse, sont deux effets qui ne diffèrent que du plus au moins, & il doit y avoir des objets terrestres plus propres que d'autres à l'exciter; de ce nombre seront certainement les édifices élevés dont les couvertures sont chargées de plomb; les clochers qui, outre le plomb & le fer de leurs croix, sont remplis de plusieurs milliers de métal, &c. aussi l'expérience apprend-elle que ces objets sont bien plus souvent que d'autres frappés de la foudre, & que tous ces endroits sont des abris mal sûrs en cas d'orage. Il n'arrive que trop souvent qu'un Moissonneur est frappé de la foudre auprès d'un tas de gerbes qui n'en reçoit aucun dommage, & que les chevaux d'une voiture sont tués sans qu'elle éprouve aucun accident, le corps animal étant plus capable d'exciter une étincelle électrique que le bois ou la paille.

Mais indépendamment de ces objets apparens, il en est encore d'autres qui peuvent produire le même effet; un terrain, quoiqu'assez plat, peut contenir des veines métalliques que l'électricité de la nuée saura, pour ainsi dire, sentir; les eaux souterraines à peu de profondeur peuvent encore produire le même effet, &, par une raison contraire, les pins, les sapins & les autres arbres résineux, quoique placés au sommet des montagnes, sont rarement attaqués de la foudre, tandis que les chênes qui sont dans leur voisinage en ressentent souvent les effets.

C'est peut-être encore pour cette même raison que très-souvent le trait de feu de la foudre ne décrit pas une ligne droite, étant déterminé à changer sa route & à aller en zigzag par les

exhalaifons de différente nature & plus ou moins propres à l'attirer qu'il rencontre dans l'air; il peut même arriver que l'objet qui provoque fon éruption ait quelque partie faillante métallique, &c. qui détermine le tonnerre à frapper de côté.

Ce n'eft pas encore tout, on fait que lorfqu'on préfente un corps non électrique à un conducteur électrifé, il part de l'un & de l'autre une efpèce d'aigrette lumineufe, & qu'à mefure que les deux corps s'approchent les rayons des deux aigrettes fe raffemblent & forment enfin un trait de feu très-vif au moment que l'étincelle éclate; la même chofe arrive auffi dans l'électricité du tonnerre, & quelle que foit la promptitude de fon action, des gens dignes de foi ont vu plufieurs fois une lumière affez vive s'élever de la terre, des planchers, &c. & aller au-devant d'un trait de feu partant de la nuée qui éclatoit un inftant après avec un bruit effroyable; il n'eft donc pas étonnant que la foudre éclate, difperfe & jette au loin des maffes énormes de rochers, des arbres, &c. la matière électrique fulminante n'a pas befoin de s'y ouvrir un paffage, elle étoit déjà répandue dans l'intérieur de ces corps & la nuée orageufe n'a fait qu'exciter fon action.

Le feu de l'électricité, quoique fouvent très-vif, n'embrafe pas toujours les corps qu'il touche; l'étincelle peut fondre ou broyer l'argent, le cuivre, &c. & les faire entrer dans les pores du verre, & jamais on n'a pu lui faire allumer immédiatement de l'amadou : dans l'expérience de Leyde, où elle déploie fa plus violente action, quoique la bouteille étincelle de toutes parts & que les tuyaux remplis d'eau, que les perfonnes non ifolées qui reçoivent la commotion tiennent quelquefois à la main pour fe communiquer l'un à l'autre, deviennent lumineux, elle n'a jamais produit aucune apparence d'inflammation, pas même fur le poil ou fur la plume des animaux qui ont été tués par fon action.

La même chofe fe retrouve dans les effets du tonnerre; on l'a vu fouvent fondre du métal & épargner l'enveloppe très-combuftible qui le contenoit, brûler de gros fils de fer fans toucher à des cordes de chanvre qui étoient attachées au bout,

très-ſouvent même les corps ou les animaux qui en ont éprouvé les effets n'offrent aucun veſtige du feu ; on y reconnoît ſeulement, quoique beaucoup plus en grand, les mêmes phénomènes qu'offrent les corps qui ont éprouvé la commotion électrique dans l'expérience de Leyde : eſſayons d'en donner la raiſon.

Toutes les fois qu'un corps non iſolé & non électrique ſe préſente à une certaine diſtance d'un corps iſolé & actuellement électrique, on voit ſortir de l'un & de l'autre une lumière en forme d'aigrette plus ou moins épanouie; ſi les deux corps continuent de s'approcher, les rayons de ces aigrettes deviennent moins divergens, & enfin à une certaine proximité ils ſe raſſemblent en un trait de feu très-vif qui éclate ſubitement, & ſi l'un des deux corps eſt un homme, il reſſent à l'endroit d'où eſt ſorti ce trait de feu une piqûre ou une douleur plus ou moins vive, ſouvent accompagnée d'une marque rouge ſur la peau.

En examinant de près ce qui ſe paſſe dans cette expérience, on reconnoît aiſément que le courant de matière électrique qui s'élance du corps électriſé, eſt rencontré par celui qui va du corps non électrique vers le premier, & que la colliſion ou le choc de ces deux courans produit l'étincelle & le bruit qui l'accompagne; mais il ſe paſſe encore un autre effet dans l'intérieur des deux corps, la matière électrique qui y étoit contenue & qui y couloit paiſiblement, reflue par ce choc & s'anime au point de paroître elle-même lumineuſe; M. l'abbé Nollet s'en eſt convaincu en ſe ſervant de conducteurs auxquels il avoit adapté des œufs crus, & employant pour exciter l'étincelle des inſtrumens qui en étoient auſſi garnis & qu'il tenoit à la main à l'inſtant où l'étincelle éclatoit, les deux œufs ne manquoient pas de devenir lumineux ſi l'expérience ſe faiſoit dans l'obſcurité; la colliſion des deux courans de matière électrique eſt donc ſuffiſante pour animer celle qui eſt contenue dans les deux œufs juſqu'au point de la faire paroître lumineuſe & de cauſer des taches rouges à la peau : n'eſt-il pas plus que vraiſemblable qu'une plus grande quantité de la même matière, animée par la même cauſe, pourroit aller juſqu'à détruire l'organiſation du corps animal & à cauſer la mort!

Mais

Mais ce même effet deviendra encore bien plus fort & plus dangereux, s'il se trouve dans l'intérieur du même corps deux courans très-vifs de matière électrique dirigés en sens contraire, & c'est ce qui s'observe dans l'expérience de Leyde: la main qui soutient la bouteille, reçoit d'elle un courant d'électricité très-fort, tandis que l'autre main qui tire l'étincelle, en reçoit du conducteur un autre précisément dans la direction opposée: il n'est donc pas étonnant que la collision de ces deux courans, & qui se trouvent obligés de refluer sur eux-mêmes, ébranle & mette en un mouvement très-vif toute la matière électrique qui réside dans le corps de celui qui fait l'expérience.

Il est bon de remarquer que dans l'expérience de Leyde, qui représente mieux qu'aucune autre les effets du tonnerre, il n'est nullement nécessaire que le corps qui reçoit la commotion, soit isolé, c'est-à-dire posé sur des matières résineuses ou sur du verre, comme il le faut, pour exciter seulement les attractions & les répulsions des corps légers, & que malgré la commotion, le corps qui l'a reçue donne aucune ou presqu'aucune marque d'électricité.

Les mêmes phénomènes ont lieu, quoique bien plus en grand, dans l'électricité du tonnerre; plusieurs de ceux qui ont été assez heureux pour éprouver son action sans en être tués, assurent qu'ils ont été frappés d'une commotion violente, & leurs récits concourent tous à nous dépeindre la même sensation qu'éprouvent plus en petit ceux qui reçoivent la commotion de l'expérience de Leyde.

Il n'est pas plus étonnant que le tonnerre puisse renverser & même porter assez loin des pans de murailles, des arbres, des rochers, des animaux, &c. lors même qu'il ne les frappe pas directement; en examinant ce phénomène on reconnoît la répulsion des corps légers présentés au conducteur; & si on étoit tenté de trouver une disproportion immense dans les deux effets, il ne faut que considérer la différence immense qui se trouve entre les causes pour reconnoître leur identité, & suivant la comparaison de M. l'abbé Nollet, un seul grain de poudre allumé à l'air libre, ne fulmine pas aussi fort que la charge

d'un canon de vingt-quatre, & cependant il fulmine de la même manière & par la même cause; cette espèce de tourbillon qui déracine & détruit tout ce qui se trouve à son passage, est un torrent de la même matière que celle qui fulmine, mais qui n'a pas rencontré un autre courant opposé de la même matière dont le choc l'ait pu enflammer.

On s'imagineroit peut-être que le contact de la terre, du pavé ou des autres matières qui composent un bâtiment, suffiroit pour dissiper l'électricité lancée par une nuée sur un animal, un homme, ou tout autre objet qui est posé dessus: mais on se tromperoit, & M. l'abbé Nollet s'est assuré en exposant des morceaux de fer posés sur des carreaux, des pierres, des ardoises, &c. au conducteur électrique, que bien loin d'éteindre le feu électrique, le contact de ces corps l'augmente sur-tout s'ils sont mouillés.

De l'idée que le tonnerre n'est que l'effet de l'électricité des nuées orageuses, il semble suivre que les gouttes de pluie qui tombent de ces nuées sont aussi elles-mêmes électriques & doivent paroître lumineuses dans l'obscurité, & ce seroit aussi le cas le plus ordinaire si les gouttes d'eau apportoient toujours jusqu'à terre une dose assez forte d'électricité & qu'il ne tonnât jamais que la nuit; le défaut de ces conditions rend le phénomène plus rare, mais cependant on l'a observé quelquefois; l'histoire de l'Académie * en conserve un exemple bien marqué dans ce qui arriva les 3 & 4 Juin 1731, à l'abbaye de Lessay près Coûtances, où pendant un orage affreux, la pluie parut comme des gouttes de métal fondu & ardent; & qui sait si les prétendues pluies de feu mentionnées dans plusieurs Historiens n'étoient pas de même espèce: on pourroit même en ce cas savoir quelque gré à l'ignorance & à l'amour du merveilleux si naturel aux hommes, de ne les avoir pas plus défigurées, les aurores boréales n'en ont pas été si bien traitées.

* Voy. Hist. de l'Acad. 1731, page 19.

Lorsque le tonnerre frappe un homme ou un animal, & qu'il le tue, on ne trouve souvent aucun vestige du coup; nous en avons dit la raison d'avance; la matière électrique dont le mouvement trop augmenté lui a causé la mort, n'a pas eu besoin

de s'ouvrir un passage pour pénétrer dans son corps, elle y étoit déjà avant l'explosion, mais ce qui peut-être a plus droit de surprendre, c'est qu'il n'arrive presque jamais que les animaux frappés du tonnerre soient démembrés ou déchirés par son action, tandis que les arbres, les rochers, les murailles qu'il attaque sont presque toujours fendus, renversés, démolis, & les débris souvent jetés fort au loin : cette différence tient à l'extrême facilité avec laquelle la matière électrique pénètre le corps animal tant pour y entrer que pour en sortir, qui doit amortir beaucoup son action, au lieu qu'elle l'exerce presque en entier sur les autres matières qui s'opposent à son passage: ce que nous avançons est même confirmé par une autre expérience. M. l'abbé Nollet s'est assuré en offrant à un conducteur électrique un cube de bois dont deux faces parallèles étoient perpendiculaires à la direction des fibres, que la matière électrique le traversoit en bien plus grande abondance & plus facilement dans la direction de ces fibres que quand il présentoit au conducteur électrique les autres faces; aussi arrive-t-il presque toujours que les arbres frappés de la foudre, se trouvent fendus par éclats suivant leur longueur, sans qu'il y ait aucune fibre rompue, qu'aux endroits des nœuds qui en interrompent la continuité.

Non-seulement la matière électrique mise en action peut embraser les corps sur lesquels elle exerce cette action, mais il semble qu'elle puisse encore produire un effet bien plus singulier: le feu qu'elle y communique peut y rester longtemps caché, & se montrer ensuite tout-à-coup lorsqu'on s'y attend le moins; deux exemples du moins semblent le prouver.

Le premier est ce qui arriva la nuit du 25 au 26 Avril 1760 à l'église de Notre-Dame de Ham, le tonnerre tomba trois fois en 25 minutes, tant sur l'église que sur les bâtimens voisins; au troisième coup, le feu parut au petit clocher de l'horloge, fort éloigné du grand; on y monta, le feu fut bientôt éteint, & on ne remarqua aucune trace de feu dans toute la charpente intermédiaire le long de laquelle il falloit nécessairement passer pour y aller; cependant un quart-d'heure après, la pointe du

grand clocher & le bas où étoient les cloches, parurent embrasés, & un moment après le feu se manifesta au-dessus de l'orgue, au haut du grand portail, lieu séparé du clocher par toute la longueur de la nef, & toute la charpente fut brûlée sans qu'on put y apporter aucun remède.

Le second exemple est l'accident arrivé le 19 Septembre 1766 à la Frégate la Modeste *, commandée par le Capitaine Jules Gayet, le tonnerre étant tombé sur ce navire, presque tout l'équipage fut renversé, personne cependant ne fut tué, on en fut quitte pour deux chevaux qui étoient à bord, le vaisseau fut exactement visité & on ne trouva aucune trace de feu, cependant quelque temps après une odeur de soufre & une affreuse fumée annoncèrent un incendie qu'il ne fut pas possible d'éteindre, & qui consuma en peu de temps tout le bâtiment.

* *Voy. la Relat. du Capitaine, insérée dans la Gazette de Fr. du 27 Octobre 1766.*

Il n'est guère possible de ne pas voir que dans ces deux tristes évènemens le feu électrique préparé par les commotions précédentes s'est, pour ainsi dire, couvé dans l'intérieur de toute la charpente de l'église & du vaisseau, & s'est ensuite étendu avec d'autant plus de promptitude qu'il avoit été plus long-temps retenu. Une expérience que les Physiciens électrisans font tous les jours, semble rentrer dans cette idée: si en voulant allumer de l'esprit de vin par l'étincelle électrique, les trois ou quatre premières étincelles manquent de l'allumer, on peut être presque sûr que la cinquième, quoique quelquefois plus foible, l'allumera, & c'est peut-être la raison pour laquelle les incendies causés par le tonnerre sont presque toujours irremédiables, le feu y étant déjà contenu dans tout l'intérieur des corps combustibles, au lieu que dans les incendies ordinaires il ne se communique que de proche en proche, & qu'on peut lui couper la communication.

Il n'est pas possible de méconnoître dans les effets du tonnerre presque tous les caractères de l'électricité, il n'en est peut-être pas de si bizarre qui ne rentre dans ce système, pourvu cependant qu'on n'y ajoute pas un faux merveilleux, nous n'en rapporterons qu'un seul exemple.

En 1689, le tonnerre tomba sur le maître-autel de l'église

de S.t Sauveur de Lagny, il fendit la pierre bénite en deux, sans brûler la nappe ni le carton qui étoit vis-à-vis & qu'il avoit renversé & couché à plat sur l'autel ; on trouva toutes les lettres qui étoient sur le carton, imprimées sur la nappe en contre-épreuve, c'est-à-dire à l'envers, excepté seulement les paroles de la consécration qui manquoient absolument, c'en fut assez pour crier au miracle, cependant rien n'étoit plus naturel que cet effet ; ces paroles sont ordinairement imprimées en lettres rouges, tandis que tout le reste l'est en noir ; l'encre des imprimeurs est composée d'huile cuite & de térébenthine, auxquelles on ajoute du noir de fumée pour le noir, & du vermillon qui est une chaux métallique pour le rouge ; il doit donc en résulter, 1.° que l'encre noire ne sèche jamais aussi parfaitement que le rouge, 2.° qu'elle est infiniment moins perméable à la matière électrique, il est par conséquent hors de doute que le tonnerre ayant pressé davantage & plus ramolli l'encre noire que la rouge, la première a laissé sur la nappe des vestiges que l'autre n'a pu y imprimer, c'est ainsi que dans la Physique le défaut des plus petites circonstances empêche qu'on ne puisse assigner les raisons des effets les plus naturels.

C'est sans doute beaucoup que d'avoir pu parvenir à faire voir que le tonnerre n'est que l'électricité fort en grand, mais quelqu'honneur que cette découverte fasse aux Physiciens de notre siècle, il seroit encore bien plus avantageux que cette connoissance eût pu nous fournir des moyens de nous garentir des terribles effets de ce météore : on y a pensé, on a même été jusqu'au point d'assurer qu'on avoit trouvé des préservatifs, mais il y a bien à rabattre de ces idées ; ces pointes élevées comme des préservatifs qui devoient dépouiller la nuée de son feu électrique ne sont pas plus capables de cet effet, qu'une rigole faite avec une pelle à feu est capable d'épuiser une inondation, bien loin de là, la mort de l'infortuné M. Richmann * ne fait que trop voir qu'elles sont souvent capables de devenir des conducteurs très-dangereux.

* Voy. Hist. de l'Acad. 1753, page 78.

Mais s'il n'y a pas jusqu'à présent de moyen assuré de braver les effets du tonnerre, la prudence prescrit cependant des moyens

d'y être moins exposé, & c'est à ceux-ci que la raison permet d'avoir recours pour éviter, autant qu'il est possible, les dangereux effets de ce terrible météore.

On sait que les étincelles électriques sont plus vivement excitées par les matières métalliques que par d'autres, que l'eau lui livre un passage très-libre & très-facile, tout terrain qui contiendra des veines métalliques & des eaux, sur-tout si elles sont contenues dans du plomb ou du fer, sera donc par-là même plus exposé à l'action de la foudre.

L'énorme quantité d'eau que les arbres exhalent par leur transpiration, établit entre eux & la nuée un conducteur, qui pour être invisible n'en est pas moins réel, & c'est pour cette raison que les arbres & les forêts sont des abris mal sûrs, en cas d'orage & bien plus dangereux encore quand ils sont isolés au milieu d'une plaine.

Quant à la situation, ce ne sont pas toujours les lieux les plus élevés que le tonnerre attaque par préférence; presque toujours une grande montagne isolée. détourne ou partage la nuée, mais si une montagne ou un édifice élevé se trouve au milieu d'une petite plaine entourée de hautes collines ou de grands bois, ce sera un endroit très-sujet à être attaqué du tonnerre, parce que ces objets faisant obstacle au cours du vent, les nuées s'y accumuleront & le tonnerre s'animera.

Il y a cependant peu de conseils à donner pour le choix d'une habitation relativement à cet objet, souvent les avantages de la situation la plus heureuse à cet égard peuvent être plus que compensés par des veines métalliques ou des eaux souterraines trop superficielles; on doit donc s'en tenir à quelques règles générales fondées sur les principes que nous venons d'établir.

Les édifices fort élevés, décorés de plombs, de grilles de fer, de dorures, dans lesquels il y a beaucoup de monde assemblé, doivent être soigneusement évités, ils sont bien plus exposés au tonnerre qu'une maison moins élevée, moins décorée, moins habitée ; & à cet égard la chaumière d'un paysan est un asyle plus sûr que le palais d'un Monarque ou d'un Prince.

On pourroit presque dire la même chose d'une église, si le mérite de la prière ne ranimoit la confiance & ne diminuoit la crainte.

C'est encore une mauvaise pratique que de sonner les cloches quand l'orage est sur l'église, ces instrumens sont de métal & les sonneurs qui tiennent à la main des cordes par lesquelles la commotion électrique se peut aisément communiquer jusqu'à eux, sont en très-grand danger, le mieux est de laisser les cloches en repos & de ne pas même s'approcher trop du clocher, qui, par rapport au poids du métal qu'il contient; est plus exposé qu'aucune autre partie de l'édifice.

Un vaisseau, eu égard à son artillerie, à la quantité de gens & d'animaux qu'il contient, à la hauteur de ses mâts & à sa situation au milieu de la mer, seroit un endroit très-peu sûr, mais l'immense quantité de goudron & d'autres matières résineuses dont il est enduit fait disparoître la plus grande partie de ce danger.

Lorsqu'on est exposé à un orage, il vaut mieux être isolé que de tenir à de grandes masses, un mur de pierre est en ce cas un voisin moins dangereux qu'un pan de bois, mais il faut bien prendre garde que ce mur ne contienne quelque pièce de fer, quelque recouverte qu'elle fût, le tonnerre la sauroit bien trouver, & malheur à qui se trouveroit dans le voisinage.

Le plus sûr abri est une cave profonde & qui ait peu de communication avec l'air extérieur, si cependant le terrain ne contient pas de matières métalliques ou facilement électrisables.

Il est encore très-prudent de tenir fermés en temps d'orage les chassis à verre du lieu qu'on habite, un carreau de verre ne résistera certainement pas à un coup de tonnerre venant directement, mais s'il ne fait que passer il pourra empêcher que l'effet ne s'en ressente dans la chambre, enfin il est certain qu'un habit de laine ou de soie bien sec est beaucoup moins susceptible de l'électricité que la toile, sur-tout si elle est mouillée, & en ce point un paysan est plus exposé au tonnerre avec son habit de toile mouillée que quelqu'un vêtu d'un habit de laine ou de soie bien sec, mais aussi les ornemens d'or & d'argent

qu'on y ajoute, rendent l'habit de l'homme riche bien plus dangereux que celui du payſan ; le métal eſt bien plus ſuſceptible d'être électriſé que la toile mouillée.

On peut, d'après les mêmes principes, imaginer encore bien d'autres moyens, comme de s'enfermer dans des réduits compoſés de verre ou de matières réſineuſes, mais il ne faut pas regarder ces moyens comme des préſervatifs ſûrs, & nous terminerons cet article par une ſage réflexion de M. l'abbé Nollet, c'eſt que l'électricité lorſqu'elle eſt forte, ſe fait jour à travers tous les obſtacles qu'on lui peut oppoſer, & que l'électricité du tonnerre eſt la plus forte que nous connoiſſions.

SUR LES DEGRÉS DE CHALEUR

Auxquels les hommes & les animaux ſont capables de réſiſter.

V. les Mém. p. 186.

IL arrive rarement que les recherches phyſiques bornent leur utilité à remplir les vues qui les avoient fait entreprendre ; elles produiſent preſque toujours des fruits ſurnuméraires & qu'on ne ſembloit avoir aucun lieu d'en attendre.

Tel a effectivement été le ſuccès des voyages que M.rs du Hamel & Tillet ont fait en Angoumois en 1760 & 1761 pour eſſayer de détruire l'inſecte qui dévoroit les grains de cette province & d'arrêter ſes ravages ; l'Académie a rendu compte en 1761, du ſuccès de leurs recherches à cet égard, il nous reſte à parler ici d'une obſervation ſingulière que le moyen qu'ils employèrent pour la deſtruction de ces inſectes pernicieux leur donna occaſion de faire.

* Voy. Hiſt. de l'Acad. 1761, page 66.

Ce moyen conſiſtoit à faire périr l'inſecte dans le grain avant qu'il l'eût encore beaucoup endommagé, & cela en faiſant paſſer les blés au four & leur faiſant éprouver un degré de chaleur que l'animal ne pût pas ſoutenir.

Cette opération ſe faiſoit à la Rochefoucault & M.rs du Hamel & Tillet avoient profité pour cela d'un four bannal qui

ſe

se trouvoit en cette ville : leur premier pas fut de s'assûrer du degré de chaleur que ce four conservoit encore le lendemain du jour où l'on y avoit cuit du pain ; ils y introduisirent pour cela un thermomètre à esprit de vin posé sur une pelle, & l'ayant laissé quelque temps au milieu du four, ils le retirèrent ; ce thermomètre marquoit alors un degré de chaleur beaucoup au-dessus de celui de l'eau bouillante, mais M. Tillet s'aperçut qu'il ne marquoit pas encore toute celle du four, & qu'il avoit sensiblement baissé pendant le court espace de temps qu'on avoit mis à le retirer du milieu du four à la bouche.

Dans le nombre des spectateurs étoit une fille attachée au service du four bannal, celle-ci voyant l'embarras de M. Tillet, offrit d'entrer dans le four & d'y marquer la hauteur du thermomètre lorsqu'on le desireroit ; M. Tillet fut effrayé de cette proposition, & comme il hésitoit à l'accepter, cette fille sourit & entra dans le four, munie d'un crayon qu'il lui donna : au bout de quelques minutes elle fit un trait vis-à-vis la liqueur, qui se trouva à 100 degrés ; M. Tillet plus inquiet que jamais sur l'état de cette fille voulut la faire sortir du four, mais elle dit qu'elle pouvoit y rester bien plus long-temps sans s'incommoder, elle y resta effectivement encore 10 minutes & la liqueur du thermomètre étoit montée à près de 130 degrés, alors elle sortit du four, ayant à la vérité le visage fort rouge, mais ne paroissant pas plus incommodée qu'on ne l'est quelquefois dans les grandes chaleurs de l'été, & n'ayant sur-tout rien de pénible ni de précipité dans la respiration.

Il y a cependant quelque diminution à faire sur la chaleur marquée par le thermomètre ; une circonstance dont nous allons rendre compte la faisoit paroître plus grande qu'elle n'étoit réellement, & nous allons bientôt voir qu'elle devoit être réduite à 112 degrés, plus que triple cependant des plus grandes chaleurs que nous éprouvons dans ce climat, & beaucoup au-dessus de celle de l'eau bouillante qui ne va qu'à 85 degrés.

Nous venons de dire qu'il falloit diminuer d'environ 18 degrés la hauteur du thermomètre à esprit de vin qui avoit été employé dans les expériences de la Rochefoucault, cette

diminution tient à une circonstance particulière de laquelle il est bon que l'on soit instruit & qui n'a pu échapper aux recherches de M. Tillet.

Il avoit déjà remarqué que deux thermomètres, l'un à mercure & l'autre à esprit de vin, tous deux construits sur les principes de M. de Reaumur, n'avoient la même marche que dans une certaine étendue de leur course, & que passé un certain terme, l'esprit de vin s'élevoit assez subitement à une beaucoup plus grande hauteur que le mercure. C'en fut assez pour lui inspirer le desir de rechercher quelle pouvoit être la loi de cette plus grande ascension, & d'en découvrir la cause s'il étoit possible de la trouver; il réussit à l'un & à l'autre. Deux thermomètres, l'un à mercure & l'autre à esprit de vin, construits soigneusement & sous les yeux de M. l'abbé Nollet furent mis avec les précautions nécessaires dans l'eau bouillante; dès qu'ils approchèrent du terme de cette eau, le thermomètre à esprit de vin s'éleva rapidement & marqua 117 degrés, tandis que celui à mercure resta constamment fixé à 85, véritable terme de l'eau bouillante. M. Tillet aperçut bientôt la raison de cette différence: il vit se former une bulle assez grosse dans la boule du thermomètre à esprit de vin, & reconnut que non-seulement cette bulle étoit la cause de l'ascension subite de l'esprit de vin, mais encore qu'elle ne pouvoit manquer de se former.

En effet, tant que l'esprit de vin ne reçoit qu'un degré de chaleur incapable de le réduire en vapeur, il suit la marche réglée de sa dilatabilité, mais dès qu'il approche du terme où il peut devenir vapeur, les parties qui touchent le verre de plus près s'évaporent, & comme elles occupent sous cette forme un bien plus grand espace qu'en liqueur, elles forment dans cette liqueur une espèce de bulle qui en augmente beaucoup le volume & la fait monter dans le tuyau presque subitement. La circonstance même de plonger la boule seule dans une liqueur ou dans du sable échauffé n'est pas indifférente; alors la boule recevant presque seule toute la chaleur, la bulle de vapeur ne se forme que dans la boule, & la liqueur ne trouvant aucune résistance dans le tuyau, s'élève librement, ce

qui n'arriveroit pas, ou seroit au moins beaucoup diminué si le tuyau échauffé au même point que la boule avoit reçu des vapeurs ou les avoit formées ; aussi M. Tillet a-t-il observé que les mêmes thermomètres qui, plongés dans l'eau bouillante, dans le sable échauffé & dans l'huile aussi échauffée, avoient donné des différences de 32 & même de 50 degrés, n'en donnoient plus qu'une de 14 degrés quand il les exposoit sur une pelle dans un four assez échauffé pour y cuire un pâté ; nouvelle précaution à prendre dans l'usage du thermomètre & qui sera dûe aux observations & aux soins de M. Tillet, c'est d'après les résultats de ces expériences qu'il a calculé la réduction à faire dans celles du four de la Rochefoucault.

Ces expériences rapportées à l'Académie par M.rs du Hamel & Tillet, parurent d'autant plus surprenantes que d'autres du même genre tentées par le célèbre Boërhaave, avoient données des résultats très-différens ; cet illustre Physicien ayant besoin de connoître le degré de chaleur auquel des animaux pouvoient être impunément exposés, engagea Fahrenheit & quelques autres personnes, dont l'exactitude lui étoit connue, à faire des expériences nécessaires ; ils se servirent pour cela de l'étuve d'une raffinerie échauffée au point que le thermomètre de mercure y montoit au 146.e degré de la division de Fahrenheit, c'est-à-dire au 54.e degré de M. de Reaumur ; on y exposa d'abord un moineau dans une cage ; au bout d'une minute cet animal commença à ouvrir le bec & à respirer avec peine, peu à peu il descendit au fond de la cage, respira fort vîte, & avec de grands efforts, & mourut dans l'espace de 7 minutes.

Un chien pesant dix livres, mis dans la même étuve, parut au bout de 7 minutes incommodé de la chaleur, il ouvroit la gueule, tiroit la langue & respiroit fort vîte ; il étoit cependant tranquille dans son panier, mais au bout d'un quart d'heure la respiration devint pénible & bruyante & il fit beaucoup d'efforts pour sortir du panier où il étoit enfermé, peu à peu il tomba en foiblesse, la respiration devint lente & foible ; enfin au bout de 28 minutes il mourut, ayant rendu par la

gueule une grande quantité de salive rougeâtre & si infecte qu'un des assistans qui s'en étoit approché un peu trop près, se trouva mal & qu'on eut quelque peine à le faire revenir; malgré tous les efforts qu'avoit faits ce chien & la chaleur qu'il avoit essuyée, il n'avoit pas sué & son poil étoit très-sec : un chat soumis aux mêmes épreuves, & qui y périt pareillement, éprouva toutes les mêmes souffrances, mais il étoit trempé de sueur; il ne jeta aucune salive & son corps n'avoit aucune mauvaise odeur.

Ces résultats si essentiellement différens de ceux des expériences de la Rochefoucault, firent desirer à l'Académie qu'elles fussent répétées; heureusement M.rs Tillet & du Hamel avoient à la Rochefoucault M. Marantin, Commissaire des guerres, dont ils connoissoient l'exactitude & le talent pour l'observation, M. Tillet lui écrivit & il se chargea volontiers de répéter l'expérience & de prendre toutes les précautions nécessaires pour en assurer le résultat : voici le précis de sa réponse.

La fille qui étoit entrée dans le four dans les expériences de M. Tillet, étoit pour lors malade, M. Marantin s'adressa à une de ses compagnes, car elles sont quatre attachées au service du four, elle y entra plusieurs fois & il demeura bien prouvé que ces filles habituées à souffrir la chaleur du four, peuvent la supporter sans incommodité 14 à 15 minutes lorsque le thermomètre y marque 115 à 120 degrés, qu'elles y peuvent demeurer 10 minutes quand il en marque 130, & que lorsqu'il va à 150 degrés elles ne peuvent y rester que 5 minutes; pendant une de ces expériences, la fille avoit dans le four à côté d'elle des pommes & de la viande qui cuisoient : il est vrai qu'on tenoit alors le four tout ouvert & qu'on le ferma quand elle fut sortie pour accélérer la cuisson de ces alimens; il faut cependant rabattre quelque chose, comme nous l'avons dit, du degré que marquoit le thermomètre, M. Tillet, entre les mains duquel il est revenu, s'est assuré que les 130 degrés devoient, par les raisons que nous avons exposées, être réduits à 112 degrés.

Malgré cette réduction, il paroissoit toujours étonnant que des animaux, même assez forts, aient péri dans l'étuve de Boërhaave en une demi-heure sous une chaleur de 54 degrés, &

que des femmes aient pu soutenir pendant plus d'un quart-d'heure celle de 112 degrés que donnoit le four de la Roche-foucault, sans en paroître incommodées: quoiqu'il y ait tout lieu de croire que la masse des corps y entre pour quelque chose, il restoit toujours une différence assez grande pour mériter qu'on en recherchât la cause.

Pour parvenir à la découvrir, M. Tillet recommença ses expériences avec la plus scrupuleuse attention; des animaux de trois espèces différentes y furent soumis, un bréant, un poulet & un jeune lapin, ils ne furent exposés à la chaleur du four que lorsqu'elle étoit réduite à 65 degrés du thermomètre de M. de Reaumur; le bréant commença à s'agiter dans sa cage au bout de la première minute, à la seconde il ouvrit le bec, haleta & étendit ses aîles, vers la 4.e minute il poussa un cri foible, s'étendit sur le côté & parut expirant, on le retira; l'air frais sembla lui rendre quelques forces, mais l'étouffement & les convulsions continuèrent, & il mourut 6 minutes après, 4 minutes avoient donc suffi pour le faire périr.

Le poulet enfermé dans un panier à claire-voie & posé sur une pelle de bois pour éviter la trop grande chaleur de l'âtre, s'agita dès la première minute, il ouvrit le bec & poussa quelques cris foibles à la seconde, & fut abattu à la quatrième; il y a grande apparence qu'il auroit péri sans retour si on ne l'eut retiré; il avoit la respiration très-pénible, mais l'air frais le remit peu à peu, & il but avec avidité quelques gouttes de vin qu'on lui présenta dans un gobelet, remède, pour le dire en passant, très-efficace pour la guérison de plusieurs maladies de ces animaux.

Le lapin fut mis dans le four avec les mêmes précautions que le poulet, il fut assez tranquille pendant les dix premières minutes au bout d'un quart d'heure il se remua un peu, à la dix-septième minute il s'agita beaucoup & pour lors on le retira; il avoit la respiration précipitée, mais sans aucun abattement, & il bavoit, mais quelques momens suffirent pour le remettre au point de manger des laitues qu'on lui donna.

Le but de M. Tillet, en faisant ces expériences, étoit d'avoir un point de comparaison certain pour celles qu'il méditoit, il

avoit soupçonné que la chaleur de l'air que respiroient les animaux pendant cette épreuve n'étoit pas la principale cause de l'anxiété qu'ils y éprouvoient ni de la mort qui en résultoit lorsque l'épreuve étoit trop longue, mais que l'air échauffé qui les entouroit, les pénétroit, sans obstacle, de toutes parts & leur occasionnoit une fièvre qui devenoit le principe de tous les accidens qu'ils essuyoient; cette idée donnoit une raison très-plausible de la différence qui se trouvoit entre les expériences de Boërhaave & celles de la Rochefoucault: dans les premières, les animaux avoient été exposés sans précaution à la chaleur de l'étuve, & dans les secondes les filles qui étoient entrées dans le four avoient été défendues de l'action extérieure de la chaleur par les habits dont elles étoient couvertes, il n'étoit donc pas étonnant qu'elles eussent résisté à un degré de chaleur beaucoup plus grand que celui qui avoit fait périr les animaux dans l'étuve de Boërhaave.

Rien n'étoit plus simple que de vérifier si cette idée si vrai-semblable étoit vraie, il ne falloit qu'exposer les mêmes animaux ou d'autres semblables, revêtus d'une espèce d'habit qui pût les défendre de la chaleur externe, au même degré de chaud qui les avoit mis au moment de périr, & voir s'ils pourroient sans risque le soutenir plus long-temps; ce fut aussi le parti que prit M. Tillet: il exposa dans le même four à 67 degrés de chaleur, comme dans les premières expériences, un second bréant, mais enveloppé d'une espèce de maillot composé de bandes de linge redoublées qui couvroient tout son corps, en lui laissant la tête & les pattes libres, le premier bréant avoit péri au bout de la quatrième minute & avoit commencé à haleter dès la seconde, celui-ci ne commença à haleter qu'à la cinquième minute, & lorsqu'on le retira à la huitième il n'étoit point trop abattu, il but volontiers du vin qu'on lui présenta, & voltigea peu après dans sa cage, ses plumes étoient sèches sous le maillot & n'avoient qu'un médiocre degré de chaleur.

Le poulet emmailloté de la même manière fut aussi remis dans ce four; il s'étoit agité dans la première expérience dès la première minute & avoit été abattu à la quatrième; dans

celle-ci, quoique la chaleur fût un peu plus forte, ce ne fut que vers la cinquième minute qu'il commença à haleter, & lorsqu'à la dixième il fut retiré du four, il haletoit à la vérité fortement, mais il étoit bien moins abattu que dans la première, il se tint sur ses pieds dès qu'il fut libre, becqueta des miettes de pain & but, comme la dernière fois, quelques gouttes de vin.

Pendant ces expériences & avant qu'on eût pu remettre le lapin dans le four, la chaleur y étoit baissée jusqu'à 62 degrés, mais on la ramena à 65 degrés, celui-ci étoit mieux emmaillotté, il étoit couvert d'une serge en double & d'une serviette aussi doublée qui s'appliquoient exactement sur son corps en lui laissant la tête & les pattes libres; il s'étoit agité dans la première expérience à la quinzième minute, & on l'avoit retiré à la dix-septième; il fut tranquille dans celle-ci jusqu'à 22 ½ minutes, sa respiration devint fréquente, une minute après il bavoit & il lui couloit même une sérosité du nez, enfin il resta jusqu'à 32 minutes, & il auroit pu selon les apparences y rester plus long-temps sans mourir; en approchant l'oreille de sa tête on entendoit sa respiration faire un bruit à peu près semblable au roulement de gosier que fait un chat quand il est content, ce râlement cessa bientôt, & au bout de quelques minutes tous les accidens étoient disparus, son poil étoit sec sous le maillot & sans chaleur extraordinaire, ses seules pattes de devant étoient mouillées tant par la bave qu'il avoit jetée que parce qu'il s'étoit fréquemment frotté le nez, & il étoit si peu abattu que 5 ou 6 minutes après sa sortie du four il mangeoit des feuilles de laitue; mais ce qui est à remarquer, c'est qu'aucun des animaux de M. Tillet n'a rendu cette salive infecte que jeta le chien des expériences de Boërhaave, & que les corps de ceux qui ont péri n'avoient aucune mauvaise odeur, cet animal avoit apparemment en lui quelque germe de corruption que la chaleur de l'étuve n'a fait que développer, il se peut faire aussi, & il ne seroit pas même sans vraisemblance, que cette étuve ait contenu quelque vapeur maligne qui ait pu faire périr les animaux plus tôt qu'il ne semble qu'ils eussent dû périr en calculant d'après les expériences de M. Tillet.

Quoi qu'il en soit, il résulte de ces dernières, que les hommes & les animaux peuvent soutenir sans mourir, des degrés de chaleur bien plus considérables qu'on ne pensoit, & que l'incommodité qu'ils en reçoivent n'a pas pour cause principale l'air trop chaud qu'ils respirent, mais plutôt celui qui les entoure & qui les pénètre de toutes parts.

Il est aisé de conclure de là que dans de certaines maladies, on pourroit, avec les précautions nécessaires, faire éprouver impunément aux malades un degré de chaleur capable de leur procurer une transpiration abondante & salutaire ; il paroît même que les Arabes connoissent ce remède, & M. de Reaumur cite dans ses Mémoires sur les insectes *, la guérison d'un jeune François hydropique, opérée par deux séjours de 24 heures chacun dans une étuve, après avoir été enduit de goudron mêlé avec de l'huile de lin, & emmaillotté comme un enfant : cette pratique n'est pas même inconnue en France ; & l'Historien de l'Académie cita à ce sujet l'exemple d'un de ses habitans qui s'étoit guéri d'un rhumatisme, en se tenant quelque temps dans un four, après qu'on en eut tiré le pain, mais ce remède ne doit être employé qu'avec la plus grande prudence : deux Arabes soumis à la même épreuve que le François hydropique, y laissèrent la vie, & M. Malouin cita l'exemple d'un paysan du village de Reucourt, qui périt pour s'être exposé à la chaleur d'un four, dans la vue de se guérir aussi d'un rhumatisme : il est vrai que celui-ci avoit eu l'imprudence de manger avant que d'entrer dans le four, de la galette de pâte molle avec du fromage.

* Tome II, 1.er Mémoire, page 53.

Il résulte de tout cela, que ce remède ne doit être administré qu'avec la plus grande prudence ; c'est aux Médecins qu'il est réservé d'examiner avec soin les cas où il doit être appliqué, les préparations qu'il exige, & les précautions qu'on doit prendre en l'administrant : c'est une arme nouvelle que les observations de M.rs du Hamel & Tillet mettent entre les mains de la Médecine, mais plus elle est utile étant bien employée, plus elle seroit dangereuse si on avoit la témérité de s'en servir mal-à-propos.

SUR

SUR
L'ÉVAPORATION DE L'EAU SALÉE.

L'OBJET dont il est ici question est un des plus importans que la Physique puisse traiter pour l'avantage de l'humanité, la nécessité du sel pour une infinité d'usages a appris de bonne heure aux hommes les moyens de s'en procurer; la simple évaporation de l'eau de la mer, opérée par le soleil, dans les pays très-chauds, a fait voir qu'elle laissoit dans les creux des rochers une quantité considérable de sel; on a profité de cette espèce de leçon, & l'Art venu au secours de la Nature a produit les partenemens, les tables des marais salans[a] & toutes les précautions qu'on prend pour se procurer par la seule chaleur du soleil une quantité de sel suffisante à nos besoins, & à ceux du commerce avec les peuples qui sont privés de ce secours. V. les Mém. p. 9.

[a] *Voy. Mém. de l'Acad. 1763, page 441.*

Les eaux de la mer ne sont pas les seules qui tiennent du sel en dissolution, il se trouve en beaucoup d'endroits très-éloignés de ses bords des sources d'eau salée, desquelles on fait tirer le sel qu'elles contiennent: l'Académie a parlé dans son Histoire de 1748 & de 1762[b] des moyens employés pour cette opération, & pour éviter les redites inutiles nous prions le Lecteur de vouloir bien se rappeler par la lecture des endroits que nous venons de citer, les détails de la formation du sel dans ces salines & les principes sur lesquels elles sont fondées; nous dirons seulement que dans les salines de Durkeim & dans celles de Franche-comté, pour épargner les frais & le déchet d'une trop longue ébullition dans les chaudières, on fait passer l'eau très-lentement & plusieurs fois sur des fagots d'épines rangés par étages sous des hangars, qui, en les couvrant de la pluie, laissent de tous côtés un accès libre à l'air; on emporte par ce moyen une grande quantité de molécules aqueuses & on concentre considérablement l'eau salée avant que de la faire passer aux chaudières, où par le moyen

[b] *Voy. Hist. de l'Acad. 1748, page 20, & 1762, p. 59.*

du feu, on achève de l'évaporer & d'en tirer le sel; ces usines se nomment *bâtimens de graduation.*

La même pratique est depuis long-temps en usage en Suisse, aux Salines de la République. M. Haller, préposé à ces Salines, en a examiné avec attention toutes les manœuvres, &, comme il arrive ordinairement, les regards du Physicien ont non-seulement éclairé, mais encore enrichi l'Art sur lequel ils se sont portés.

L'Académie a rendu compte au Public, en 1758 *, des premières tentatives de M. Haller; il en résultoit que la manière ordinaire de traiter l'eau des sources salées, faisoit non-seulement perdre beaucoup de sel & consumer beaucoup de bois inutilement, mais encore qu'elle altéroit considérablement la qualité du sel qui en étoit le produit; il en concluoit que la simple exposition de l'eau au soleil dans des bassins larges & peu profonds, étoit une façon de tirer le sel des eaux salées beaucoup meilleure & beaucoup moins dispendieuse. Quoiqu'il eut dès-lors fait quelques expériences de cette méthode, il ne l'avoit pas encore employée en grand, & on ne pouvoit guère la regarder que comme une idée heureuse; aujourd'hui on peut parler plus affirmativement: des expériences suivies & faites en grand pendant plusieurs années, l'ont mis en état d'évaluer le produit de sa méthode & de remédier aux inconvéniens qui pouvoient en rendre l'usage plus difficile ou moins utile, & ce sont ces recherches qui sont le sujet du Mémoire duquel nous allons essayer de rendre compte.

* Voy. Hist. de l'Acad. 1758, pag. 24.

M. Haller commence par rapporter les défauts qu'il avoit remarqués dans l'ancienne méthode; ces défauts sont au nombre de quatre: le premier est la perte d'eau salée qu'occasionne le vent dans les bâtimens de graduation; cette perte est considérable. Quand on suit ces bâtimens du côté opposé au vent, on y est inondé d'une rosée salée qui fait prospérer, dans une assez grande largeur de terrain, les plantes qui, comme le *salicor* ou la *soude*, ne se trouvent ordinairement qu'au bord de la mer: il est vrai qu'on peut parer cet inconvénient, en arrêtant le travail pendant le temps où le vent est un peu fort;

mais ce remède, qui fait perdre un temps souvent précieux, est lui-même un très-grand inconvénient.

Les bois des auges, des pompes & de tout le bâtiment, retiennent une si grande quantité de sel que les débris qui en proviennent ne peuvent que très-difficilement brûler.

Ces bâtimens eux-mêmes, occasionnent une très-grande dépense, tant parce qu'ils coûtent beaucoup à bâtir, que parce que l'ébranlement continuel des pompes les détruit assez promptement; les épines qui servent à l'évaporation, se chargent d'une espèce de tuf qui oblige à les changer souvent & enfin les chaudières de fer, qui servent à l'évaporation par le feu, s'usent tant par l'action de ce feu que par celle du sel qu'elles contiennent, & forment encore par-là un objet de dépense.

Le feu, quelque mitigé qu'on le suppose, ne l'est jamais assez pour ne pas enlever, dans le temps de l'ébullition, une partie de l'acide marin qui s'élève avec la vapeur de l'eau; il en résulte une diminution de la quantité de sel & une moindre qualité dans celui qui se forme, & c'est la raison pour laquelle le sel marin est toujours meilleur que les sels cuits au feu, parce que l'eau n'a été évaporée que par une chaleur très-douce & incapable d'en enlever l'acide & de le décomposer; ce déchet est énorme & va quelquefois à la moitié de la quantité de sel qu'on auroit eu lieu d'espérer.

Ces inconvéniens avoient paru si considérables que les prédécesseurs de M. Haller avoient tenté de substituer d'autres moyens d'évaporer l'eau salée aux bâtimens de graduation & à l'ébullition de l'eau.

La première tentative avoit été de se servir de la gelée pour concentrer l'eau salée, comme on se sert du même moyen, pour concentrer le vinaigre; mais ce moyen ne put réussir, l'eau, quoique salée, se geloit & par conséquent c'étoit autant de sel perdu, & de plus, quand on auroit pu faire disparoître cet inconvénient, le froid n'est pas assez constant dans le canton qu'habite M. Haller pour qu'on pût l'employer à cet usage.

Au défaut de ce moyen, on avoit entrepris de *graduer par subsidence;* on croyoit qu'en laissant reposer l'eau très-long-temps

dans des vaisseaux un peu creux, la partie de cette eau la plus chargée de sel iroit au fond, & que par conséquent en faisant écouler celle de la surface, il resteroit une eau suffisamment concentrée pour être portée aux chaudières; M. Haller voulut s'assurer du fait par des expériences : après avoir fait remplir d'eau salée un grand bassin profond de 7 pieds $\frac{1}{2}$, il laissa reposer cette eau quarante jours, alors il en prit une bouteille à la surface, une au milieu de la profondeur & une tout au fond du bassin, les deux premières avoient précisément le même degré de salure, & celle du fond n'avoit gagné que $\frac{1}{400}$.

Il fit plus, il emplit de la même eau salée un tuyau de fer-blanc de 33 pieds, & après l'avoir fermé & placé verticalement, il le laissa en repos pendant cinquante-six jours; l'ayant ouvert au bout de ce temps, il trouva qu'il s'étoit perdu environ 15 pouces d'eau, sans qu'on pût deviner par où, l'eau la plus haute avoit perdu environ $\frac{3}{100}$ de sa salure; à 11 pieds au-dessous, elle étoit à peu-près au même degré, & celle du fond n'avoit augmenté en salure que d'environ $\frac{1}{100}$; cette méthode est donc absolument insuffisante, & M. Haller fut contraint de l'abandonner.

Voyant donc qu'on ne pouvoit substituer aux bâtimens de graduation, dont il avoit reconnu les inconvéniens, ni la gelée ni la manière de graduer l'eau par la subsidence, il osa imaginer de faire dans son gouvernement de l'Aigle ce qu'on fait au bord de la mer & d'y évaporer l'eau par le moyen du soleil; la chaleur y est en Été aussi grande que dans la Saintonge & dans l'Aunis, où sont les plus grandes salines de France, & l'eau des sources y est trois fois plus salée que celle de la mer; elle a donc besoin d'une évaporation trois fois moindre. Les matériaux propres pour la construction des bassins ne lui manquoient pas, le marbre & l'asphalte étoient à sa portée, mais il falloit parer quelques inconvéniens qui s'offroient; il falloit, par exemple, veiller à ce que l'eau ne se pût perdre, à ce que la pluie, en la surchargeant d'eau douce, ne retardât point l'évaporation, & enfin à ce qu'on pût profiter de toute la saison propre à l'évaporation.

Le raisonnement pouvoit fournir à M. Haller des moyens de remédier à quelques-uns de ces inconvéniens; l'expérience seule pouvoit fournir des remèdes aux autres: il se hâta donc de la consulter. Ses premiers essais furent faits à l'Aigle dans un bassin de bois de 24 pieds $\frac{1}{2}$ de long sur 14 de large: il le couvrit d'un toît mobile qui pût le mettre à l'abri de la pluie dans les mauvais temps, & qui étant abattu, pût faire, en se rangeant du côté du nord, une espèce de réverbère qui augmentât l'ardeur du soleil, & ce fut pour cette raison que M. Haller le fit imprimer en blanc. Au bout de ce bassin, qu'il avoit placé sur des espèces de pieds d'environ 18 pouces de hauteur, il en construisit un plus petit de marbre pour exhaler l'eau qui, devenue trop concentrée dans le grand bassin, auroit eu une évaporation trop lente: on construisit de pareils bassins, mais un peu plus petits, à la saline de Bévieux, & on commença à les employer en 1759.

L'expérience donna, comme M. Haller s'y attendoit bien, la décision des questions sur lesquelles elle étoit consultée; elle fit encore plus, elle lui apprit bien des choses utiles & nécessaires qu'il n'auroit certainement pas devinées; elle lui fit voir, par exemple que les bassins posés à plate terre exhaloient mieux & que la chaleur s'y faisoit sentir plus vivement que lorsqu'ils étoient soutenus sur des pieds; que ces bassins ne pouvoient contenir qu'une hauteur d'eau très-médiocre, parce que dès que cette hauteur devient un peu considérable, l'eau agit avec tant de force contre les parois du bassin qu'elle les perce & s'y ouvre un passage à travers les ais les plus sains; M. Haller n'a jamais pu contenir l'eau dans les bassins de bois quand elle y a eu plus de 5 pouces, & il pense qu'on ne pourroit guère en mettre plus de 9 pouces dans un bassin de marbre cimenté d'asphalte.

L'eau salée dépose dans les bassins, où on la fait évaporer au soleil, les mêmes matières qu'elle dépose dans les chaudières où on la fait évaporer par le moyen du feu; on y retrouve les mêmes concrétions de matières gypseuses, connues sous le nom de *schelot*, le même sel amer, les sels déliquescens, en

un mot tout ce qui se sépare pendant la cuite du véritable sel marin, à cela près que comme l'évaporation est plus lente, cette séparation est bien plus exacte.

Le sel qui se forme au soleil est essentiellement différent de celui qui se forme au feu, non-seulement il en diffère par la figure de ses grains absolument cubiques & solides, au lieu que le sel fait au feu est composé de pyramides creuses & formées en degrés comme le pied d'une croix *, mais il en diffère encore plus par sa qualité; il est opaque, très-dur, bien plus pesant que le sel fait au feu, s'humecte beaucoup moins à l'air & il prend une odeur de violette que n'a jamais le sel cuit au feu; il contient beaucoup plus d'acides, & les expériences de M. Haller ont fait voir que cette différence étoit dans le rapport de 4 à 3; enfin on obtient par l'évaporation au soleil beaucoup plus de sel que par la graduation & le feu; on n'a guère par ce dernier moyen qu'environ les deux tiers du sel que l'eau paroît contenir, au lieu que par l'évaporation au soleil, la quantité qu'on en retire est à très-peu près la même que celle que donne le calcul; différence qui vient probablement de la décomposition du sel par l'ébullition, du moins M. Haller s'est-il assuré que la fumée des chaudières rougissoit le papier bleu, & que des linges qui en avoient été imbibés, contenoient beaucoup d'esprit de sel, inconvénient qui non-seulement diminue la quantité du sel d'un tiers, mais qui altère même la qualité de celui qui reste, par la quantité d'alkali surabondante qui s'y trouve mêlée, ce que l'on évite sûrement en faisant évaporer l'eau au soleil: le détail que M. Haller donne de ses opérations, en fournit les preuves les plus complètes.

* Voy. Hist. de l'Acad. 1745, p. 32.

Il ne faut pas au reste s'imaginer qu'à chaleur égale du soleil il s'évapore des quantités égales en temps égaux, l'expérience d'accord en ce point avec la théorie a fait voir qu'à mesure que l'eau se concentroit elle devenoit plus lente à s'évaporer, & c'est pour cela qu'aux grands bassins d'évaporation qu'a fait construire M. Haller, il en a joint par-tout de plus petits pour faire évaporer ces eaux concentrées & réduites à une petite quantité, sans interrompre l'évaporation plus rapide de l'eau nouvelle dont on remplit les grands bassins.

Pour mettre absolument sous les yeux la portée de la méthode de M. Haller, il a joint à son Mémoire des Tables suivies, de l'évaporation de l'eau dans ses bassins, pendant les années 1759, 1760, 1761, 1762, 1763 & 1764, avec l'état du ciel, le degré du thermomètre chaque jour pendant la saison & le produit en sel à la fin de chaque évaporation.

Nous disons pendant la saison, parce qu'il n'y a qu'un certain temps de l'année propre à l'évaporation, on tenteroit inutilement de la faire en hiver, elle seroit absolument nulle, même dans les jours les plus secs & par le vent du nord : il n'est pas question dans cette opération d'enlever l'eau, seul effet que le vent pourroit opérer; il l'enlèveroit toute salée, mais de la réduire en vapeur ou de la distiller, pour ainsi dire, pour lui faire abandonner son sel, & c'est ce que la seule chaleur peut opérer : voici le résultat très-abrégé des observations de M. Haller.

L'évaporation ne peut avoir lieu que depuis le commencement de Mars jusqu'à la fin d'Octobre, avant ou après ces termes elle est physiquement nulle.

En prenant un terme moyen entre les six années d'observations de M. Haller; voici quelle est la marche de l'évaporation : en Mars d'environ 15 lignes, en Avril de 35 lignes, en Mai 48 lignes, en Juin 44 lignes, en Juillet 47 lignes, en Août 35 lignes $\frac{1}{2}$, en Septembre 25 lignes $\frac{1}{4}$, & enfin en Octobre 15 lignes; il résulte de tout ceci que l'évaporation annuelle peut être évaluée dans le lieu où M. Haller a fait ses *observatious* à 265 lignes $\frac{1}{4}$, ou 1 pied 10 pouces 1 ligne $\frac{1}{4}$.

Les expériences de M. Haller ont donc ouvert une nouvelle route pour se procurer avec les mêmes eaux salées une quantité plus considérable de meilleur sel avec beaucoup moins de frais qu'on ne pouvoit en tirer par les méthodes ordinaires. Ceux qui blâment l'application qu'on donne aux Sciences, ignorent certainement qu'elles sont & qu'elles ont toujours été les bienfaitrices du genre humain.

OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GÉNÉRALE.

I.

RIEN n'est si commun sur la mer que l'espèce de météore connu sous le nom de *trombe* ou *typhon;* mais il est extrêmement rare d'en observer sur terre & dans les rivières; en voici une de cette dernière espèce observée par un Officier qui avoit eu souvent occasion de voir & d'observer des trombes de mer : M. du Bourdieu, ancien Commandant pour la Compagnie des Indes au fort de Judda en Afrique, a mandé à M. Bailly, qu'étant le 23 Juin 1764, à Limay près Villeneuve-Saint-George, à demi-lieue de la Seine, par un temps chargé & orageux accompagné d'éclairs & de tonnerre, il aperçut vers les 10 heures du matin une trombe qui avoit le pied dans la rivière, & qui s'élevoit en serpentant jusqu'aux nuées, faisant en gros avec l'horizon un angle d'environ 70 degrés, il la jugea large d'environ 3 pieds à l'extrémité qui touchoit aux nuages, sa largeur étoit moindre à la superficie de la rivière, & sa longueur étoit formée par cinq ou six sinuosités; il y avoit des parties plus transparentes qui laissoient apercevoir l'ascension de l'eau; la trombe laissoit même à quelques endroits échapper une espèce de brouillard, elle avoit creusé dans la rivière un bassin dont M. du Bourdieu ne put mesurer l'étendue à cause de l'éloignement : ce phénomène dura à peu près un quart-d'heure, alors la colonne se rompit au tiers ou environ de sa hauteur, la partie inférieure retomba en pluie & la supérieure fut pompée par le nuage avec tant de vivacité que M. du Bourdieu assure qu'elle fut absorbée en une seconde de temps, le phénomène fut suivi d'une forte grêle.

II.

On regarde communément les fouines comme des animaux dangereux

dangereux pour la volaille, mais on ne s'étoit pas encore avisé de penser qu'elles pussent l'être pour les hommes, l'exemple suivant fera voir ce qu'on doit penser sur cet article.

Au commencement de 1758, une femme du village de Chaumeny près l'Aigle en Normandie, laissa un enfant de neuf mois dans son berceau pour aller dans sa cour; les cris de l'enfant la rappelèrent bientôt auprès de lui; elle le trouva tout en sang, son bonnet ôté, la tête percée de deux trous, le front & les mains écorchés; elle chercha la cause de cet accident, & ne la trouvant pas elle appela ses voisines, celles-ci à force de recherches crurent apercevoir un animal caché dans un trou de la muraille, & elles se tinrent tranquilles pour tâcher de l'attraper s'il revenoit à la charge; il y revint en effet & elles le prirent, c'étoit une fouine qui, la nuit précédente, avoit étranglé six poules à cette femme, elles avoient été pendues au plancher; la fouine attirée par l'odeur étoit entrée & en avoit fait tomber une qu'elle avoit mangée, elle s'étoit ensuite adressée à l'enfant qu'elle auroit vrai-semblablement dévoré si on lui en avoit donné le temps: heureusement les plaies qu'elle lui avoit faites n'étoient pas mortelles, & il a guéri de cet accident.

III.

L'Académie a rendu compte au Public en 1741 * du fait très-singulier d'un ruisseau dont l'eau étoit inflammable & prenoit feu à la lumière d'un flambeau lorsque celui qui le portoit marchoit dans certains endroits creux du lit de ce ruisseau, on soupçonna dès-lors qu'il s'étoit amassé en ces endroits quelque limon sulfureux dont la matière inflammable pouvoit s'exhaler au travers de l'eau & prendre feu à sa surface à la moindre approche d'une flamme étrangère. De nouvelles observations faites avec un très-grand soin par M.rs Bougiere & Pelissier de Barri, Ingénieurs-géographes, & le dernier Juge des baronnies de Miremont & de Limeuil, ont changé ce soupçon en certitude; ils se sont d'abord transportés au lieu où avoit été faite la première observation, & ils ont remarqué qu'en marchant dans l'eau on troubloit un limon fin & non

* Voy. Hist. de l'Acad. 1741, page 36.

glaiſeux, duquel il ſortoit une très-grande quantité de bulles, qui venant à crever à la ſurface de l'eau, y répandoient une vapeur inflammable capable de s'allumer à l'approche d'un flambeau ou d'une torche de paille; la flamme qui s'en élève eſt bleuâtre, elle a à peu près autant de chaleur que du papier enflammé, & on y a allumé des étoupes & des allumettes, preuve évidente que c'eſt une inflammation réelle & non une lumière purement phoſphorique, cette flamme dure juſqu'à ce que la vapeur inflammable ſoit conſumée, & lorſqu'elle l'eſt on tenteroit inutilement de répéter l'expérience; il faut laiſſer à l'eau le temps de former de nouvelles matières: le même phénomène s'obſerve dans preſque tous les ruiſſeaux, les étangs & les réſervoirs du canton; M.rs de Barry & Bougiere l'ont obſervé par-tout où ils ſe ſont tranſportés; ils attribuent cette propriété aux mines de fer dont tout ce diſtrict abonde & qui procurent aux eaux qui y paſſent des matières ſulfureuſes & inflammables, qu'elles vont enſuite dépoſer dans le lit où elles coulent, du moins eſt-il bien certain que le terrain n'y contribue en rien; M.rs de Barry & Bougiere ont fait creuſer un petit réſervoir à côté d'un étang où le phénomène avoit lieu; le fond a été bientôt détrempé & converti en une boue très-fine, mais on a eu beau l'agiter, elle n'a jamais donné de matière inflammable, & il paroît qu'il n'y a que les ſeuls dépôts que l'eau amène qui ſoient capables de la produire.

IV.

M. l'abbé Nollet a fait voir à l'Académie deux aſſiettes de vermeil de la vaiſſelle du Roi, trouvées dans la foſſe d'aiſance du château de Compiegne, & dont le métal avoit éprouvé une altération ſingulière. Les parties de ces aſſiettes qui étoient bien dorées n'avoient ſubi aucun changement; mais à celles où la dorure avoit été uſée & ſur-tout à la bordure qui étoit appliquée avec de la ſoudure, le métal n'étoit plus reconnoiſſable; il étoit devenu d'une couleur noirâtre, plombée, bourſouflée, & formant une eſpèce d'incruſtation caſſante, friable & très-peu adhérente à la partie ſaine du métal qui étoit reſtée deſſous: l'une des deux aſſiettes qui avoit été abſolument entourée de

la matière, étoit percée en plusieurs endroits; l'autre qui avoit été trouvée appliquée contre le mur n'étoit altérée que par l'autre côté. M^rs l'abbé Nollet & Macquer, que l'Académie chargea d'examiner avec soin ces assiettes, commencèrent par s'assurer que cette concrétion n'étoit pas l'effet du vert-de-gris produit par le cuivre de l'alliage, ils n'y en trouvèrent aucune trace, elle n'étoit pas non plus dans l'état salin, c'est-à-dire unie avec des matières qui lui donnassent la propriété de se fondre dans l'eau, mais elle leur parut ressembler beaucoup à la mine d'argent sulfureuse dans laquelle l'argent est minéralisé par le soufre: pour s'en assurer, ils mirent environ deux gros de cette incrustation dans un petit creuset rougi au feu; la flamme bleuâtre qui en sortit & l'odeur de soufre qui s'en exhala leur firent connoître que leur conjecture étoit juste & qu'une portion de l'argent avoit été attaquée & remise dans l'état de minéral, par le soufre qui se produit apparemment avec le temps dans les fosses des latrines. Il résulte de ce fait singulier offert par le hasard, que le métal dépouillé du soufre avec lequel il étoit uni dans sa mine, peut de nouveau se recombiner avec lui sans le secours du feu ni d'aucune fusion, pourvu qu'il soit exposé pendant un temps suffisant à l'action du soufre tenu en dissolution ou réduit en vapeurs, & enfin que le soufre n'ayant aucune action sur l'or, les parties des assiettes dont la dorure étoit entière n'ont dû éprouver aucune altération.

VI.

Quoique le mois d'Octobre 1763, eût été très-sec en Roussillon & dans toute la partie méridionale du Royaume, & que le 18 du même mois il ne fût tombé qu'une petite pluie; cependant les trois principales rivières de *Gly*, de *la Teêt* & de la *Tech*, & sur-tout cette dernière, s'enflèrent & débordèrent subitement au point de ravager toutes les campagnes voisines, de rouler avec elles des pierres & des arbres d'une grosseur considérable, & de détruire sur leur passage des ponts, des martinets, des moulins, des granges & grand nombre de maisons; plusieurs personnes & une assez grande quantité de bestiaux périrent dans ce désastre qui s'est principalement fait sentir

dans le haut Val-ſpir & dans les deux villes d'Arles & de Prats-de-Moliou ; dans cette dernière il y eut quatorze perſonnes noyées & dix-neuf maiſons emportées.

Quoique la Tech ait fait le principal ravage, la plus grande quantité d'eau ne venoit ni de ſa ſource, ni d'elle-même, mais de quatre forts ruiſſeaux qui s'y jettent, ces ruiſſeaux nommés le *Parſigole*, le *Camalade*, le *Figuere* & le *Tech de Rieuſeres*, tirent leur ſource du Canigou,* la plus haute montagne des Pyrénées, le premier renverſa une montagne de rochers entaſſés, dont il y en avoit qui peſoient juſqu'à trois milliers, & il les entraîna avec une ſi grande violence qu'il en ſortoit du feu produit par leur choc ; il détruiſit & déracina tout ſur ſon paſſage, les autres ne causèrent pas moins de dommage : le ruiſſeau de la Figuere a entre autres choſes tellement rongé le terrain, qu'un éboulement qu'il a cauſé a fait découvrir un moulin enterré par un éboulement de la montagne, depuis plus de trois cents ans, & dans lequel on a trouvé un chauderon & quelques uſtenſiles de cette eſpèce qui s'y étoient conſervés. Le ruiſſeau de Tech de Rieuſeres a ſi bien creuſé le tour d'une petite plaine, que le village qui lui donne ſon nom & qui étoit au milieu de cette plaine, ſe trouve aujourd'hui placé ſur le ſommet d'un cône tronqué, & indépendamment des eaux des rivières, il a paru de tous côtés des jets d'eaux & des ſources abondantes ſortant de la terre : on peut juger du dommage cauſé par un tel accident, on ne ſe rappelle pas dans le pays d'en avoir eſſuyé un pareil, & on croit qu'il a eu pour cauſe quelque feu ſouterrain ou quelque tremblement de terre dans les Pyrénées, les phénomènes obſervés ſe peuvent aſſez bien rapporter à cette cauſe. L'Académie tient ce détail d'une lettre qui lui a été écrite par M. Marcorelle, de l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Toulouſe ſon Correſpondant.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :

V. les Mém. p. 526.
Les Obſervations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pluviers en Gâtinois, par M. du Hamel.

Et le troisième Mémoire sur les fossiles des environs de Paris, par M. Guettard. V. les Mém. p. 492.

CETTE année parut le sixième volume des Leçons de Physique expérimentale, par M. l'abbé Nollet.

Ce volume contient les XVIII, XIX, XX & XXI leçons : la dix-huitième qui est la première de ce volume, traite du mouvement des astres & des phénomènes qui en résultent les Astronomes ont supposé divers arrangemens de l'Univers pour rendre raison des apparences observées; ces arrangemens connus sous le nom de systèmes, sont détaillés par M. l'abbé Nollet, dans un abrégé clair & méthodique par lequel il commence cette leçon : mais pour se mettre à la portée d'un plus grand nombre de lecteurs, il y donne la description de la machine connue sous le nom de *Planétaire* ou d'*Orrery*, qu'il a beaucoup simplifiée & qui présente à l'œil du spectateur ce qui n'avoit été présenté qu'à son esprit, M. l'abbé Nollet en explique toutes les parties & fait voir comment par leur jeu & leurs mouvemens on peut leur faire représenter l'arrangement des planètes, leurs mouvemens, leurs excentricités, leurs stations, directions & rétrogradations, leurs latitudes, leurs conjonctions & oppositions, & les phases différentes des planètes qui y sont sujettes ; en mettant ainsi les phénomènes sous les yeux, l'explication s'en présente, pour ainsi dire, d'elle-même, & il ne s'agit que de choisir l'ordre dans lequel on la doit présenter pour qu'elle soit la plus claire qu'il soit possible : c'est à quoi M. l'abbé Nollet s'est sur-tout appliqué ; il y donne en passant la raison de la figure sphérique du ciel & de sa couleur bleue, il y joint les noms des différentes constellations, la détermination des distances & des révolutions des planètes, tant principales que secondaires, & indique à ce propos la fameuse règle de Képler, qui fixe la proportion qui se trouve entre la distance & la révolution de chaque planète, il fait voir que les orbites des planètes sont des ellipses au foyer desquelles le Soleil est placé, au lieu que Ptolomée dans son

systême en faisoit des espèces d'épicycloïdes rentrantes & formant des nœuds ; que les comètes ne diffèrent en ce point des planètes que par l'immensité & l'extrême excentricité de leurs orbites qui ne nous permettent de les apercevoir que dans une très-petite partie de leur révolution, & il en déduit avec raison que ces astres sont une espèce de planètes aussi anciennes que les autres, qu'elles suivent la même loi dans leurs mouvemens, & que par conséquent elles n'ont jamais pu être raisonnablement regardées comme des signes de la colère divine, n'annonçant au contraire, comme tous les autres corps célestes, que la profonde sagesse & la puissance infinie du Créateur; il donne un abrégé de la théorie des éclipses, de la mesure & de la division du temps & les notions principales du calendrier; en un mot, cette leçon est un traité de sphère d'autant meilleur que l'exposition des phénomènes & leur explication sont par-tout suivies de remarques qui en indiquent les applications.

La dix-neuvième leçon a pour objet les propriétés de l'aimant; tout le monde connoît les propriétés attractive & directive de cette pierre, mais tout le monde ne sait pas à quel point ces propriétés diffèrent en énergie dans une pierre ou dans l'autre; M. l'abbé Nollet commence cette leçon par donner des moyens de les reconnoître & de s'en assurer; non-seulement on peut reconnoître la force d'une pierre d'aimant, mais encore on peut l'augmenter, l'art a trouvé les moyens de rassembler & de concentrer, pour ainsi dire cette force dans des pièces d'acier appliquées convenablement à la pierre, & qu'on nomme *armures*, & M. l'abbé Nollet entre dans le détail intéressant de cette opération & des applications curieuses qu'on en peut faire: l'art a été encore plus loin, il est parvenu à former des assemblages de barres ou lames aimantées qu'on nomme *aimans artificiels*, & qui ont toutes les propriétés des meilleures pierres dans un degré bien supérieur à celui de ces pierres; il y a plus, on a imaginé différens moyens d'augmenter prodigieusement la vertu qu'une pierre peut communiquer à ces lames & même de s'en passer absolument & de leur communiquer une très-grande force magnétique sans aimant. M. l'abbé Nollet rend

compte, dans cette Leçon, des différentes découvertes faites depuis quelques années, tant en France qu'en Angleterre, par M.rs du Hamel, Antheaulme, Knigth, Canton, Mitchell, &c. & des tentatives qu'il a faites pour reconnoître si l'aimant artificiel gagneroit à être armé de tous les moyens employés à ces différens usages.

Une des plus utiles propriétés de l'aimant, est la faculté qu'il a de se diriger constamment vers la partie du nord; c'est la base de l'admirable invention du compas ou boussole de mer & de celles dont on se sert à terre: M. l'abbé Nollet donne la construction de ces instrumens & de ceux qui servent à déterminer la déclinaison de l'aiguille, c'est-à-dire l'angle qu'elle fait avec la ligne méridienne & son inclinaison, c'est-à-dire celui qu'une aiguille bien mise en équilibre fait avec l'horizon dès qu'elle est aimantée. Tous ces phénomènes conduisent naturellement à en rechercher les causes, & les Physiciens ne se sont pas épargnés dans cette recherche; M. l'abbé Nollet rapporte les différentes opinions qu'ils ont publiées à ce sujet, mais il faut avouer, & il ne le dissimule pas, qu'il s'en trouve bien peu de satisfaisantes, & que malgré tous leurs efforts, on est encore bien peu avancé sur ce point.

La Physique est féconde en merveilles, & celles de l'électricité ne le cèdent point à celles de l'aimant: c'est elle qui fait l'objet de la XX.e & de la XXI.e Leçon de M. l'abbé Nollet. Il divise d'abord l'électricité en deux espèces, la naturelle & l'artificielle; la naturelle est celle qui s'excite d'elle-même & par des causes inconnues dans notre atmosphère & qui est la cause du tonnerre: M. l'abbé Nollet se contente d'indiquer celle-ci & n'y revient que lorsque quelques phénomènes l'y conduisent; l'électricité artificielle, celle qu'il nous est donnée d'exciter, à l'aide de certains instrumens, est le principal objet de M. l'abbé Nollet dans ces deux Leçons; il y reprend, mais très en abrégé, les principes qu'il a donnés sur cette matière en 1746, & dont l'Académie a rendu compte alors dans son Histoire *, & les applique à l'explication des faits qu'il présente.

* *Voy. Hist. de l'Acad. 1746, page 25.*

Ces deux Leçons sont partagées en trois sections, la première

traite de la vertu électrique, des moyens de la faire naître & des signes auxquels on peut reconnoître sa présence & son intensité; les expériences que donne M. l'abbé Nollet pour établir les caractères de la vertu électrique, sont très-propres à répandre un grand jour sur cette matière, mais il faut bien prendre garde que dans certains cas indiqués par M. l'abbé Nollet, des corps, qu'on auroit presque lieu de regarder comme non électrisés, opèrent d'une manière très-marquée tout ce qui annonce une forte électricité.

La seconde section contient tout ce que l'expérience a pu nous faire connoître de plus certain & de plus propre à nous éclairer sur la cause des phénomènes électriques, il s'y trouve quelques faits qui ont été contestés: M. l'abbé Nollet prend le parti de mettre sous les yeux du Lecteur les passages des Physiciens connus qui déposent en faveur du parti qu'il adopte, seul moyen qui reste en pareil cas; il en fait de même à l'égard de la distinction qu'on a voulu introduire entre les aigrettes & les points lumineux; il apporte, pour prouver son sentiment, plusieurs faits qui tendent à établir que les uns & les autres sont dûs à une matière effluente.

Enfin la dernière section est absolument destinée à appliquer les principes établis dans les deux premières à la recherche de la cause générale & immédiate des phénomènes électriques. On juge aisément combien cette partie doit être intéressante par la liaison que les faits y reçoivent, par la facilité avec laquelle on les fait, pour ainsi dire, dériver les uns des autres & par les remarques dont ils sont accompagnés; nous ne pouvons pas même nous refuser d'indiquer au Lecteur celles qui ont pour objet la fameuse expérience de Leyde; mais comme la plupart de ces objets tendent à affermir les principes posés par M. l'abbé Nollet dans l'Ouvrage cité ci-dessus, nous ne pourrions y entrer sans tomber dans des redites, & nous croyons devoir prier le Lecteur de vouloir bien recourir à ce que nous en avons dit alors & dans plusieurs autres endroits de l'Histoire de l'Académie. Les objets intéressans dont ce volume est rempli & la manière nette & précise avec laquelle M. l'abbé Nollet les

les a traités, le rendent un des plus curieux Ouvrages de ce genre & digne d'aller à la suite de ceux du même auteur qui l'ont précédé.

CETTE même année parut, dans le Journal des Savans*, un petit Ouvrage de M. de Mairan, sous le titre de *Lettre à M. le Comte de Caylus sur une pierre gravée antique*. * *Journal des Sav. Déc. 1764.*

Cet Ouvrage semble au premier coup-d'œil d'un genre si peu analogue aux occupations ordinaires de l'Académie, que nous croyons devoir rendre compte de l'occasion qui l'a fait naître & de la liaison qu'il peut avoir aux Sciences qui font l'objet ordinaire de nos recherches.

M. le Comte de Caylus avoit fait présent à M. de Mairan d'une pierre gravée, chargée de figures visiblement astronomiques & probablement relatives à quelque fait intéressant, il l'avoit en même temps prié d'essayer à démêler quel étoit l'évènement auquel elle se rapportoit, & de voir si on en pourroit tirer quelques lumières sur l'époque de cet évènement & sur les circonstances qui l'avoient accompagné; c'étoit, comme on voit, une espèce d'énigme savante à deviner, dans l'examen de laquelle l'Astronomie devoit entrer pour beaucoup; cette difficulté étoit peu capable d'effrayer M. de Mairan ; cette science lui étoit trop familière, mais il en a éprouvé une à laquelle il ne croyoit pas devoir s'attendre. Non-seulement l'explication de cette espèce de monument exigeoit des connoissances astronomiques, mais elle en exigeoit aussi d'astrologiques; & nous ne croyons faire aucun tort à M. de Mairan, en disant qu'il se trouvoit en défaut à cet égard & qu'il lui a été nécessaire de les acquérir ; nous avons cru ce petit préambule nécessaire pour que le Lecteur ne fût pas surpris de trouver dans un Ouvrage de M. de Mairan & dans l'histoire de l'Académie, des discussions de cette espèce traitées sérieusement, il a trouvé le secret de les ennoblir en quelque sorte, par l'usage ingénieux qu'il en a su faire.

La pierre en question est une cornaline presque ronde ;

d'environ ſept lignes de diamètre, une étoile à ſix rayons en occupe le centre, un de ces rayons eſt différent des autres, il eſt comme flamboyant & indique d'autant plus viſiblement une Comète, qu'on trouve parmi les monumens antiques des figures ſemblables employées à les repréſenter.

Cette étoile ou comète eſt entourée de trois figures d'animaux, diſpoſées à peu-près en triangle équilatéral, & qu'on ne peut méconnoître pour les ſignes du Bélier, du Taureau & du Lion, figurés comme les monumens nous apprennent qu'ils l'étoient alors. Telle eſt la pierre dont il eſt ici queſtion, eſſayons de préſenter une idée de l'ingénieuſe explication qu'en donne M. de Mairan.

Il ne doute point que cette eſpèce de tableau aſtrologique n'ait été fait pour Auguſte, à l'occaſion de la comète qui parut lorſqu'il faiſoit célébrer les jeux de Vénus mère, inſtitués par Jules Céſar, quelque temps après la mort funeſte de ce dernier; la conformité de l'étoile gravée ſur la pierre avec les médailles frappées à ce ſujet, ne permet pas d'en douter: un paſſage de Pline, rapporté par M. de Mairan, vient à l'appui de cette opinion: Auguſte, que l'Hiſtorien latin y fait parler, dit formellement que pendant ces jeux il parut un aſtre chevelu, *ſidus crinitum*, dont l'apparition dura ſept jours, qui ſe levoit environ une heure avant le coucher du Soleil, & qui fut vu de toute la terre; que le peuple crut que c'étoit l'ame de Céſar qui étoit reçue au rang des Immortels, ce qui l'engagea à mettre la figure de cette comète ſur la tête de la ſtatue qu'il lui conſacra; cette ſtatue même ne fut pas le ſeul monument de l'apparition de cette comète, elle fut révérée dans un temple bâti en ſon honneur, & Pline ajoute que ce fut le ſeul de cette eſpèce dans tout l'Univers.

Auguſte n'étoit pas aſſez ſimple pour prendre la comète pour une apothéoſe de Céſar, mais il fut aſſez adroit pour profiter de l'opinion publique, & il eſt difficile de ſe refuſer à la penſée que lui-même regarda cette apparition comme un heureux préſage pour le commencement de ſon règne, & en fut aſſez flatté pour recevoir avec quelque ſatisfaction les

prédictions astrologiques qui lui furent présentées à cette occasion ; c'étoit alors la folie regnante, & il n'y a pas encore long temps qu'on est guéri en France de cette espèce de maladie. Il n'en fallut pas davantage pour produire un grand nombre de thèmes célestes à l'occasion de ce phénomène, & vraisemblablement la pierre en question est un monument relatif, non-seulement à la comète, mais encore à l'état du ciel à la naissance d'Auguste ; le Lion placé avec deux autres signes célestes qui ne lui sont pas contigus dans le zodiaque, marque un choix réfléchi & appuyé sur quelques raisons astrologiques.

Le premier point que M. de Mairan s'est proposé de discuter a été de savoir si les figures du Bélier, du Taureau & du Lion, signifioient ou les signes proprement dits ou les constellations qui les désignent ; il auroit peut-être été difficile de résoudre cette question, mais heureusement ce n'en est pas une, les constellations que le mouvement de la précession des équinoxes d'un degré en soixante-douze ans a éloignées pour nous des signes auxquels elles ont donné leur nom, d'environ un signe ou 30 degrés, ne s'étoient encore écartées que de peu de degrés, & on peut sans risque, sur-tout en pareille matière, prendre l'un pour l'autre.

En ramenant les étoiles à la position qu'elles avoient au commencement du règne d'Auguste, M. de Mairan trouve que la comète placée suivant le texte de Pline, au-dessous de la grande Ourse, & qui se levoit une heure avant le coucher du Soleil, avoit dû être voisine de l'étoile ξ de la grande Ourse, qu'elle avoit pour longitude le huitième degré du Lion, & que par conséquent l'artiste dont vraisemblablement l'astrologue conduisoit la main, avoit eu raison de placer comme il l'a fait, le rayon qui la caractérise vers le Cœur de la figure qui représente ce signe ; il résulte encore de la latitude connue de l'étoile ξ & de l'heure du lever de la comète, que les jeux pendant lesquels elle parut furent célébrés vers le milieu de Janvier de la quarante-troisième année avant Jésus-Christ, & dix mois après la mort de César, époque jusqu'à

préſent peu déterminée & livrée à l'incertitude des conjectures & des expreſſions vagues des Hiſtoriens.

La comète en queſtion eſt, ſuivant M. Halley, du petit nombre de celles dont on a quelques retours, & elle a reparu en 1680, mais il ſe préſente ici une difficulté; aucun des Auteurs qui ont parlé de celle de Céſar, n'a fait mention qu'elle eût une queue, ils la caractériſent tous de chevelue, *ſidus crinitum, ſtella crinita,* & celle de 1680 en avoit une très-grande; cependant cette difficulté n'eſt qu'apparente, la queue des comètes leur eſt accidentelle, elles ne la prennent, ſelon M. de Mairan, que lorſqu'elles approchent du Soleil, à peu-près à la diſtance de l'orbite terreſtre : or en combinant les élémens de la comète en queſtion, donnés par M. Halley, ſa poſition en 1680 & 1681, & ſa révolution de cinq cents ſoixante-quinze ans, il ſe trouve que cette comète qui avoit déjà reparu en 531, en 1106, & enfin en 1680 & 1681, paſſa dans cette dernière apparition ſi près du Soleil qu'elle n'en étoit éloignée que d'un ſixième du diamètre de cet aſtre, elle dut donc ſe charger d'une queue immenſe qu'elle n'avoit pas même au commencement de ſon apparition, au lieu qu'en, ſuivant le calcul de M. Halley, dans ſon apparition à la mort de Céſar, elle étoit éloignée du Soleil de près de la moitié du ciel, bien loin par conſéquent de la diſtance où elle auroit pu prendre une queue, & qu'elle n'en devoit point avoir: il réſulte encore de ce calcul que la comète pouvoit être alors ſtationnaire & n'avoir que peu ou point de mouvement apparent dans le ciel étoilé, auſſi aucun des Auteurs qui en ont parlé n'a-t-il fait mention de ſon mouvement; quant à la courte durée de ſept jours de cette apparition ſi brillante, elle ne doit vraiſemblablement être attribuée qu'à des circonſtances purement phyſiques qui n'en permirent la vue que pendant ce petit eſpace de temps; paſſons préſentement à la partie aſtrologique de cette eſpèce de monument; le Béſier pourroit y avoir été mis pour rappeler la mémoire du funeſte évènement de la mort de Céſar, & il ſeroit alors un ſymbole hiſtorique, mais il joue encore là un autre rôle.

La comète étoit, comme nous venons de le faire voir, placée dans la constellation du Lion, & sa longitude étoit presque la même que la belle étoile de cette constellation qui en désigne le cœur : or le Lion en général étoit mis au rang des signes fortunés, & sur-tout l'étoile en question qu'on nomme *l'étoile Royale, le petit Roi, Regulus.* Quelle source d'heureux pronostics & d'extravagances flatteuses pour Auguste : ce n'est pas tout, il falloit encore avoir égard aux *aspects* & aux *irradiations* respectives des planètes ; le plus avantageux étoit le trine, ou lorsque les astres étoient distans entre eux de 120 degrés ; l'aspect quadrat étoit indifférent par lui-même, mais déterminé à être heureux ou malheureux, suivant les étoiles qui en étoient l'objet : or la comète placée dans le Lion, comme nous l'avons dit, regardoit en *trine* le signe d'*Aries* & en quadrat l'œil du Taureau, symbole de l'abondance, & l'astre spécialement consacré à Vénus mère dont on célébroit alors les jeux.

Il y a plus, c'étoit encore un principe astrologique de considérer quel étoit l'astre ou la constellation qui montoit sur l'horizon à l'instant de la naissance, de la fondation d'une ville ou de tout autre évènement dont on vouloit prévoir les suites, car cette règle s'étendoit à tout, & pourquoi y eut-on fait des exceptions ? Or il est constant qu'à l'instant de la naissance d'Auguste, c'étoit le Capricorne qui montoit sur l'horizon, ou, pour parler en termes de l'art, qui étoit *son horoscope ou son ascendant.* M. de Mairan discute exactement ce point pour lever l'ambiguité qui pourroit se trouver en comparant le récit de quelques historiens ; & Auguste lui-même en étoit si bien instruit qu'il fit battre des médailles avec l'empreinte de ce signe, qui, pour le dire en passant, fournissoit aux astrologues les pronostics les plus flatteurs : on ignore si ces médailles étoient l'ouvrage de la politique d'Auguste ou de sa foiblesse, & peut-être y avoient-elles part toutes les deux ; quoi qu'il en soit, la comète placée dans le signe du Lion avoit le même ascendant qu'Auguste : on voit combien d'accroissement sa vertu bienfaisante devoit tirer de

ce concours de circonſtances, aſcendans, aſpects, conſtellations, tout s'étoit réuni en faveur de ce prince, & jamais aſtrologues n'ont été mieux ſervis que ceux d'Auguſte.

Tel eſt le précis de l'ingénieuſe explication que M. de Mairan a donnée de la pierre en queſtion; il falloit toute la ſagacité de ſon eſprit, toutes ſes connoiſſances aſtronomiques, pour tirer de ce monument ſingulier tout ce qu'il en a tiré pour la fixation de l'époque de la célébration des jeux en queſtion, de celle de la naiſſance d'Auguſte & pour la théorie de cette comète, & pour tout dire auſſi, toute la lecture qu'il a faite des bons hiſtoriens pour y reconnoître le ciel ſi ſingulièrement traveſti.





ANATOMIE.

SUR LA NATURE DES PIERRES ou CALCULS DU CORPS HUMAIN.

ON n'eſt que trop inſtruit de l'exiſtence des pierres qui ſe forment dans le corps humain, les douleurs cruelles qu'elles cauſent, & les accidens qu'elles occaſionnent ne permettent pas de l'ignorer, la Chirurgie éclairée par l'Anatomie, a oſé entreprendre de tirer du corps vivant, ces cauſes de tant de ravages; l'opération de la taille pour l'extraction des pierres de la veſſie, & celle indiquée par feu M. Petit pour tirer dans de certaines circonſtances les pierres qui ſe forment dans le foie, ſont à la fois des époques glorieuſes pour la Chirurgie, & des reſſources précieuſes à l'humanité. V. les Mém. p. 374.

Mais toutes précieuſes que ſoient ces reſſources, elles ſont cruelles & douloureuſes, & par-là même elles effrayent une infinité de malades qui ne s'y ſoumettent qu'à l'extrémité, & ſouvent lorſqu'il n'eſt plus temps de les employer ; on ne peut d'ailleurs ſans la plus grande imprudence, en confier l'uſage qu'à des mains prudentes & exercées, & quelquefois même malgré tout le ſavoir & toute l'attention poſſible, l'opération n'a pas l'heureux ſuccès qu'on en attendoit & le malade en devient la victime.

Il n'eſt donc pas étonnant qu'on ait cherché depuis long-temps des moyens plus doux & moins dangereux de ſe délivrer des maux que peuvent cauſer les pierres qui ſe forment dans le corps humain; on a propoſé bien des fois des remèdes, des breuvages dont l'uſage devoit, diſoit-on, diſſoudre les concrétions pierreuſes, ſur-tout celles de la veſſie; quelques-uns de ces remèdes parurent même réuſſir dans quelques occaſions, on

les donna aussitôt pour généraux & assurés, ils manquèrent dans quelques autres, & c'en fut assez pour les proscrire, on devoit au reste s'attendre à ces alternatives de bons & de mauvais succès; avant que d'entreprendre de dissoudre les pierres, il auroit fallu connoître leur composition afin de voir par quels remèdes elles pourroient être attaquées avec avantage; il auroit fallu voir si toutes avoient la même texture pour varier les procédés suivant les différentes circonstances, & c'étoit précisément ce que l'on avoit négligé, ou du moins sur quoi on n'avoit que des connoissances très-imparfaites.

C'est cette espèce de négligence que M. Tenon a entrepris de réparer, persuadé que s'il étoit possible d'obtenir quelque succès dans la recherche des moyens de dissoudre le calcul, ce ne seroit jamais que lorsque la nature de ces concrétions pierreuses seroit bien connue, n'étant pas possible de déterminer le dissolvant d'une substance sans en connoître la texture & la composition.

Cette recherche étoit même d'autant plus nécessaire qu'on n'ignoroit pas qu'il se trouve dans le corps animal des concrétions pierreuses de nature très-différente, qu'il y en a qui nagent sur l'eau, tandis que d'autres se précipitent au fond, que quelques-unes se brûlent & se consument, tandis que d'autres résistent à l'action du feu, qu'il s'en trouve de polies & formées de couches concentriques, & d'autres dont la surface est raboteuse, mamelonnée ou hérissée de pointes, qu'il y en a dans lesquelles on trouve au centre une espèce de noyau d'une substance tantôt homogène, tantôt hétérogène au reste de la pierre, qu'elles diffèrent entr'elles par leur couleur, leur forme, leur volume, leur poids, leur dureté & l'arrangement de quelques-unes de leurs parties, & l'analyse chymique avoit tiré de plusieurs d'entr'elles, de la terre, du sel volatil, de l'huile fétide & même une quantité d'air incroyable & qui va quelquefois, suivant les expériences de M. Hales, jusqu'à la moitié du poids de la pierre, enfin quelques Physiciens avoient avancé qu'il y avoit des calculs dissolubles par les acides, tandis que d'autres nioient formellement que ces

dissolvans

dissolvans eussent aucune prise sur eux ; ceux qui soutenoient la dissolubilité des calculs dans les acides, ajoutoient une circonstance remarquable, c'est qu'après la dissolution, il restoit une espèce de nuage ou de flocon mucilagineux, suspendu dans le dissolvant, & qui ne s'y mêloit point.

Dans cette incertitude, M. Tenon prit le parti de recommencer les expériences par lui-même & d'examiner principalement ces deux points, l'un s'il y a des pierres animales qui résistent à l'action des acides, ou au moins de certains acides; & l'autre quelle est la nature de ce nuage que quelques Auteurs avoient vu dans la liqueur après la dissolution.

Il commença donc par se fournir des différentes espèces de concrétions pierreuses qui se forment dans le corps animal, & les soumit à l'action des différens acides, observant seulement de les affoiblir avec l'eau commune comme Maître-Jan l'avoit autrefois pratiqué dans ses recherches sur le cristallin, & comme M. Hérissant l'a mis en usage dans le travail intéressant qu'il nous a donné sur la texture des os.

Cette précaution d'affoiblir les acides minéraux dont on se sert, n'est pas inutile; s'ils étoient dans toute leur force, ils détruiroient une partie intéressante de la pierre que les recherches & les observations de M. Tenon lui ont fait connoître : hâtons-nous d'en présenter les résultats.

Les esprits de nitre & de sel, l'eau régale affoiblis, les acides même végétaux, dégagent une quantité d'air considérable des pierres soumises à leur action, ils séparent de toutes celles qu'ils peuvent dissoudre une partie terrestre qui se dissout & demeure unie au dissolvant, à moins qu'on ne la précipite par un alkali, mais cette dissolution laisse à découvert une autre partie bien plus singulière, qui s'élève à la surface de la liqueur sous la forme d'un nuage mucilagineux, & qui, tant qu'elle est imbibée du fluide, conserve la forme & le volume de la pierre ; ce corps transparent & léger est le rudiment, ou comme M. Tenon le nomme, *le canevas* de l'édifice pierreux; les perles, les pierres qui se forment sur les dents ou dans l'os de la mâchoire, celles de l'*uterus*, celles des boyaux des

chevaux ou des chèvres, & enfin celles de la vessie de l'homme & du porc-épic, ont toutes présenté le même phénomène.

Il ne faut pourtant pas s'imaginer que les mêmes acides produisent le même effet sur toutes sortes de pierres, les pierres jaunes & cendrées du poumon & les pierres à couches jaunâtres de la vessie, sont bien plus longues à dissoudre par l'acide nitreux, & elles ne présentent après la dissolution aucun canevas, mais un flocon de mucosité qui se précipite au fond du vaisseau.

D'autres pierres de vessie noires & mamelonnées à leur surface, ne se dissolvent point du tout dans l'acide nitreux, mais cependant il agit sur elles, car il leur enlève leur couleur noire & les rend friables.

Dans le nombre des pierres de la vessie, il s'en trouve qui sont alternativement composées de couches noires & de couches blanches; M. Tenon voulut voir ce qu'elles deviendroient dans de l'esprit de nitre, & il les y mit, la même chose arriva qu'aux pierres purement noires & purement blanches, les couches de cette dernière couleur furent dissoutes & laissèrent à découvert leur canevas, les noires ne furent pas attaquées.

M. Tenon ayant examiné l'action de l'esprit de nitre sur les pierres animales qu'il lui avoit soumises, voulut voir quel seroit sur elles l'effet de l'huile de vitriol, & il trouva que cet acide, quoique plus fort que l'esprit de nitre, n'attaquoit point les pierres jaunes de la vessie que l'acide nitreux avoit dissoutes, qu'il dissolvoit ou plutôt détruisoit plus lentement que l'esprit de nitre, presque toutes les autres pierres animales, excepté celles des boyaux des chevaux, mais qu'il détruisoit en même temps cette espèce de substance qu'on nomme *canevas,* qui se trouve dans toutes ces pierres.

Nous avons dit qu'il détruisoit, car l'action de l'acide vitriolique n'opère pas une véritable dissolution, c'est plutôt, selon l'expression même de M. Tenon, une démolition, & on en voit les débris au fond du vase, ce qui n'arriveroit certainement pas s'ils étoient dissous.

Cette circonſtance de la deſtruction du canevas dans l'huile de vitriol, & les flocons muqueux ou glaireux qu'on obſervoit au fond du bocal après la diſſolution de certaines pierres par l'eſprit de nitre, rappelèrent à M. Tenon qu'on l'avoit autrefois aſſuré que les eaux de Baredge réduiſoient en glaire les pierres de la veſſie ſoumiſes à leur action, c'en fut aſſez pour lui faire ſoupçonner que les flocons glaireux de ſes expériences & la glaire dans la forme de laquelle les pierres étoient converties par l'eau de Baredge n'étoient autre choſe que les débris de ce canevas qu'offrent toutes les pierres diſſoutes & plus ou moins attaqué & ramolli.

Un voyage que M. Tenon eut occaſion de faire à Baredge, le mit à portée d'examiner ce fait par lui-même, & il trouva que les pierres blanches & les pierres jaunes étoient réduites aſſez promptement dans les eaux de la Source-royale & dans celles de Cautrès en une eſpèce de glaire limpide, viſqueuſe & ſemblable au blanc d'œuf; il eſt donc certain que le canevas qui y exiſte eſt au moins très-altéré par l'action de ces eaux, mais ce qui eſt peut-être plus ſingulier que tout le reſte, c'eſt que ces mêmes pierres jaunes qui avoient réſiſté abſolument à l'huile de vitriol, & ne s'étoient diſſoutes dans l'acide nitreux qu'après pluſieurs mois de ſéjour dans cet acide, aient cédé ſi promptement à l'action de ces eaux, bien moins fortes en apparence que les acides dont nous venons de parler.

Il exiſtoit encore une eſpèce de pierres murales qui ne ſe laiſſoient entamer ni par les eaux minérales, ni par l'acide nitreux; il étoit cependant néceſſaire de les décompoſer pour voir ſi elles contenoient réellement, comme M. Tenon avoit droit de le ſoupçonner un canevas analogue à celui qu'il avoit trouvé dans toutes les autres.

Il avoit aperçu que ces pierres, quoiqu'elles ne fuſſent pas diſſoutes, donnoient à l'acide nitreux une couleur jaune, & il avoit dégagé de certains calculs une ſubſtance jaunâtre & huileuſe, plus peſante que l'eſprit de vin & que les acides, & qui ſe précipitoit au fond du vaiſſeau; c'en fut aſſez pour lui faire ſoupçonner que dans la compoſition des pierres

réfractaires, il se trouvoit une substance grasse qui défendoit le reste de leurs parties intégrantes de l'action des acides.

Pour essayer de leur enlever ce défensif, il les fit bouillir les unes dans de l'eau pure, les autres dans de l'eau de savon, d'autres enfin dans des eaux minérales de Baredge & de Cautrès, & il eut le plaisir de voir sa conjecture confirmée, il en sortit des courans étonnans d'air, & les mêmes pierres qui avoient résisté pendant trente-cinq mois aux acides, y furent après cette préparation dissoutes en très-peu de jours & laissèrent leur canevas à découvert, mais avec cette circonstance que celles qui n'avoient éprouvé que l'eau commune ou l'eau de Baredge bouillante pour toute préparation, se trouvèrent les plus faciles à dissoudre.

Il est donc bien certain que toutes les pierres animales se peuvent dissoudre par les acides, mais elles ne se dissolvent pas toutes par le même, & quelques-unes ont, comme on vient de le voir, besoin d'une préparation qui les rende dissolubles.

Il n'est pas moins constant qu'il n'est point de pierre animale qui n'ait un canevas qui sert comme de charpente à son organisation & de soutien à la matière crétacée dissoluble dans les acides, qui leur donne leur consistance & leur dureté.

Ces canevas ne sont ni de la même forme ni de la même nature dans toutes les pierres, les unes comme les perles fines, les pierres blanches & jaunes murales de la vessie, celles des routes utérines, certains bézoards très-compacts du porc-épic, & celles des boyaux de chèvre, ont un canevas composé de couches orbiculaires concentriques, emboîtées les unes dans les autres comme les peaux d'un oignon, transparentes, flexibles & muqueuses.

D'autres, comme celles des écrevisses & des homards, le tuf des dents & quelques-unes du bassinet du rein, ont un canevas composé de couches aussi transparentes, mais plus solides & seulement sémi-orbiculaires, emboîtées les unes dans les autres comme des gobelets; ces deux espèces de canevas se durcissent par l'eau bouillante & par l'esprit de vin, mais

l'eau tiède les ramollit & les réduit à la longue en une substance branchue & muqueuse.

Il se trouve des pierres dont le canevas est poreux, & représente une espèce d'éponge, & ces canevas sont de trois espèces différentes; les premières qui se trouvent dans de certaines pierres de l'*uterus* offrent une substance qui paroît comme lymphatique, trouée en plusieurs endroits, & une partie colorante huileuse qu'on en sépare par l'esprit de vin; ceux de la seconde espèce qui se trouvent dans certaines pierres des boyaux des chevaux, sont composés, outre la substance muqueuse, d'une très-grande quantité de poils très-fins & de fragmens très-menus de végétaux : il s'est trouvé enfin dans quelques pierres formées dans la mâchoire inférieure un canevas qui, à la solidité près, ressembloit beaucoup au parenchyme des os.

Il résulte des recherches de M. Tenon, desquelles nous venons de rendre compte, que la nature des pierres animales n'étoit en aucune façon connue, & que la diversité de leur composition étant aussi grande qu'elle l'est, il ne doit pas paroître étonnant qu'aucun remède jusqu'ici n'ait pu parvenir à les dissoudre toutes: on s'est trop hâté de les donner, sur quelques succès, comme des spécifiques contre la pierre en général, on s'est trop hâté de les proscrire & de les abandonner d'après leur inefficacité dans d'autres cas; la nature des pierres mieux connue, pourra donner des moyens de reconnoître l'espèce de celles qu'on voudra attaquer, & de substituer des traitemens réfléchis & éclairés, à l'empyrisme aveugle. On juge bien que ce travail n'est pas fini, M. Tenon n'a garde de ne pas profiter de la route qu'il vient de s'ouvrir, il promet la suite de ses recherches, on peut s'en rapporter à ses lumières & à son zèle pour le progrès de la Physique & le bien de l'humanité & être bien sûr qu'il ne les abandonnera pas.

SUR UNE MALADIE SINGULIÈRE.

V. les Mém. page 206.

* Voy. Hist. 1753. p. 114.

L'ACADÉMIE a rendu compte en 1753 * de la maladie extraordinaire de la nommé Suppiot, dont les os s'étoient ramollis au point de céder à la rétraction des muscles, & de permettre à ses pieds de se relever jusque derrière sa tête, à laquelle ils servoient comme de coussin; en voici une seconde qui ne le cède nullement en singularités à la première, & que M. Morand fils a communiquée à l'Académie : la nommée Bourguillot, veuve Mellin, qui a eu le malheur d'en être le sujet, étoit d'une assez belle taille, d'un tempérament pléthorique & d'un caractère vif, prompt & enjoué; elle n'avoit eu pendant sa jeunesse d'autre dérangement de santé, qu'une suppression de ses règles pendant environ deux ans, une ophtalmie, quelques douleurs sourdes dans un genou, accompagnées d'une espèce de cliquetis qui se faisoit entendre dans les mouvemens de cette partie, & quelquefois d'une rougeur & d'une légère enflure qui s'y faisoient remarquer.

Elle se maria à l'âge de vingt-un ans & eut deux enfans en quatorze mois, à sa seconde couche elle eut beaucoup de lait, qui ne parut s'écouler par aucune des voies ordinaires; bien loin de-là, tout se supprima dès le troisième jour, sans cependant lui causer d'autre accident qu'une légère enflure au genou, & elle se releva le huitième jour sans aucune incommodité apparente.

Cet état ne fut pas de longue durée, le lendemain elle fut saisie d'un froid & d'une foiblesse universelle, accompagnée d'un violent mal de tête & de douleurs aiguës dans les genoux, qui parurent gonflés & couverts d'empoules rouges & luisantes; elle perdit l'appétit; on sentoit dans toute l'étendue de l'abdomen des inégalités produites par le lait grumelé, & elle rendit par le vomissement une matière laiteuse infectée.

Dix mois de secours administrés selon toutes les règles de la Médecine, n'opérèrent aucun changement favorable dans la

ſituation de la malade, bien loin de là les muſcles extenſeurs du pied commencèrent à ſe raccourcir, & les pieds ſe trouvèrent dans la même direction que la jambe; un Empyrique auquel elle ſe livra, fut plus heureux, du moins en apparence; au moyen de topiques qu'il appliqua, l'enflure des genoux diſparut, mais l'humeur qu'il avoit chaſſée ſeulement de cette partie, ne tarda pas à ſe jeter ſur une autre; il ſurvint vers le coccix des clous de la groſſeur d'un œuf, ils abcédèrent & les vers s'y mirent ainſi qu'aux ongles des pieds; les douleurs revinrent très-vives, non-ſeulement aux genoux, mais encore aux bras, la rétraction s'établit dans leurs muſcles & la malade ceſſa de pouvoir en faire uſage; elle devint ſujette à des ſyncopes accompagnées d'épanchement de bile qui paroiſſoit ſur la face, & pendant leſquelles on l'a crue morte plus d'une fois; les douleurs devinrent affreuſes & ſans relâche, & les jambes & les cuiſſes ſe retirèrent de manière qu'elles ſe ſont appliquées ſur ſon corps, de façon que les talons touchoient immédiatement les feſſes; cet excès de maux n'étoit pas cependant encore à ſon comble, il s'y joignit une violente douleur de tête, elle vit autour d'elle un brouillard épais, la vue s'affoiblit & ſe perdit ſans retour: cet état affreux dura ſix mois, alors les règles ſupprimées depuis la couche fatale qui avoit cauſé tous ſes maux, reparurent & ne diſcontinuèrent plus de revenir en leur temps, les douleurs diminuèrent, elle obtint quelques heures de ſommeil, mais la rétraction des muſcles augmenta, les bras, les cuiſſes & les jambes s'appliquèrent fortement le long du corps comme s'ils y euſſent été repliés & ſerrés avec une corde.

L'état de la femme Suppiot dont la malade entendit parler, & à laquelle ſes pieds ſervoient d'oreiller, l'effraya, & pour éviter un pareil malheur qu'elle crut avoir à craindre, elle contint ſes membres dans le miſérable état où ils étoient, au moyen d'un eſpèce de jupon; ſes mains étoient alors enflées & ſi douloureuſes qu'elles ne pouvoient pas ſouffrir le contact même des draps; les douleurs cependant ſe ſont plus conſtamment fixées ſur les genoux, & la rougeur & l'enflure y ſub-

ſiſtent plus ou moins, la malade éprouve de temps en temps une ſenſation qui lui fait croire que ſes membres vont s'alonger, mais cette ſenſation eſt trompeuſe & c'eſt le temps où ils ſe raccourciſſent davantage.

Son eſtomac ne paroît pas encore s'être affoibli, mais le ventre eſt un peu pareſſeux, les urines & les ſueurs ſont dans leur état naturel; elle a preſque toujours une douleur de tête ſourde & quelquefois des élancemens, elle a une fluxion continuelle ſur les yeux, & de temps en temps une petite toux sèche accompagnée d'un crachement fréquent, d'un mal de dos continuel, d'élancemens dans cette partie & de gêne dans la reſpiration.

Un état ſi fâcheux paroîtroit devoir mettre la malade à l'abri d'autres maladies, elle ſembleroit avoir payé bien au-delà de ſa cotte-part des misères de cette eſpèce attachées à l'humanité, mais cependant elle n'a pas été exempte d'autres maladies graves, & indépendamment des ulcères & autres accidens de cette eſpèce qu'elle a eſſuyés, elle a été attaquée d'une péripneumonie qui lui a fait cracher le ſang & le pus pendant trois jours, elle a eu une fièvre de mauvais caractère & une enflure univerſelle, peu douloureuſe à la vérité, & qui ſe termina par une dartre vive & ſaigneuſe qui parut ſous les aiſſelles.

Dans l'état où nous venons de repréſenter la veuve Mellin; privée de l'uſage de la vue & de tous ſes membres, auſſi horriblement contrefaite qu'elle l'eſt, livrée aux vers & aux inſectes qui s'engendrent ſouvent dans les ulcères qui lui ſurviennent, & dans les ongles de ſes pieds & de ſes mains devenus énormes, aſſujettie pour les moindres beſoins à des ſecours étrangers que ſon état ne lui permet pas trop de ſe procurer, il lui ſeroit en vérité bien pardonnable d'avoir ce que l'on nomme *de l'humeur*, elle n'en donne cependant aucune marque, elle a conſervé au milieu de ſes douleurs, ſa gaieté naturelle; ſon embonpoint & ſon coloris ne déſignent ni les ſouffrances de ſon corps ni l'affliction de l'ame.

Cette maladie, malgré tout le rapport qu'elle a tant dans ſa

sa cause que dans ses effets avec celle de la femme Suppiot, en diffère cependant à plusieurs égards; dans celle de la Suppiot, la matière morbifique avoit principalement agi sur les os, qui étant devenus flexibles, n'avoient plus servi de point d'appui aux muscles & avoient cédé à leur action irrégulière; dans celle-ci les os ont conservé leur dureté, mais l'action des muscles irrégulièrement augmentée, les a presque tous déplacés, & il s'est fait, pour ainsi dire, une infinité de luxations par cause interne, qui ont occasionné l'affreux ravage dont nous venons de rendre compte: Mais quelque terrible que puisse être cet état, peut-on le regarder encore comme le terme des maux de cette espèce auxquels l'humanité est assujettie!

SUR UNE ÉPIPLOCÈLE
DONT LES SIGNES
FURENT D'ABORD TRÈS-ÉQUIVOQUES.

ON seroit trop heureux en Médecine & en Chirurgie, si les maladies qu'on entreprend de traiter étoient toujours si bien caractérisées qu'il fût impossible de s'y méprendre; mais ce n'est pas le cas le plus ordinaire, & souvent l'ambiguité des signes exerce plus la sagacité du Médecin pour reconnoître la maladie, que son habileté pour la guérir quand elle est une fois reconnue. V. les Mém. p. 452.

M. Tenon rapporte une observation singulière qui pourroit servir de nouvelle preuve à cette vérité, si elle avoit encore besoin d'être prouvée; il est seulement fâcheux que ce soit un Académicien qui y ait donné lieu.

Il fut appelé pendant l'automne 1763, pour voir M. Maraldi, qui étoit revenu de la campagne avec une grosseur dans l'aine droite; il n'avoit fait aucun effort qui eût pu y donner lieu, il avoit seulement senti un léger pincement dans l'aine en se tournant dans son lit, après lequel la tumeur

avoit paru, & s'étoit beaucoup accrue, parce qu'un accident arrivé à la voiture dans laquelle il étoit, l'avoit obligé de faire un chemin considérable à pied.

M. Tenon examina la tumeur, elle n'étoit point ronde, mais bosselée & remplie de petits corps durs de la forme & de la grosseur d'une aveline; la peau étoit dure, paroissoit épaisse & adhérente aux parties intérieures qui ne se prêtoient à aucun déplacement, en un mot cette tumeur ne ressembloit en rien à une hernie de onze jours qui étoient l'époque de celle de M. Maraldi.

Les émolliens, les cataplasmes, la pommade mercurielle n'opérèrent rien sur cette tumeur, les bains & les bols fondans & légèrement purgatifs eurent un peu plus de succès, ils procurèrent le ramollissement de la tumeur, son volume auparavant constant, augmentoit lorsque le malade alloit à la selle & on sentoit au travers des duretés, une partie voisine de l'anneau qu'on pouvoit faire rentrer, pour lors on apercevoit avec les doigts un vide entre l'anneau & ce corps pelotonné qui étoit toujours adhérent, dur & superficiel.

Il n'étoit pas douteux qu'il n'y eût dans cette maladie une hernie, mais quel étoit ce corps si dur & si rébelle qui l'accompagnoit; M. Tenon osa penser que ce corps étoit le reste d'une ancienne hernie dans laquelle l'épiploon n'ayant pas été repoussé dans l'abdomen, s'étoit par la pression d'un bandage, collé autour de l'anneau, l'avoit bouché & s'étoit durci dans plusieurs endroits, mais que quelques points de cette adhérence ayant été rompus, les parties qui composoient la nouvelle hernie, s'étoient échappées par-là: M.rs Morand & Moreau, appelés en consultation, furent du même avis, & ils apprirent en interrogeant le malade, qu'effectivement il avoit eu dans sa jeunesse une hernie du même côté, qui avoit été guérie par un bandage, & à laquelle il ne pensoit plus depuis long-temps.

Il se trouvoit donc effectivement deux hernies, l'une récente, aisée à guérir, & une autre ancienne; M. Tenon essaya de fondre ces duretés de l'ancien épiploon pour parvenir à

cicatriser les bords de l'anneau, mais il eut beau mettre en œuvre les fondans & les emplastiques, rien ne réussit, il se forma dans les duretés des foyers de suppuration, & il fallut ouvrir: il trouva effectivement une masse d'épiploon qui bouchoit exactement l'anneau, excepté par le bas, où on voyoit une ouverture par laquelle avoient passé les parties qui formoient la nouvelle descente; cette masse d'épiploon étoit si dure qu'on eut beaucoup de peine à l'emporter, il fallut employer le fer, les ligatures & la suppuration pour s'en défaire, & on ne put en être quitte qu'après un traitement de près de trois mois: cette observation peut servir à démontrer combien il est dangereux de laisser quelques parties d'une hernie sans les faire rentrer; & combien il est prudent, lorsqu'on a été attaqué de cette maladie, de porter toujours au moins un bandage contentif; elle fait voir encore que la suppuration si redoutable dans les hernies récentes, a été favorable dans celle-ci, & enfin elle offre des vues & des avantages dans le traitement des épiplocèles anciennes, adhérentes & squirreuses qu'on voudroit guérir radicalement. Ce n'est qu'en observant de près les accidens singuliers, qu'on peut trouver des ressources pour les combattre ou les prévenir.

SUR LA SITUATION DU GRAND TROU OCCIPITAL Dans l'Homme & dans les Animaux.

L'ANATOMIE comparée est un des flambeaux de la Physique, la différence qui se trouve entre les mêmes parties dans les diverses espèces d'animaux, tient ordinairement aux usages que chaque espèce en doit faire, & par conséquent influe beaucoup sur la connoissance de l'économie animale dans chacune de ces espèces; il est donc utile d'examiner avec soin ces différences, puisqu'elles doivent presque toujours nous conduire à de nouvelles connoissances. V. les Mém. p. 568.

C'eſt dans cette vue que M. Daubenton a entrepris de rechercher quelle pouvoit être la cauſe de l'énorme différence qui l'avoit frappé entre la ſituation du trou occipital dans l'homme & dans les différentes eſpèces d'animaux : nous allons eſſayer de donner une idée de ſes recherches.

Le grand trou occipital eſt l'ouverture par laquelle la ſubſtance médullaire doit paſſer de la boîte du crâne dans la gaîne oſſeuſe, formée par la colonne vertébrale ou épine du dos : c'eſt le premier & principal de ſes uſages, mais il en a encore un autre preſqu'auſſi important ; deux points placés ſur les bords de cette ouverture, & plus relevés que le reſte, touchent à la première des vertèbres du cou, & ſont avec ces vertèbres, comme la charnière ou plutôt le genou ſur lequel doivent s'exécuter tous les mouvemens de la tête.

C'eſt vraiſemblablement à ce dernier uſage que tient la différence que M. Daubenton a obſervée dans la poſition de cette ouverture dans l'homme & dans les différens animaux.

Cette différence eſt énorme ; ſuivant les obſervations de M. Daubenton, le grand trou occipital eſt dans l'homme preſqu'au milieu de la baſe du crâne, preſqu'auſſi éloigné de la partie poſtérieure de l'occiput, que de la partie antérieure de la mâchoire inférieure, & le plan de ſes bords fait à peine un angle de trois degrés, avec une ligne tirée de ſon centre à la partie inférieure des orbites.

Dans les quadrupèdes, au contraire, dans les poiſſons & dans certains animaux ovipares, comme le crapaud, le trou occipital ſe trouve à la partie poſtérieure de l'occiput, & ſon plan fait preſque un angle droit avec la ligne menée de ſon centre au bas des orbites.

Une différence auſſi conſidérable ne pouvoit pas paſſer pour une ſimple variété ; M. Daubenton ſoupçonna qu'elle devoit tenir à l'attitude différente à laquelle l'homme & les autres animaux ſont deſtinés ; l'homme formé pour aller debout & ſur ſes deux pieds, avoit beſoin que ſa tête fût en équilibre ſur la colonne vertébrale, & il n'étoit nullement néceſſaire qu'il la pût aiſément baiſſer juſqu'à terre,

du moins dans la partie de la bouche, & c'eſt effectivement ce que produit la poſition du trou occipital au milieu de la baſe du crâne, ſes mouvemens en doivent devenir beaucoup plus faciles ; il en réſulte ſeulement que ſi l'homme vouloit aller à quatre pieds, il lui ſeroit très-difficile, même dans cette ſituation empruntée, de toucher la terre de ſa bouche, chacun en peut faire aiſément l'épreuve, auſſi la bouche de l'homme ne doit-elle pas prendre ſa nourriture à terre, les mains ſont faites pour la lui porter.

Les quadrupèdes, au contraire, obligés de chercher leur nourriture à terre, avoient beſoin que leur tête fût comme pendante & leurs mâchoires très-alongées, il falloit donc que la charnière de leur tête fût placée tout-à-fait à la partie poſtérieure, & c'eſt auſſi ce que l'on obſerve.

En ſuivant ce ſyſtème très-vraiſemblable, les ſinges & les autres animaux de cette eſpèce qui affectent également la ſituation des hommes & celle des quadrupèdes qui prennent quelquefois leur nourriture à terre & quelquefois la portent à leur geule avec les mains, devoient avoir l'articulation de la tête placée moins près du milieu de la baſe du crâne que l'homme, & moins près de l'extrémité de l'occiput que les quadrupèdes, & des mâchoires un peu plus longues que celles de l'homme, mais moins que celles de ces derniers; c'eſt en effet ce qui ſe trouve & ce qui eſt bien à remarquer, ceux de ces animaux, qui comme l'*orang-outang*, ou ſinge d'Angola, affectent le plus l'allure de l'homme, ont auſſi le trou occipital placé bien plus près du centre de la baſe du crâne, & les mâchoires plus courtes qu'aucun autre ſinge, tandis que les makis qui ſont en ce point en quelque ſorte à l'autre extrémité de l'eſpèce, ont les mâchoires très-longues & le trou occipital preſqu'à l'extrémité poſtérieure de la tête.

Les crapauds, les grenouilles, les poiſſons dans leſquels la tête eſt abſolument dans la même direction que le corps, doivent avoir le trou occipital tout-à-fait au derrière de la tête, & c'eſt auſſi ce qui s'obſerve; enfin les oiſeaux, quoiqu'ils marchent ſur deux pieds, doivent prendre leur nourriture à

terre, & par conséquent l'articulation de la tête devoit être à la partie postérieure du crâne, comme en effet elle y est placée : combien de facilités cette différente situation du trou occipital doit-elle donner aux animaux des différentes espèces pour remplir les vues que l'Auteur de la Nature semble avoir eues sur eux ! Plus on étudie ses ouvrages & plus on y reconnoît les traces de sa sagesse & de son intelligence infinies.

SUR LES NAINS.

Les Géans semblent avoir beaucoup plus occupé l'esprit des hommes que les Nains; peut-être l'espèce de terreur que devoient naturellement exciter des êtres que leur taille rendoit naturellement plus forts & plus à craindre que les hommes ordinaires, y a-t-elle contribué ; plusieurs Auteurs cependant, tant anciens que modernes, ont parlé des Nains : M. Morand, à l'occasion d'une circonstance de laquelle nous allons parler, a eu occasion de rechercher ce qui avoit été dit jusqu'à présent sur cette matière, & de composer une espèce d'histoire suivie, sinon des Nains, au moins des sentimens de ceux qui en ont parlé ; car il faut avouer que dans ce que les anciens nous en ont laissé, il se rencontre plus de fables absurdes & incroyables que d'observations utiles : il ne faut pas même s'en trop étonner, les Nains passoient pour une merveille de la Nature, & on sait combien le merveilleux peut entêter. Revenons à ce qui a donné occasion à M. Morand de faire les recherches dont nous venons de parler, & desquelles nous dirons un mot en son lieu.

L'Académie a rendu compte en 1746 de l'histoire singulière d'un jeune enfant nommé Nicolas Ferry *, qui en naissant n'avoit que 8 à 9 pouces de long, & ne pesoit que 12 onces, & à l'âge de cinq ans étoit absolument formé sans être parvenu à une taille plus grande que 22 pouces : cette singularité fit le bonheur de cet enfant ; le feu Roi de Pologne, Duc de Lorraine, le vit & l'honora de ses bontés,

* *Voy. Hist. 1746, p. 44.*

dès ce moment *Bébé*, car c'est le nom qu'il lui donna, ne quitta plus son auguste bienfaiteur, & il est mort dans son palais. M. le Comte de Tressan, attaché à ce Monarque, envoya l'histoire de cet être singulier à l'Académie, & ce fut cette histoire qui engagea M. Morand aux recherches dont nous venons de parler, qui furent lûes à l'Assemblée publique du 14 Novembre 1764, & accompagnées de la statue en cire de Bébé *, modelée sur sa propre personne, coiffée de ses cheveux & habillée de ses habits; avoir assisté à cette séance étoit presque l'avoir vu.

Nous allons essayer de donner un abrégé, tant de la relation de M. le Comte de Tressan que des réflexions de M. Morand.

Nicolas Ferry étoit né à Plaisnes, principauté de Salins dans les Vosges, son père & sa mère étoient bien constitués; nous venons de dire combien il étoit petit au moment de sa naissance, mais nous n'avons pas ajouté combien il étoit délicat; on le porta à l'église sur une assiette garnie de filasse, & un sabot rembourré lui servit de berceau; jamais il ne put téter sa mère, sa bouche étoit trop petite pour saisir le mamelon, il fallut qu'une chèvre y suppléât, & il n'eut pas d'autre nourrisse que cet animal qui de son côté sembla s'y attacher.

Il eut la petite vérole à six mois, & le lait de la chèvre fut en même temps son unique nourriture & son unique remède.

Dès l'âge de dix-huit mois, il commença à parler, à deux ans il marchoit presque sans secours, & ce fut alors qu'on lui fit ses premiers souliers qui avoient 18 lignes de long.

La nourriture grossière des villageois des Vosges, telle que les légumes, le lard, les pommes de terre, fut celle de son enfance jusqu'à l'âge de six ans, & il eut pendant cet espace de temps plusieurs maladies graves dont il se tira heureusement.

Nous voici arrivés à l'époque la plus intéressante de la vie de Nicolas Ferry; le Roi Stanislas, ce Titus de notre

* Cette figure est l'ouvrage de M. Jeanet, habile Chirurgien de Lunéville, qui avoit pris soin de la santé du Nain pendant plusieurs années, & qui l'a fait mouler en cire à l'âge de dix-huit ans.

siècle, entendit parler de cet enfant extraordinaire & desira de le voir, on le fit venir à Lunéville, & bientôt il n'eut plus d'autre domicile que le palais du Prince bienfaisant, auquel de son côté il s'attacha singulièrement, quoiqu'il témoignât ordinairement très-peu de sensibilité, & ce fut alors qu'il prit le nom de *Bébé* qui lui fut donné par ce Monarque.

Quelques soins qu'on ait pu prendre pour l'éducation de Bébé, il n'a pas été possible de développer chez lui ni jugement ni raison, la très-petite mesure de connoissances qu'il a pu acquérir n'a jamais été ni à prendre aucune notion de religion, ni à former aucun raisonnement suivi, sa capacité ne s'est jamais élevée beaucoup au-dessus de celle d'un chien bien dressé, il paroissoit aimer la musique & battoit quelquefois la mesure assez juste; il dansoit même avec assez de précision, mais ce n'étoit qu'en regardant son maître attentivement pour diriger tous ses pas & ses mouvemens sur les signes qu'il en recevoit; il entra un jour à la campagne dans un pré dont l'herbe étoit plus grande que lui, il se crut égaré dans un taillis & cria au secours; il étoit susceptible des passions telles que le desir, la colère, la jalousie, & pour lors ses discours étoient sans suite & n'annonçoient que des idées confuses, en un mot, il ne montroit que cette espèce de sentiment qui naît des circonstances, du spectacle, & d'un ébranlement momentané, & le peu de raison qu'il montroit ne paroissoit pas s'élever beaucoup au-dessus de l'instinct de quelques animaux,

Madame la Princesse de Talmond essaya de lui donner quelques instructions, mais malgré tout son esprit elle ne put développer celui de Bébé, il en résulta seulement ce qui devoit naturellement arriver, il s'attacha à elle & en devint même si jaloux, qu'un jour voyant cette Dame caresser une petite chienne devant lui, il l'arracha de ses mains avec fureur & la jeta par la fenêtre, en disant : *pourquoi l'aimez-vous plus que moi !*

Jusqu'à l'âge de quinze ans, Bébé avoit eu les organes libres & toute sa petite figure très-bien & très-agréablement proportionnée;

proportionnée; il avoit alors 29 pouces de haut: à cet âge la puberté commença à se déclarer chez lui, mais ces efforts de la Nature lui furent préjudiciables; jusque-là les sucs s'étoient distribués également dans toute la machine, l'âge viril en se déclarant, troubla cette harmonie, il eut pour effet d'énerver un corps frêle & débile, d'appauvrir son sang & de dessècher ses nerfs, ses forces s'épuisèrent, l'épine du dos se courba, la tête se pencha, ses jambes s'affoiblirent, une omoplate se déjeta, son nez grossit, Bébé perdit sa gayeté & devint valétudinaire; il grandit cependant encore de 4 pouces dans les quatre années suivantes.

M. le Comte de Tressan qui avoit suivi avec attention la marche de la Nature dans le développement de Bébé, avoit prévu qu'il mourroit de vieillesse avant trente ans, effectivement il est tombé dès vingt-un ans dans une espèce de caducité, & ceux qui en prenoient soin ont remarqué en lui des traits d'une enfance qui ne ressembloit plus à celle de ses premières années, mais qui tenoit de la décrépitude.

La dernière année de sa vie, il sembloit accablé, il avoit peine à marcher, l'air extérieur l'incommodoit à moins qu'il ne fût fort chaud; on le promenoit au soleil, qui paroissoit le ranimer, mais à peine pouvoit-il faire cent pas de suite: au mois de Mai 1764, il eut une petite indisposition à laquelle succéda un rhume accompagné de fièvre, qui le jeta dans une espèce de léthargie, d'où il revenoit pendant quelques momens, mais sans pouvoir parler.

Les quatre derniers jours de sa vie il reprit une connoissance plus marquée; des idées plus nettes & plus suivies qu'il n'en avoit eu dans sa plus grande force, étonnèrent tous ceux qui étoient auprès de lui: son agonie fut longue, & il mourut le 9 Juin 1764, âgé de près de vingt-trois ans; il avoit alors 33 pouces de haut.

A l'ouverture du corps, qui fut faite par ordre du Roi de Pologne, par M. Perret son premier Chirurgien, sous les yeux de M. Ronnow son premier Médecin, on trouva un des os pariétaux un peu plus épais que l'autre, & le diploé

plus diſtendu, il y avoit de l'eau dans la poitrine, & les poumons étoient en quelques endroits adhérens à la plèvre, les côtes écraſées d'un côté formoient de plus grands arcs que de l'autre où elles étoient plus courtes, le tout ſelon la courbure irrégulière que l'épine avoit priſe, les viſcères étoient ſains.

Le ſquelette qu'on a conſervé, offre une ſingularité remarquable; au premier coup d'œil il paroit être celui d'un enfant de quatre ans, mais quand on examine l'enſemble & les proportions, on eſt étonné d'y reconnoître le ſquelette d'un adulte.

L'hiſtoire *de Bébé rappela à M. le Comte de Treſſan celle de M. Borwſlaski, Gentilhomme polonois, qu'il avoit vu à Lunéville, & qui eſt venu depuis à Paris.

Le père & la mère de ce dernier ſont d'une taille fort au-deſſus de la médiocre, ils ont eu ſix enfans; l'aîné n'a que 34 pouces, & il eſt bien fait; le ſecond dont il s'agit n'en a que 28, & il étoit alors âgé de vingt-deux ans; trois frères cadets qui le ſuivent à un an les uns des autres, ont chacun 5 pieds 6 pouces; le ſixième enfant eſt une fille qui n'a au plus que 20 à 21 pouces, bien faite dans ſa taille; elle a un joli viſage & annonce beaucoup d'eſprit. La reſſemblance qui ſe trouve entre Bébé & M. Borwſlaski, ne conſiſte heureuſement pour ce dernier que dans la petiteſſe de ſa taille, il a été bien plus favorablement traité par la Nature, il jouit d'une bonne ſanté, eſt adroit & léger, réſiſte à la fatigue & lève avec facilité des poids qui paroiſſent très-conſidérables pour ſa ſtature.

Mais ce qui le diſtingue le plus heureuſement de Bébé, c'eſt qu'il poſsède toute la force & toutes les grâces de l'eſprit; que ſa mémoire eſt très-bonne & ſon jugement très-ſain, il lit & écrit très-bien, il ſait l'Arithmétique, il ſait l'allemand & le françois & les parle avec facilité; il eſt ingénieux dans tout ce qu'il entreprend, vif dans ſes réparties & juſte dans ſes raiſonnemens, en un mot, M. Borwſlaski peut être regardé, ſelon l'expreſſion de M. de Treſſan, comme un homme fait, quoique très-petit, & Bébé comme un homme

manqué. Il n'y a pas même lieu d'en être étonné; la mère de Bébé eſt accouchée de lui à ſept mois, & après une groſſeſſe très-extraordinaire, qu'elle eut même bien de la peine à reconnoître pour telle, au lieu que M. Borwilaski eſt venu à terme: il n'eſt donc pas étonnant que le premier ayant été pour ainſi dire, affamé dans le ſein de ſa mère, les organes du cerveau ne ſe ſoient développées qu'imparfaitement; ce n'eſt ici qu'une conjecture, mais on en a ſouvent adopté de moins vraiſemblables.

Les deux Nains dont nous venons de parler, engagèrent M. Morand à recueillir avec ſoin ce que les auteurs nous ont tranſmis ſur ce ſujet; les Nains les plus anciens, deſquels il ſoit fait mention, ſont les Pygmées, mais ce peuple ſi célèbre par ſes combats avec les Grues, pourroit bien n'avoir jamais exiſté, du moins quand on recherche tous les endroits où on l'a placé, on n'en retrouve aucun veſtige, & il ſeroit aſſez vraiſemblable que cette prétendue nation ne dût ſon origine qu'à quelque nom étranger mal interprété par les Grecs; on a aſſez d'exemples de pareilles mépriſes. Au moins eſt-il certain qu'Homère eſt le premier qui en ait parlé dans ſon Iliade, en comparant les Troyens qui attaquent les Grecs en l'abſence d'Achille, à des grues qui fondent ſur des pygmées, mais Homère avoit beſoin d'une comparaiſon qui pût faire un tableau agréable, & non de diſcuter un point d'hiſtoire; ce ſeroit trop gêner l'imagination des Poëtes que de vouloir l'aſſujettir à l'exactitude hiſtorique; on ne lui demande que du feu: abandonnons-lui donc la nation des pygmées & examinons ce que des auteurs plus ſérieux peuvent avoir dit des Nains, nous y trouverons encore aſſez de fables, témoin le Nain cité par Nicéphore comme ayant été vu à la cour de Conſtantin, & qui n'étoit pas plus gros qu'une perdrix. L'hiſtorien, dans cette occaſion, pourroit bien avoir eu l'imagination un peu poëtique. Les romains, ſur-tout ſous les premiers Empereurs, mettoient les Nains au nombre des objets de leur luxe & de leur oſtentation; Auguſte en avoit un duquel on prétend qu'il fit faire la ſtatue, dans laquelle il plaignit ſi peu la dépenſe, que

les prunelles de ses yeux y sont marquées par des pierres précieuses : ce Nain, au rapport de Suétone, avoit moins de deux pieds de haut, pesoit dix-sept livres, & avoit une voix extrêmement forte ; cette statue qui est aujourd'hui dans le cabinet du Roi, a fait voir qu'Auguste n'étoit pas délicat en pareille matière, elle représente un *Richais* ou sujet noué, des plus mal faits, & qui n'a rien de cet air de petit adolescent qu'ont ordinairement les Nains : on lui donneroit environ trente ans.

Tibère admettoit un Nain à sa table, il lui permettoit les questions les plus hardies, jusque-là que ce Nain lui fit un jour hâter par ses discours le supplice d'un criminel d'État.

Marc-Antoine en avoit un d'une taille au-dessous de deux pieds, & que par ironie il avoit nommé *Sysiphe*.

Domitien avoit assez rassemblé de Nains pour en faire une troupe de petits gladiateurs.

Non-seulement les Empereurs entretenoient des Nains, mais les Princesses & même les Dames considérables en avoient ; l'histoire nous a conservé le nom de *Conopas*, Nain de la Princesse Julie, fille d'Auguste, qui avoit 2 pieds 9 pouces de haut, & ce goût dura jusqu'au règne d'Alexandre-Sévère, mais ce Prince ayant chassé les Nains & les Naines de sa cour, la mode en cessa bientôt dans tout l'Empire.

Le goût qu'avoient alors les Romains pour ces petits hommes en avoit fait un objet de commerce, & l'intérêt une occasion de cruauté ; les marchands pour avoir une plus grande quantité de Nains à vendre, imaginèrent de serrer des enfans dans des boîtes & avec des bandelettes faites avec art ; il est évident que ceux de ces enfans qui pouvoient échapper à cette torture cruelle n'étoient nullement des Nains, mais des hommes contrefaits & estropiés.

Le goût des Nains ne paroît pas avoir été depuis si vif chez les autres nations ; cependant Jonston rapporte que la première femme de Joachim Frédéric, Électeur de Brandebourg, avoit paru renchérir encore sur les Dames romaines, & qu'elle en avoit assez rassemblé de l'un & de l'autre sexe pour

les marier, & en faire de petits ménages dans la vue d'en multiplier l'espèce, mais son attente fut trompée & aucun n'eut de postérité; Hofman & Pierre Messie citent Catherine de Médicis comme ayant eu le même goût avec aussi peu de succès, on ne doit pas même s'en étonner, & nous verrons bientôt que ni l'une ni l'autre de ces tentatives n'ont dû en avoir.

Il résulte de ce que nous venons de dire, que l'histoire des Nains en offre deux espèces bien marquées, les uns nés tels dans toutes leurs proportions, & sans aucune difformité; ceux-ci sont, selon M. Morand, les véritables Nains; comme ils ne sont petits que par manque d'accroissement, ils peuvent avoir tous les agrémens de la figure & de l'esprit, mais ils vivent beaucoup moins que les autres hommes, & vieillissent beaucoup plus tôt.

A l'égard des *Richais*, *Rachitiques* ou enfans noués, & de tous ceux dont l'accroissement a été gêné ou rendu inégal par une maladie organique, ils ne sont pas Nains, mais contrefaits; les sucs qui doivent être distribués dans toute l'habitude du corps, dans une certaine proportion, ayant été dérangés, l'accroissement du sujet a été plus ou moins irrégulièrement retardé, & il en résulte ces petits hommes contrefaits que le peuple nomme *bancales*, qui ont, pour le dire en passant, presque toujours une voix très-forte pour leur taille.

Mais ce qui est assez singulier, c'est que la maladie appelée *rachitis*, qui ne produit ordinairement qu'une diminution dans la stature du sujet, puisse quelquefois produire quelque chose de gigantesque, c'est cependant ce que prouve une observation très-singulière rapportée par M. Morand. En même-temps que Bébé existoit à la cour de Lunéville, on a trouvé enterrée dans les Vosges, une tête humaine monstrueuse par sa grosseur, dont le crâne a 26 pouces de circonférence, mesurée dans le trait qu'on fait avec la scie pour séparer de la face ce qu'on nomme la *calotte du crâne*.

Cette tête attira les regards des Curieux qui décidèrent d'abord que c'étoit celle d'un Géant; feu M. Caneau de Lubacle, Correspondant de l'Académie, qui pour lors résidoit

à Sarrebourg, en fit l'acquiſition & l'envoya à M. Morand, qui l'a fait voir à l'Académie.

Si on conſidère les os du crâne ayant une épaiſſeur proportionnée entre eux, les ſutures & le reſte bien formé, & qu'on les compare à ceux de la face, on y voit une diſproportion frappante, & l'on eſt diſpoſé par la petiteſſe de ceux-ci à croire que cette tête eſt celle d'un enfant agé de dix à douze ans.

Cette monſtruoſité ne peut, ſelon M. Morand, être attribuée qu'à deux cauſes, la première ſeroit un hydrocéphale porté juſqu'à cet âge, ce qui ſeroit peut-être ſans exemple; la ſeconde pourroit être un accroiſſement extraordinaire des os du crâne; c'eſt à cette ſeconde cauſe que M. Morand la rapporte, & il eſt perſuadé que c'eſt en effet un vrai *rachitis*, ce qui ſemble confirmer cette opinion, c'eſt qu'auprès de cette tête ſe ſont trouvés un fémur & un tibia malades, aſſez gros & ankiloſés, ceux-ci ſont précieuſement conſervés dans le prieuré de Heſſe près Sarrebourg, où en faiſant mention de la groſſe tête qui a paſſé dans le cabinet de M. Morand, on montre les os qui reſtent comme des os de Géant, à ceux qui ne s'y connoiſſent pas.

L'inégale diſtribution des ſucs dans les parties de l'enfant & la trop grande molleſſe des os jointe à quelque vice dans la qualité des liqueurs, donnent communément lieu au *rachitis*; cette maladie nuit à l'accroiſſement des enfans qui en ſont attaqués, mais elle peut auſſi, comme on voit, opérer un effet contraire, & dans celui-ci (ce qui eſt remarquable) elle avoit produit une tête giganteſque.

Nous ne pouvons mieux terminer cet article que par la remarque ſuivante que M. Morand a empruntée de M. de Buffon.

« Il ſemble, dit-il, que la hauteur moyenne des hommes
» étant d'environ cinq pieds, les limites ne s'étendent guère
» qu'à un pied au-deſſus & au-deſſous, un homme de ſix pieds
» eſt en effet un très-grand homme, & un homme de quatre
» pieds eſt très-petit; les Géans & les Nains qui ſont au-deſſus

& au-dessous de ces termes de grandeur doivent être regardés «
comme des variétés individuelles & accidentelles, & non «
comme des différences permanentes qui produiroient des races «
constantes. » Il n'est donc pas étonnant que les mariages de Nains & de Naines faits par l'Électrice de Brandebourg & par Catherine de Médicis, n'aient donné aucune postérité; si quelqu'un avoit pu être fécond, il auroit peut-être produit des hommes de taille ordinaire.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UN habitant de la paroisse de Trutemer près Condé-sur-Noireau, en basse Normandie, se trouva tout d'un coup saisi d'un froid ou frisson qui lui dura jusqu'au lendemain, il commença alors à ressentir des maux d'estomac & une colique très-violente accompagnée de vomissemens affreux parmi lesquels il rendoit des matières stercorales; il survint le sur-lendemain une douleur très-vive à la cuisse droite; il y appliqua un cataplasme de farine & de vinaigre qui dissipa la douleur, & il se crut guéri pendant trois jours; il s'en falloit cependant beaucoup: au bout de ce temps les mêmes douleurs & les mêmes accidens recommencèrent, & il parut de plus une grosseur dans l'aine droite; le malade qui n'en savoit pas assez pour sentir le danger de son état, se contenta d'appliquer sur cette tumeur une pelotte de linge soutenue au moyen d'une ceinture de cotonnade, mais les accidens subsistant toujours, il appella M. Legot, Chirurgien à Tinchebray dans le voisinage. L'examen que celui-ci fit de l'état du malade, lui eut bientôt fait reconnoître une hernie avec étranglement de l'intestin, il lui représenta le danger de son état si vivement, qu'il se résolut à l'opération, la tumeur étant préparée par un cataplasme aromatique, on trouva qu'il s'y étoit formé une fistule par laquelle il étoit sorti plein la coquille d'un œuf de matière jaunâtre, épaisse comme du miel & de très-mauvaise odeur;

la sonde introduite par cette ouverture, fit voir que la plaie pénétroit du côté du ventre, & qu'il y avoit une fusée qui s'étendoit du côté des bourses qui étoient pour lors très-œdémateuses; l'ouverture faite sur la sonde donna issue à un pus de très-mauvaise odeur, dans lequel il se trouva deux vers de cinq à six pouces de long, de la même espèce que ceux qu'on rend ordinairement par les selles; au pansement du lendemain il s'en trouva encore trois autres pareils, ce qui continua jusqu'à ce que la plaie fût presqu'entièrement cicatrisée, en sorte que le malade rendit quinze vers par la plaie, & environ vingt par les selles. Il n'est pas difficile de voir que la cause de tout le mal avoit été une hernie avec étranglement; les vomissemens stercoreux, les douleurs & le frisson que le malade avoit éprouvés ne le lui auroient que trop indiqués, s'il eût été praticien, mais il ne l'étoit pas, & il avoit donné le temps à la partie pincée de l'intestin, de se détruire, c'étoit lorsque cette partie avoit cessé d'être vivante, qu'il avoit eu le faux calme dont nous venons de parler, alors l'intestin abcédé s'étoit ouvert, & c'étoit par cette ouverture que s'écouloient les matières qui infectoient, le pus & les vers qui passoient de l'intestin dans la plaie; le traitement méthodique a fait disparoître tous les accidens, mais le malade en avoit grand besoin, & la maladie sans ce secours auroit sûrement été mortelle: ce détail est tiré d'une lettre écrite par M. Legot à M. Tenon.

II.

M. Salomon Cuchet, ancien Chirurgien de vaisseau a fait voir à l'Académie un fœtus monstrueux, né à Souliers en Provence.

Cet enfant qui étoit venu à terme, étoit composé de deux corps réunis intérieurement & un peu latéralement par le ventre & par la poitrine, les extrémités supérieures & inférieures étant demeurées dans l'état naturel.

Il faut cependant en excepter la tête qui étoit unique & visiblement formée de la jonction de celle des deux embryons.

Il résulte de ce que nous venons de dire, qu'en regardant

ce

ce fœtus du côté de la poitrine, on voyoit qu'elle étoit formée de la moitié du sternum de l'un & de la moitié du sternum de l'autre.

Il en résulte encore que le bras droit & la jambe droite appartenoient à un des fœtus, & le bras gauche & la jambe gauche à l'autre, le côté droit de l'un & le côté droit de l'autre ayant été comme oblitérés par la jonction.

En regardant chaque fœtus postérieurement, ils paroissent complets, parce que l'épine est terminée dans chacun par la saillie occipitale qui appartient à chacun, mais ces deux occiputs en venant se joindre pour former la boîte osseuse unique, qui contient le cerveau, forment d'un côté une face monstrueusement large, qui répond à peu-près à un thorax, & qui est accompagnée d'une oreille de chaque côté, tandis que les deux autres oreilles se trouvent très-proches l'une de l'autre dans l'angle que forment postérieurement les saillies des deux occiputs; & le visage, indépendamment de son excessive largeur, a encore le défaut de ne répondre à aucun des deux occiputs ni à aucun des deux thorax, mais d'être placé irrégulièrement à tous égards.

Cette conformation n'est pas si singulière dans l'homme qu'on n'en trouve des exemples; M. Morand fils qui fut chargé de l'examen de ce fœtus monstrueux, en fit voir un presque semblable, gravé & décrit dans l'ouvrage de *Fortunius Licetus, de Monstris, p. 309,* sous le nom de *Monstrum Hassinæum.*

Mais elle est encore bien moins rare dans les animaux, tels que les chiens, les chats, les cochons; & le même M. Morand en fit voir un de cette dernière espèce, qui avoit beaucoup d'analogie avec celui dont nous venons de parler. M. Cuchet a dit que la mère de l'enfant qu'il avoit présenté, étoit à peine haute de trois pieds, qu'elle se disoit âgée de trente ans, & que M.rs Imbert & de Sauvages, Professeurs en Médecine de l'Université de Montpellier, attestoient avoir vu cette femme ayant assez de lait pour nourrir un enfant.

Il auroit été certainement curieux d'avoir un détail de l'état

des viſcères de ce monſtre, mais ceux entre les mains deſquels il eſt tombé, les ont enlevés ſans aucun examen, pour conſerver l'extérieur dont la ſingularité les a frappés.

I I I.

M. Tenon a fait voir des vers qu'il avoit trouvés dans les ſinus frontaux de pluſieurs moutons attaqués de la maladie qu'on nomme *vertige*, ou en langage de berger, *turelu ;* ces animaux quand ils en ſont attaqués, tournent en rond ſur eux-mêmes avec une rapidité extrême, courent & s'agitent; ſi tous ceux qui ſont dans ce cas avoient des vers pareils dans la même cavité, il ne ſeroit pas étonnant qu'ils fuſſent attaqués de cette eſpèce de phrénéſie ; on ſait combien la membrane qui tapiſſe les ſinus frontaux eſt ſenſible, & il eſt aiſé de juger des douleurs exceſſives que doivent y cauſer les mouvemens de ces hôtes incommodes, peut-être même trouveroit-on en ce cas quelque moyen de les faire ſortir.

I V.

M. Audouin de Chaignebrun, employé par ordre du Roi au traitement des maladies épidémiques, a fait part à l'Académie de ſes réflexions ſur quelques objets importans; le premier concerne la cauſe de celles qui règnent preſque tous les ans dans la Brie ; les habitans de cette province ſont ſujets, le printemps & l'automne, à des fièvres intermittentes de toute eſpèce, à des cours de ventre bilieux & dyſſenteriques; au *colera-morbus*, à des fièvres continues bilieuſes, à des charbons; & à la fin de l'été & de l'automne on voit paroître des fièvres intermittentes & des fièvres continues rémittentes, qui, lorſqu'on s'y attend le moins, prennent un caractère de malignité qui a bientôt décidé de la vie des malades. M. de Chaignebrun remarque que les fièvres intermittentes deviennent ordinairement générales & endémiques en Brie; que les habitans de cette province ne ſupportent pas auſſi bien la ſaignée que ceux des provinces voiſines; qu'ils ſont ſujets à des obſtructions, à l'aſthme humide, aux hernies, aux verrues, au ſcorbut, aux ulcères des jambes, aux ophtalmies ou maux d'yeux, aux maux de dents, aux rhumatiſmes, & les filles

aux pâles-couleurs. La cause de ces maladies endémiques & comme naturalisées dans cette province, est selon M. de Chaignebrun, la quantité d'eaux stagnantes & croupissantes, qui restent six mois de l'année sur des terres très-fortes, & ne sont enlevées que par l'évaporation, parce qu'elles n'ont aucun écoulement; il a même observé que la multitude de malades & l'intensité des maladies varioient suivant que les différens cantons étoient plus ou moins marécageux.

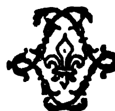
Les animaux même se sentent de cette insalubrité de l'air; il régna en 1757, une épidémie sur les bestiaux qui y fit beaucoup de mal, & ce qui est à remarquer, les plus grands ravages furent aux environs de la forêt de Cressy, pays des plus marécageux de la province, mais ce qui est assez singulier, c'est que quelques vaches & quelques chevaux y périrent du charbon, & que ceux qui les soignoient prirent la maladie; il seroit bien à desirer qu'on pût trouver des moyens d'égouter ces eaux stagnantes & si dangereuses, & de rendre la salubrité à cette province; mais quoiqu'il puisse en arriver, le zèle patriotique de M. de Chaignebrun méritera toujours des éloges.

Le même M. de Chaignebrun a communiqué à l'Académie ses observations sur une maladie des bêtes à laine, qui a régné près de Brie-Comte-Robert depuis le mois de Novembre 1763 jusqu'à la fin d'Avril 1764; les bêtes qui en étoient attaquées avoient la tête lourde, elles étoient dégoûtées, elles paroissoient avoir des tranchées, ce dont on jugeoit aux mouvemens qu'elles faisoient pour s'étendre; les excrémens étoient secs, elles rendoient dans le fort de la maladie une espèce de mousse par les naseaux, peu de temps après & à l'approche de la mort, elles chanceloient sur leurs pieds, battoient des flancs, & quelquefois il leur survenoit un dévoiement fétide.

Cette maladie emportoit communément les cinq septièmes des bêtes qui en avoient été attaquées, tous les remèdes connus avoient été inutilement employés, bains, saignées à la queue, lavemens de petit lait, thériaque délayée dans le vin; rien n'avoit eu de succès: M. Gendron, Chirurgien à Sognoles,

imagina qu'il falloit prévenir le mal par des faignées, mais plus amples que celles qu'on peut faire aux veines de la queue, qui ne donnent que très-peu de sang; pour cet effet il ouvrit à plus de trois cents bêtes une des jugulaires externes, ou en langage de berger, *erres de devant;* ce vaisseau donna en abondance un sang noirâtre & sec, & depuis ces saignées il n'en est mort aucune, quoique plusieurs pussent faire croire par leur maintien qu'elles étoient attaquées de l'épidémie régnante.

A cette observation, M. de Chaignebrun en joint une autre sur une maladie presque mortelle, des bêtes à cornes, qui leur arrive lorsqu'elles ont pris trop d'alimens; la fermentation de ces alimens produit dans la panse une si grande quantité de vapeurs, que l'animal en est infailliblement étouffé; pour prévenir ce mal, on avoit imaginé d'abord d'ouvrir par une longue incision la panse ou herbière & les tégumens qui la recouvrent, pour pouvoir vider les alimens surabondans, mais on a trouvé depuis le moyen de remédier au mal plus aisément, & qu'il suffisoit de donner une issue immédiate aux vapeurs causées par la fermentation; pour cela il ne faut que plonger un bistouri jusque dans la panse, il en sort aussitôt avec impétuosité un air infect, & l'animal est guéri; & comme les bêtes à laine sont sujettes à cette maladie comme les bêtes à cornes, on pratique aussi sur elles la même opération avec un égal succès; la petite plaie faite à la panse n'a rien de dangereux & se guérit promptement. On doit regretter qu'il soit si rare que des gens aussi éclairés que M. de Chaignebrun, & animés du même zèle, tournent leurs regards vers la partie de la Médecine qui concerne la guérison des maladies dont les animaux peuvent être attaqués, ils sont nécessaires à notre bien-être, & c'est y contribuer que de travailler à les conserver.





BOTANIQUE.

OBSERVATION BOTANIQUE.

PRESQUE tous les Cultivateurs connoissent la propriété qu'a le froment de Smyrne de porter des épis rameux & multipliés en quelque sorte; cette propriété lui a fait même donner le nom de *blé de miracle;* il étoit connu des anciens, & Pline en fait mention au chapitre X du XVIII.e livre de son Histoire naturelle, où il le nomme *fertilissimum tritici genus ramosum, aut quod centigranum vocant.*

Cette singulière propriété avoit été jusqu'ici regardée comme particulière à l'espèce de froment dont nous venons de parler; il se trouve cependant des épis semblables dans une espèce de grain très-différente.

M. Adanson se promenant un jour dans la plaine d'Ivry pendant le mois d'Août, aperçut dans une pièce d'orge, un épi de cette espèce, on juge bien qu'il ne l'y laissa pas, il le prit & le fit voir à l'Académie le 1.er Septembre 1764.

Il n'étoit pas douteux que cet épi ne fût véritablement un épi de miracle, mais étoit-ce un pied appartenant à une espèce d'orge inconnue, essentiellement telle, comme le froment de Smyrne, ou n'étoit-ce qu'une variété produite par une plante d'orge ordinaire trop forte, & s'il m'est permis d'employer ce mot, luxuriante; heureusement l'orge étoit mûre, & M. Adanson s'est chargé d'en semer les grains, on sait que les variétés ne se soutiennent pas constamment, & que les espèces produisent nécessairement leurs semblables, ce que donneront les grains de cet épi d'orge extraordinaire décidera la question, & M. Adanson s'est chargé de rendre compte à l'Académie de cette décision de la Nature.

CETTE année parut un ouvrage de M. du Hamel, intitulé : *De l'exploitation des bois, &c.* en deux volumes in-4°. Cet ouvrage fait partie du Traité complet des bois & des forêts, entrepris par M. du Hamel; l'Académie a déjà rendu compte dans son histoire de 1758 & dans celle de 1760 * de la Physique des arbres & du traité des semis & plantations qui en sont comme les premières sections.

Voy. Hist. de l'Acad. 1758, page 63; & 1760, p. 89.

Les plantations d'arbres sont un objet d'agrément ou un objet d'utilité, les premières mêmes peuvent rentrer dans le cas des secondes, ou par des dérangemens de fortune qui obligent les propriétaires à sacrifier l'agrément qu'ils trouvoient dans leurs arbres sur pied à la nécessité qui les force à les abattre, ou par la vieillesse des arbres qui ne permet plus de les conserver; à l'égard des taillis & des forêts, leur destination est assez marquée, & on n'attend communément pour les abattre que le temps auquel ces bois peuvent produire le plus grand profit au propriétaire.

Dans l'une & l'autre de ces circonstances, rien n'est plus important pour ceux qui ont des bois à vendre, que d'être instruits de la manière d'en tirer le meilleur parti possible, sans que le marchand ou l'acquéreur puisse avoir juste lieu de se plaindre d'avoir été lésé, c'est-là précisément l'objet de l'ouvrage de M. du Hamel, duquel nous avons à rendre compte.

Cet ouvrage est divisé en cinq livres; le bois ou corps ligneux des arbres n'est nullement inaltérable, il est attaqué de plusieurs maladies pendant qu'il est vivant & menacé lorsqu'il est mort, d'un grand nombre d'accidens; la pourriture & les fentes qui s'y forment sont les plus à craindre, M. du Hamel examine les causes qui les peuvent produire, il fait voir quelles substances entrent dans la composition du bois, & distingue celles qui peuvent être susceptibles de fermentation, & par conséquent favoriser la destruction du bois, de celles qui peuvent contribuer à le durcir & le conserver. Il

n'en eſt pas d'un arbre qu'on abat comme d'un animal qu'on égorge, celui-ci eſt mort, s'il m'eſt permis d'employer ce terme, auſſitôt qu'il eſt tué, mais l'arbre abattu vit encore long-temps ſéparé de ſa racine, & conſerve ſa sève qui ne s'en écoule pas comme le ſang d'un animal, les boutures & les feuilles que pouſſe ſouvent un arbre abattu depuis pluſieurs mois, en ſont des preuves inconteſtables, ce n'eſt que l'évaporation qui le prive de cette sève; & cette évaporation eſt ou lente ou rapide; M. du Hamel examine les inconvéniens de l'une & de l'autre, relativement aux circonſtances & à l'uſage qu'on doit faire des bois.

Nous diſons relativement aux circonſtances, car il y en a un grand nombre qui influent ſur la nature de la sève & ſur la qualité du bois; un arbre, par exemple, crû dans un terrain humide, eſt ſouvent très-différent d'un autre arbre de la même eſpèce, crû dans un terrain ſec & graveleux; un arbre placé au milieu d'une forêt, eſt ordinairement d'une plus belle venue que celui qui ſe trouve ſur les bords; les arbres d'un climat chaud, diffèrent beaucoup des mêmes arbres qui viennent dans un climat froid; il faut donc avoir égard à toutes ces différences ſi on veut tirer tout le parti poſſible de ces bois & ne pas vouloir les employer à des uſages auxquels ils ne ſont pas propres, & M. du Hamel indique les moyens d'éviter cet inconvénient.

Les bois ne croiſſent que pendant un temps, très-long à la vérité pour de certaines eſpèces, paſſé ce temps ils dépériſſent, & il arrive ordinairement que le dépériſſement commence par l'intérieur du bois; il eſt donc néceſſaire de prévenir ce temps pour les abattre, mais comment le déterminer, il n'eſt pas poſſible de fixer un âge uniforme, même pour les arbres de même eſpèce; du chêne taillis peut commencer à dépérir dès douze ou quinze ans dans certains terrains, tandis qu'il ira dans d'autres en profitant toujours juſqu'à vingt-cinq ou trente, la même choſe a lieu plus en grand pour les futaies: M. du Hamel donne les ſignes auxquels on peut reconnoître que l'accroiſſement eſt fini & que le dépériſſement eſt prêt à commencer.

Non-ſeulement il eſt néceſſaire, quand on veut abattre des bois, de ſe garantir des pertes phyſiques, il en eſt encore d'une autre eſpèce, qui pour n'être que morales n'en ſont ni moins réelles ni moins à craindre; l'avidité des hommes & leur injuſtice n'en produit que trop de ce genre, & il a fallu que des loix utiles aux vendeurs & aux acheteurs, ſouvent même à l'État, puſſent réprimer ces abus: il eſt donc néceſſaire de connoître ces loix pour s'y ſoumettre & de régler ſi bien les conditions de ſes marchés, qu'elles ne laiſſent, s'il ſe peut, aucun moyen de les éluder; c'eſt dans cette vue que M. du Hamel donne un extrait des différentes Ordonnances qui ont été faites ſur ce point & des précautions qu'on doit prendre pour que ni le vendeur ni le marchand ne ſoient trompés.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que des principes généraux qui ſervent comme de baſe à l'ouvrage de M. du Hamel, il eſt temps de les appliquer, c'eſt ce qu'il commence à faire dans le ſecond livre qui traite des taillis ou de ces bois qui ſont mis en coupe réglée, & qu'on abat au-deſſous de quarante ans; ces eſpèces de bois diffèrent prodigieuſement entre eux, les oſiers qui ſont, ſelon M. du Hamel, de véritables taillis, ſe coupent tous les ans, d'autres bois à peu-près de même eſpèce, tous les trois ans; les châtaigners, tous les ſept ans ou tous les onze ans ſi on en veut faire des cercles de cuve; enfin le chêne ſe coupe depuis dix ans juſqu'à quarante, mais quel eſt l'âge le plus avantageux pour l'abattre? M. du Hamel traite cette queſtion dans le plus grand détail, & il réſulte de ſes recherches que tant que les taillis profitent, ce qui varie beaucoup ſuivant la nature du terrain, il y a beaucoup à gagner à ne les abattre que le plus tard qu'on pourra, on gagnera par l'augmentation de leur valeur, au moins le double de ce qu'auroit pu produire l'argent qu'on en auroit plus tôt tiré ſi on les avoit mis en vente: cette règle cependant n'eſt pas ſi générale qu'elle n'ait des exceptions, indépendamment des circonſtances où peut ſe trouver le propriétaire, il faut avoir égard à l'uſage auquel on deſtine ces bois: du châtaigner deſtiné

destiné à faire du cercle, y deviendroit inutile s'il étoit devenu trop grand, & n'augmenteroit par conséquent pas de valeur en différant de le couper.

La saison dans laquelle les taillis doivent être abattus, varie selon la nature du bois dont ils sont composés, suivant celle du terrain où ils sont plantés, & enfin suivant l'usage qu'on en veut faire, on ne peut pas abattre des aunaies dans le temps des grandes eaux, & les arbres qu'on écorce pour le tan, ne s'abattent pas en même temps que ceux qu'on coupe avec leur écorce, c'est encore un détail dans lequel M. du Hamel est entré; il indique tous les usages qu'on peut faire du bois des taillis, jusqu'à donner, à propos des osiers, une idée de l'art du vannier; il décrit de même le travail de l'abatteur, du bûcheron, du fagotteur; la manière de faire les fourches de bois, & même de disposer les arbres à produire des branches propres à cet usage, de faire ces perches menues si droites, destinées à faire des manches de houssoirs & des écuyers pour les escaliers; il donne celle de lever l'écorce des chênes pour faire le tan & celle du tilleul pour faire des cordes à puits; il décrit le travail du charbonnier, du cerclier; en un mot, aucuns des usages auxquels le bois peut être employé, n'est passé sous silence; il décrit même tout le travail nécessaire aux expéditions militaires, comme palissades, blindes, fascines, gabions, plattes-formes, &c. mais il ne peut en même-temps s'empêcher de s'élever contre le dégât inutile qui se commet dans ces occasions, souvent même dans les forêts du Royaume; Il seroit en effet bien à desirer que ceux auxquels de pareilles expéditions sont confiées, voulussent bien se ressouvenir que si la nécessité de la guerre autorise à prendre les choses nécessaires à la sûreté des troupes & au succès d'une expédition, le dégât inutile qu'on fait, même en pays ennemi, est un véritable vol qu'on fait à l'humanité.

Les taillis ne sont pas les bois les plus précieux, & leurs usages sont assez bornés; ce sont les futaies qui doivent fournir les matériaux nécessaires pour tous les bâtimens de terre & de mer, pour la menuiserie & pour une infinité d'arts utiles,

c'est à cet important objet que sont consacrés les trois derniers Livres de l'ouvrage de M. du Hamel.

Dans le troisième, il considère principalement l'abattage des forêts & les signes auxquels on peut reconnoître si les arbres sur pied sont propres à la construction des vaisseaux, à la charpente des bâtimens ou à tout autre usage, & pour donner au lecteur une idée de la route qu'il doit tenir pour apprécier d'avance le prix de ses coupes, il propose les moyens de mesurer la hauteur des arbres, leur grosseur & leur équarissage.

Les bois droits & les bois courbes ont chacun leurs avantages & leur utilité, il en est de même des bois sans nœuds & des bois noueux; il est donc nécessaire lorsqu'on se propose de faire abattre une futaie d'examiner soigneusement la qualité des arbres qui la composent & les usages auxquels ils peuvent être employés, pour en faire ensuite une juste estimation & voir comment on se conduira dans l'exploitation pour en tirer tout le parti possible.

La saison dans laquelle on doit abattre les arbres méritoit bien un examen particulier, elle a aussi donné lieu à plusieurs réflexions utiles de M. du Hamel sur les différens états où se trouvent les arbres dans les différentes saisons de l'année: de plusieurs expériences faites pour connoître le changement de grosseur du tronc des arbres pendant l'hiver & leur poids dans les différentes parties de l'année, il résulte que la grosseur des arbres diminue proportionnellement à l'intensité du froid; M. du Hamel avertit qu'on ne doit pas attribuer cette diminution à une moindre quantité de sève, mais seulement à ce qu'elle est plus condensée; un grand nombre d'expériences très-ingénieuses & faites avec soin, mettent ce sentiment hors de tout doute.

Rien n'est plus religieusement observé par les ouvriers des forêts, que d'abattre les arbres en décours, faute de cette précaution le bois s'altère, selon eux, & l'aubier se pique; cette règle si constante avoit bien l'air d'un reste de l'Astrologie, cependant M. du Hamel a cru devoir au préjugé de consulter l'expérience, il a fait abattre un grand nombre d'arbres, tous

pareils, les uns en décours & les autres en croissant, & il n'y a trouvé aucune différence assez caractérisée pour autoriser & pour motiver un choix; la Lune a encore perdu cette portion de son crédit: mais ce qu'il y a de singulier, c'est que si on consulte le peu de variété qui s'est trouvée dans les expériences, on verra qu'elles donnent précisément le contraire de la règle si religieusement observée, les petites différences observées entre les bois abattus en croissant ou en décours ont toujours été à l'avantage de ceux qui avoient été abattus en croissant.

Les vents de nord & de sud produisent des changemens considérables dans la température de l'air, & il étoit nécessaire d'examiner jusqu'à quel point on doit y avoir égard quand on veut abattre des arbres, l'examen de M. du Hamel le conduit à approuver la méthode des bûcherons qui préfèrent d'abattre les arbres par un vent du nord: à l'égard de la saison, l'été & l'hiver sont à peu-près égaux, si on excepte de ce dernier, le temps des grandes gelées, & l'usage d'abattre ordinairement en hiver, n'a vraisemblablement d'autre fondement que la commodité des ouvriers qui emploient alors un temps que les autres travaux de la campagne leur laissent libre.

Quelques auteurs, au nombre desquels on compte Vitruve, avoient avancé qu'on pouvoit augmenter la dureté du bois, en mutilant quelques parties des arbres, mais ils n'en apportoient aucune preuve: l'importance de l'objet a engagé M. du Hamel à examiner les moyens employés pour produire cet effet. Il résulte de son examen, que plusieurs de ces moyens ne doivent pas être tentés, mais que celui d'enlever toute l'écorce aux arbres & de ne les abattre que lorsqu'ils sont morts, durcit considérablement le bois.

Les Ordonnances défendent de pivoter les arbres, c'est-à-dire de faire une fosse au pied pour en couper les racines à rase terre & enlever ensuite l'arbre avec son pivot. Le but de cette loi est de conserver les souches; mais si par quelque raison on est dans le cas d'enlever des arbres de cette espèce, M. du Hamel termine son troisième Livre par la description de quelques

machines & de quelques pratiques qu'on emploie dans cette occasion.

Lorsqu'une forêt est abattue, il est question d'exploiter le bois qu'elle a produit; c'est l'objet du quatrième Livre: mais avant que de commencer cet ouvrage, il est nécessaire de s'assurer que le bois ne se gercera pas de manière à rendre inutiles ou défectueuses les pièces qu'on en auroit formées, & qu'il ne s'échauffera pas: ces fentes ou gerçures sont ordinairement causées par le desséchement du bois, occasionné par l'évaporation de la sève lorsqu'il se fait trop inégalement: il se présente à ce sujet une question importante: *Doit-on laisser sécher le bois abattu avec ses branches & son écorce!* ou, *pour se servir des termes de l'art*, en grume? *doit-on l'en dépouiller promptement!* Les sentimens des Praticiens étant fort partagés, M. du Hamel a eu recours à son oracle ordinaire, l'expérience; elle a décidé que les bois équarris donnent lieu, toutes choses d'ailleurs égales, à une plus prompte évaporation de la sève; qu'au contraire les bois en grume la retiennent plus long-temps, mais qu'il y a un terme de desséchement, passé lequel ceux-ci perdent plus que les premiers; & que comme une quantité de sève trop abondante & trop long-temps retenue, pourroit conduire à la fermentation, & par-là échauffer ou même pourrir le bois, on doit équarrir ou travailler les arbres aussi-tôt qu'ils ont été abattus.

Quant aux gerçures, il est certain qu'il ne s'en feroit aucune si la sève étoit uniformément distribuée dans le corps de l'arbre, que l'évaporation s'en fît uniformément, & qu'enfin les parties se prêtassent également à la contraction qu'elles doivent éprouver; mais aucune de ces conditions n'a lieu; le bois de la circonférence est sensiblement moins dur que celui du centre: il doit donc se dessécher plus promptement que ce dernier, & de-là naissent nécessairement des gerçures. L'expérience, consultée par M. du Hamel, a fait voir qu'il étoit comme impossible de garantir absolument le bois des fentes & des gerçures, mais qu'on pouvoit faire qu'au lieu d'une grande fente, qui rendroit la pièce inutile, il s'en forme une grande quantité de petites

qui ne lui font aucun tort; on peut même, si les pièces doivent être refendues, prévenir, par une prompte refente, presque tout cet inconvénient.

Il en est encore une autre presqu'aussi incommode, c'est le raccourcissement inégal des fibres longitudinales, qui fait déjeter, ou, comme disent les ouvriers, *tourmenter le bois;* il n'est pas toujours facile d'éviter cet inconvénient, mais M. du Hamel indique les bois qui y sont le plus sujets, & les précautions qu'on peut prendre pour le diminuer.

Les bois qu'on fait exploiter, contiennent des pièces propres à différens usages, relativement aux espèces d'arbres, à leur grosseur, à leur longueur, à leur figure ou à leur qualité, quelques-uns se vendent en grume, & d'autres ne peuvent se vendre que débités. Il faut donc que le propriétaire qui en veut tirer un parti avantageux, soit très-attentif à faire de ses pièces la destination convenable, & M. du Hamel lui donne toutes les lumières nécessaires pour bien faire ce choix. Le bois qu'on vend en grume, n'exige de la part du propriétaire que le soin de le conserver & celui de le mesurer avec exactitude. M. du Hamel lui en fournit encore les moyens.

A l'égard des bois qui ne se vendent que débités, il est nécessaire que le propriétaire soit instruit du détail des différens arts relatifs à cet objet, qui se pratiquent dans les forêts. La description abrégée de ces arts, fait encore partie de l'Ouvrage de M. du Hamel; il y donne celle de l'art du Sabottier, de celui de faire les petits barrils de saule d'une seule pièce, de celui du Fendeur pour les échalats, les lattes, le merrein, les gournables ou chevilles de vaisseau; il y joint tout le travail des ouvrages qu'on nomme de *raclerie*, dans lequel on n'emploie guère que du hêtre; savoir, les éclisses, le bois mince à l'usage des gaîniers, les copeaux à éclaircir le vin, les panneaux des soufflets, les attelles de colliers de bête de trait, les écopes à vider l'eau des bateaux, les pelles, les bâts, les arçons de selle, les moules à suif, les sebilles, les lanternes d'écurie, &c. En un mot, il ne laisse rien à desirer sur ces différentes manières d'employer le bois.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que de la fabrique du bois employé à de menus ouvrages, & nous n'avons rien dit de celle du bois quarré destiné à la charpente & à la menuiserie: c'est l'objet du cinquième & dernier Livre de l'Ouvrage de M. du Hamel.

Il y rappelle d'abord un principe établi dans les Livres précédens, que le bois des vieux arbres est moins fort au centre qu'au dehors, & que le contraire a lieu dans les jeunes arbres. C'est en partant de ce principe qu'il examine ceux qui doivent être équarris à la coignée & ceux qui doivent être refendus à la scie, pour en faire des planches & des membrures: ce choix n'est nullement indifférent & contribue beaucoup à la bonté des pièces, & par conséquent à la vente & au débit.

On peut reconnoître à des signes certains, si les pièces sont de bonne qualité ou si elles ont des défauts essentiels, comme la *roulure*, la *cadranure*, la *gelivure*, le bois *roux* ou *vergeté*; M. du Hamel explique les défauts qu'on exprime par ces noms, & le moyen de les reconnoître; ce n'est pas qu'ils rendent le bois inutile à tout, mais ils bornent son utilité à certains usages que M. du Hamel indique.

Il arrive rarement qu'on trouve des pièces d'une certaine grosseur parfaitement saines & qui durent très-long-temps, il y en avoit cependant autrefois, & les charpentes des anciens bâtimens en font foi, mais nos prédécesseurs choisissoient le meilleur bois, & nous sommes obligés de nous contenter du moins mauvais; la facilité avec laquelle on a permis aux particuliers d'abattre leurs futaies en a presqu'entièrement dépeuplé le Royaume, & il seroit bien à desirer qu'au moins à l'avenir on ne permît la coupe des grands arbres qu'avec connoissance de cause & après le plus mûr examen, & jamais sans obliger de remplacer par des réserves soigneusement conservées, ce qu'on avoit permis d'abattre, sans quoi le luxe, & la nécessité qui marche toujours à sa suite, auront bien tôt achevé de détruire le peu de bois de charpente & de construction qui nous reste.

Tout ce qu'on peut faire dans l'état où sont les choses, c'est

d'examiner soigneusement les pièces qu'on emploie, sonder avec la tarrière ou le ciseau les nœuds suspects & les malandres, de scier le bout des pièces pour examiner leur intérieur, & enfin de parer à l'herminette les endroits soupçonnés, on évitera par ces moyens les fautes les plus dangereuses.

Le toisé des bois est très-différent de celui de la pierre & des autres matériaux, il a ses principes & ses règles à part: M. du Hamel ne les laisse pas ignorer à ses lecteurs, & c'est par où il termine son cinquième Livre; ce qui concerne le transport des bois est renvoyé à un autre ouvrage duquel nous rendrons compte en son lieu.

Telle est, mais fort en raccourci, la substance de celui-ci; c'est une collection précieuse des procédés de plusieurs arts, très-distinguée des autres ouvrages de ce genre, tant par la quantité d'expériences qui établissent les préceptes, que par les applications continuelles de ces préceptes à des objets utiles & intéressans.





ALGEBRE.

SUR LE DEGRÉ DES ÉQUATIONS RÉSULTANTES DE L'ÉVANOUISSEMENT DES INCONNUES.

V. les Mém. p. 288.

TOUS ceux qui ſont, même légèrement, inſtruits des opérations algébriques, ſavent que pour chaſſer, ou en termes de l'art, éliminer une inconnue qui ſe trouve dans une équation, on tâche à l'exprimer en termes ou ſymboles des autres membres de l'équation, & qu'on parvient par ce moyen à obtenir une nouvelle équation dans laquelle l'inconnue en queſtion eſt abſolument éliminée, c'eſt-à-dire, ne paroît plus.

La néceſſité de cette opération a été ſi bien reconnue que les plus grands Géomètres ont ſenti la néceſſité d'avoir des méthodes générales pour y réuſſir plus facilement.

M. Newton eſt le premier qui en ait donné; ces méthodes s'appliquent avec ſuccès à un certain nombre d'exemples choiſis, mais dès que le degré de l'équation eſt un peu élevé; les équations auxquelles elles conduiſent contiennent bien, à la vérité, les racines véritables de la première, mais elles y ſont confondues avec d'autant plus de racines inutiles que le nombre de ces équations & leur degré deviennent plus grands, d'où il réſulte une nouvelle difficulté, celle d'écarter ces racines inutiles, & un travail capable de rebuter les plus laborieux calculateurs.

Cet inconvénient des méthodes d'élimination n'avoit pas échappé à M.[rs] Euler & Cramer, l'un & l'autre de ces ſavans Analyſtes y ont travaillé, mais leurs méthodes beaucoup plus faciles que celle de M. Newton, ne pouvoient avoir lieu que dans

dans le cas où il ne se trouveroit que deux équations & deux inconnues, elles exigent par conséquent de comparer les équations deux à deux, & il en résulte nécessairement des équations d'un degré beaucoup plus élevé qu'il n'est nécessaire; en sorte que si, par exemple, on avoit trois équations du 3.e degré, desquelles il fallut éliminer les inconnues, l'équation finale qui résulteroit de la méthode de M.rs Euler & Cramer se trouveroit du 81.e degré, tandis qu'elle ne doit pas passer le 49e.

Il est donc bien nécessaire d'avoir des méthodes d'élimination, sûres & exemptes de tous ces embarras; on en sera aisément convaincu si on veut faire la réflexion suivante.

Tant qu'on n'aura que deux équations & deux inconnues, on parviendra par quelque méthode d'élimination que ce puisse être à une équation qui, si elle est plus élevée qu'elle ne doit être, aura un diviseur; & quoique le travail nécessaire pour trouver ce diviseur, puisse être immense & rebutant, on pourra cependant toujours le trouver; mais si l'on a plus de deux équations, ce ne sera plus la même chose, il faudra les comparer deux à deux, & quand on ne feroit monter chaque équation résultante de l'évanouissement d'une inconnue qu'au degré précis où elle doit monter, aucune n'aura de diviseur, ce ne pourroit être qu'en les comparant ensemble qu'on obtînt une équation qui eût en effet un diviseur, mais cette équation ne se trouvera presque que par hasard; on peut donc assurer que dans tous les cas où l'on a plus de deux équations, on n'a aucune méthode certaine pour conduire l'équation finale directement au degré qu'elle ne doit pas passer, ni pour déterminer quel doit être ce degré.

C'est-là le but que s'est proposé M. Bezout dans ce Mémoire; il y réduit le travail de l'élimination, si compliqué dans les autres méthodes, à la simple élimination d'inconnues du 1.er degré: il n'y a pas encore bien long-temps qu'on a une méthode pour trouver la valeur des inconnues des équations du 1.er degré d'une manière simple, & sans qu'elles soient compliquées de quelque facteur étranger &

inutile, mais quand ces équations ont toute la généralité dont elles sont susceptibles, les méthodes ordinaires les donnent sous une forme bien plus compliquée qu'elles ne doivent être réellement.

La méthode de M. Bezout, au contraire, n'exige presque d'un calculateur un peu exercé, que la seule attention d'écrire des lettres: on sera peut-être surpris de voir qu'il y comprenne les équations à deux inconnues, déjà traitées par M.rs Euler & Cramer, mais on cessera de s'en étonner si on fait réflexion que ces équations rentrent dans la méthode générale proposée par M. Bezout; que l'ensemble de tout l'ouvrage en devient plus clair & plus lumineux; & qu'enfin l'élimination étant une opération souvent très-longue & très-difficile, on ne sauroit trop multiplier les méthodes qui peuvent la faciliter.

La méthode proposée par M. Bezout, prend la question dans la plus grande généralité, on y est conduit presque de corollaire en corollaire, une proposition fondamentale enseigne à trouver, au moyen d'un petit nombre de permutations, & par un calcul très-simple, les équations qui doivent servir de formules pour l'élimination des inconnues d'un nombre quelconque d'équations, & qu'on nomme *équations de condition*, & même à les réduire sous une forme qui facilite la substitution qu'il faut faire des termes réels de l'équation à ceux de la formule; une seconde proposition présente une propriété des progressions formées par l'addition répétée d'une même quantité à des quantités données, il se trouve qu'en les arrangeant d'une certaine manière, les bandes qui en résultent forment toutes la même somme.

Ces deux propositions sont la base de tout l'ouvrage de M. Bezout, le surplus en est l'application aux différens cas nécessaires : il commence par la recherche de la plus haute dimension de l'équation finale résultante de l'évanouissement des inconnues dans les équations de plusieurs degrés; on voit aisément que le nombre des inconnues doit entrer dans cette recherche; aussi M. Bezout examine-t-il d'abord les équations à deux inconnues, ensuite celles à trois, à quatre & à cinq,

& parvient dans tous les cas à déterminer exactement le degré des équations qui naissent de l'évanouissement de ces inconnues : mais malgré l'avantage des règles générales, elles ont presque toujours l'inconvénient d'être en certains cas plus longues & moins expéditives que les règles particulières qui ne sont applicables qu'à ces cas ; M. Bezout n'oublie pas de faire mention de ces dernières toutes les fois que l'occasion s'en présente, il fait voir les cas où elles sont applicables, & ceux qui exigent qu'on suive la règle générale : on ne trouve pas toujours des sentiers qui abrègent le chemin ; & dans ce cas, il faut suivre les grandes routes. M. Bezout procède enfin à l'élimination proprement dite, en employant la méthode qu'il vient d'établir, & il parvient à des formules générales applicables aux équations dont on voudra chasser les inconnues ; mais il ne se dissimule pas qu'en se servant de ces formules dans de certains cas, on perd une partie de l'avantage qu'elles procurent, en ce qu'elles obligent d'employer un grand nombre de termes inutiles, & il donne pour ces cas, des abrégés de calculs qui en diminuent prodigieusement la longueur sans rien perdre de l'exactitude. Nous aurions bien desiré de pouvoir suivre M. Bezout dans le détail de ses opérations & dans la manière fine & élégante avec laquelle il manie le calcul, mais malheureusement l'Algèbre est le plus grand raccourci sous lequel on puisse présenter des raisonnemens, & nous n'avons pu donner ici que l'esprit de ses méthodes.

M. Bezout les regarde encore au reste comme susceptibles de perfection, il ne perd pas ce point de vue, il indique même comment la combinaison d'équations qu'il emploie peut servir à des recherches d'une autre espèce, comme, par exemple, à celle du plus grand diviseur commun de plusieurs quantités complexes ; mais tout ceci demande de nouvelles recherches, & doit faire le sujet de plusieurs autres Ouvrages : l'importance de la matière & la manière dont celui-ci est traité, doivent faire desirer de les voir paroître.



GÉOMÉTRIE.

CETTE année parut le troisième volume des Opuscules Mathématiques de M. d'Alembert.

Nous avons rendu compte en 1761 * des deux premiers volumes de ce Recueil: celui-ci n'est pas, comme les deux premiers, un recueil de plusieurs Mémoires sur différens sujets, il est entièrement consacré à un seul & unique objet.

* Voy. Hist. de l'Acad. 1761, page 86.

Cette objet est la perfection des lunettes achromatiques ou sans couleur. Nous ne répèterons point ici ce que nous avons dit des principes sur lesquels cette belle découverte est fondée, & que nous avons exposés en 1756: nous prions le Lecteur de vouloir bien se les rappeler. Cette matière a déjà été traitée avec succès par plusieurs habiles Géomètres, mais il s'en faut beaucoup qu'elle ne soit épuisée, & M. d'Alembert s'est principalement attaché aux points qui lui ont paru n'avoir pas été traités, ou ne l'avoir pas été assez exactement.

* Voy. Hist. de l'Acad. 1756, page 112.

Les verres qu'on emploie dans les lunettes, causent, comme on sait, & comme nous l'avons dit, aux rayons deux sortes d'aberration: la première, qui vient de la figure sphérique du verre, qui ne rassemble pas dans un même point tous les rayons tombans parallèles sur sa surface, & qu'on nomme par cette raison, *aberration de sphéricité;* & l'autre, qui vient de l'inégale réfrangibilité des rayons de différentes couleurs, qui formeroient toujours différens foyers & une couronne colorée, quand il n'y auroit aucune aberration de sphéricité: celle-ci se nomme *aberration de réfrangibilité.*

L'art de construire les lunettes achromatiques ou sans couleur, consiste donc à détruire, autant qu'il est possible, ces deux espèces d'aberrations, pour pouvoir donner de plus grandes ouvertures aux objectifs, employer des oculaires plus forts, & diminuer par ce moyen la longueur des lunettes, en leur conservant leur force & leur clarté.

Il n'eſt peut-être jamais poſſible de détruire à la fois totalement les deux aberrations, ſouvent la courbure des verres, néceſſaire pour anéantir l'une, cauſe une augmentation à l'autre: une des premières recherches de M. d'Alembert, eſt donc de diminuer l'aberration de réfrangibilité, celle qui produit les couleurs, en raiſon donnée, & il réſout cette queſtion pour trois eſpèces différentes de lentilles compoſées; la vraie ſolution de ce problème eſt de ſi grande importance, que ſi on abuſoit de la liberté de donner aux indéterminées qu'il renferme des valeurs abſolument à volonté, on ne pourroit, en certains cas, parvenir au but qu'on ſe propoſe, de détruire l'aberration de réfrangibilité.

L'épaiſſeur des lentilles n'eſt rien moins qu'indifférente; elle influe beaucoup ſur l'aberration, & M. d'Alembert enſeigne à déterminer les foyers, eu égard à cette épaiſſeur: il examine même à cette occaſion ce qui doit ſe paſſer dans l'œil, qui, comme on ſait, eſt compoſé de pluſieurs milieux inégalement réfringens, & il prouve qu'il n'eſt nullement néceſſaire, pour rendre la viſion parfaite, que les aberrations des images tracées au fond de l'œil ſoient abſolument nulles.

La proportion qui doit être entre les foyers abſolus de l'objectif & de l'oculaire, la diſtance à laquelle ils doivent être placés & les ouvertures des lunettes, ſont certainement des points bien eſſentiels pour la perfection de ces inſtrumens. Il eſt cependant ſingulier de voir combien les Opticiens ſont peu d'accord ſur ce chapitre: M. d'Alembert n'a rien oublié pour porter la lumière de la Géométrie ſur un objet ſi intéreſſant, & nous pouvons aſſurer que c'eſt une des principales parties de ſon Ouvrage; il y fixe pour toujours ces proportions ſi néceſſaires, & fait voir combien les théories données juſqu'ici pour les déterminer étoient imparfaites.

Lorſque par la courbure donnée aux lentilles qui compoſent les objectifs, on eſt parvenu à détruire la plus grande partie de l'aberration, il en reſte encore une petite partie que l'art n'a pu juſqu'ici faire entièrement diſparoître, M. d'Alembert enſeigne au moins à la diminuer aſſez pour qu'elle ceſſe d'être nuiſible.

C'est presque avoir résolu le problème dans son entier que de l'avoir réduit à ces termes.

Les lunettes achromatiques ordinaires ont leurs objectifs composés de plusieurs lentilles de matières différemment réfringentes: les recherches de M. d'Alembert l'ont conduit à une autre espèce de lunettes qui a un objectif & un oculaire, chacun d'une seule pièce, mais qui sont tous deux de matières différemment réfringentes. Les formules en sont fort simples, & ces lunettes, exemptes de l'aberration de réfrangibilité, pourroient être d'un usage commode dans bien des occasions.

Rien n'est peut-être plus essentiel dans une recherche de cette nature, que de déterminer avec la plus grande précision la proportion de la réfrangibilité entre les différentes couleurs: M. d'Alembert n'a pas oublié cette partie si nécessaire; il donne les formules les plus générales, & qui n'étant assujetties à aucune hypothèse, fournissent les moyens de déterminer ces proportions par expérience, soit au moyen des prismes, soit au moyen des lentilles, & il fait voir dans cet article que les raisonnemens par lesquels on avoit prétendu attaquer la loi de réfraction, imaginée ou supposée par M. Newton, étoient absolument insuffisans, & que l'expérience seule en a pu démontrer le peu d'exactitude.

L'Ouvrage de M. d'Alembert, duquel nous venons de parler, est bien propre à procurer de nouveaux degrés de perfection à l'art de construire les lunettes achromatiques, mais il ne regarde pas ces recherches comme terminées: l'art est susceptible encore de nouveaux degrés de perfection, & M. d'Alembert croit qu'il en recevra, tant par les travaux des Géomètres que par ceux des Artistes: il annonce même que M. Zeiher, savant Physicien de Péterfbourg, est déjà parvenu, par ses recherches, à trouver une matière très-belle, & dont la réfringence est beaucoup plus différente de celle du verre ordinaire, que ne l'est celle du *flint-glass* ou cristal d'Angleterre.

L'étendue de ces recherches de M. d'Alembert, ne lui a pas permis d'insérer dans ce Volume plusieurs Mémoires qu'il y avoit destinés & qu'il annonce au Public dans sa Préface:

ces Mémoires sont au nombre de neuf, & doivent faire partie du Volume suivant ; mais en attendant que nous ayons occasion d'en parler, nous avons cru que le Public verroit ici avec plaisir les sujets qui doivent y être traités.

Le premier a pour objet des réflexions nouvelles sur les cordes sonores, pour appuyer l'opinion que M. d'Alembert avoit établie dans le premier Mémoire de ses Opuscules, & pour répondre aux objections qui lui avoient été faites sur ce sujet.

Le second contient des Recherches sur les loix du mouvement des fluides ; elles ont pour but de confirmer ce que l'Auteur avoit avancé dans son premier Volume, *Mém. IV*, que souvent la détermination de ces loix doit se refuser au Calcul analytique : ce Mémoire contiendra même des paradoxes géométriques encore plus singuliers.

Le troisième sera composé de réflexions sur l'application du Calcul des probabilités à l'Inoculation de la petite vérole, tendantes à confirmer ce que M. d'Alembert en avoit dit dans le onzième Mémoire du *Tome II* de ses Opuscules.

Le quatrième est encore destiné à des Recherches sur la probabilité, mais prise en général, & tend aussi à confirmer ce qu'il en avoit précédemment dit dans son dixième Mémoire : M. d'Alembert y traite principalement cette question : *Si les Règles mathématiques de la Probabilité doivent s'appliquer sans modification ni restriction aux évènemens physiques, & si dans ce cas elles ne seroient pas en défaut dans plusieurs circonstances !* Il se propose d'y faire voir que de très-grands Géomètres qui paroissent fort éloignés de son opinion, lui fournissent, sans le savoir, par leurs Ouvrages mêmes de quoi l'appuyer.

Dans le cinquième, il entreprend de déterminer le mouvement d'un corps de figure quelconque, sollicité par des forces quelconques.

Le sixième est employé à des solutions de différens problèmes de Calcul intégral, dont quelques-unes sont communes à M. d'Alembert & à M. Euler, quoiqu'ils y soient arrivés par des voies différentes.

Le septième contient de nouvelles Réflexions sur le problème

des trois Corps, & fur l'ufage qu'on en peut faire par rapport à certaines circonftances du mouvement des Planètes.

Le huitième a pour objet la Recherche des loix particulières de certaines altérations que les planètes & les comètes peuvent éprouver dans leurs mouvemens.

Enfin le neuvième & dernier recherche les moyens de rendre plus exactes les Tables de la Lune de feu M. Mayer: M. d'Alembert avoit d'abord commencé ce travail pour la perfection de fes propres Tables; mais ayant appris que M. Mayer avoit laiffé en mourant des Tables qui s'éloignoient à peine du Ciel d'une feule minute, il a borné fon travail à les perfectionner.

Quoiqu'on foit parvenu dans ces derniers temps à déterminer les inégalités des mouvemens de la Lune beaucoup plus exactement qu'on n'avoit encore fait, il ne faut pas croire que la théorie de cette planète foit parfaite & ne laiffe plus rien à defirer: tous les Géomètres doivent donc s'appliquer à donner à cette théorie fi intéreffante toute la perfection dont elle eft fufceptible.

Tels font les objets des Mémoires qui doivent entrer dans le quatrième Volume des Opufcules de M. d'Alembert; ils font affez intéreffans pour en faire defirer la publication.

CETTE même année parut le premier Volume d'un *Cours de Mathématique* de M. Bezout, à l'ufage des Gardes du Pavillon & de la Marine.

Les Mathématiques font la bafe de la Phyfique & de prefque toutes les Sciences & tous les Arts; il n'en eft qu'un bien petit nombre, & peut-être n'y en a-t-il aucun, qui n'en tire quelque fecours, mais chaque Art ou chaque Science en particulier n'a pas befoin de toutes les Mathématiques: l'Aftronomie, par exemple, exige une parfaite connoiffance de la Trigonométrie fphérique, qui feroit abfolument inutile à un Architecte. Il eft donc utile, & même néceffaire, qu'il y ait des Cours de Mathématique compofés dans cette vue, qui, en contenant les

les notions générales communes à toutes les parties de Mathématiques mixtes, soient pour le reste particulièrement dirigés vers l'objet qu'on a principalement en vue, ne surchargent point l'esprit des Commençans de propositions qui leur deviendroient inutiles, & ne leur fassent pas employer mal-à-propos, dans une théorie peu nécessaire, un temps qu'ils doivent donner à l'application des préceptes essentiels.

L'art de la Navigation est certainement un de ceux qui exige le plus de connoissances mathématiques, mais il ne les demande pas toutes; & il est plus nécessaire dans cet Art que dans tout autre, que les jeunes Officiers qui s'y destinent, commencent de bonne heure à servir à la mer.

C'est dans cette vue que M. le Duc de Choiseul a cru qu'il étoit du bien du service qu'il y eût un Cours de Mathématique, destiné principalement à l'instruction des Gardes du Pavillon & de la Marine, qui comprît tout ce qui leur étoit nécessaire & rien de ce qui seroit au-delà; & qu'il a chargé M. Bezout, nommé par le Roi Examinateur de ces Officiers, de le composer.

Ce Cours doit être divisé en quatre parties, l'Arithmétique, la Géométrie, l'Algèbre & son application à la Géométrie, & enfin la Statique & le mouvement, avec quelques propositions d'Hydrostatique & d'Hydraulique.

La première partie de ce Cours, qui a paru cette année, contient l'Arithmétique: M. Bezout s'est sur-tout attaché à exposer toutes les règles de cette Science avec la plus grande netteté, quoique dans un assez petit espace.

Les propositions Mathématiques peuvent être démontrées de plus d'une manière, & cependant la véritable manière de les démontrer & de les déduire les unes des autres, n'est nullement indifférente & peut beaucoup contribuer à la netteté de l'Ouvrage & à en faciliter l'intelligence: aussi M. Bezout a-t-il souvent traité ces objets d'une façon qui lui est absolument propre & qui les rend d'une simplicité étonnante. Nous pourrions en citer plusieurs exemples, mais nous nous bornerons à rappeler ce qu'il dit des racines quarrées & cubiques, & des

différentes règles de Trois & de Compagnie, sa démonstration de l'égalité du produit ou de la somme des extrêmes & des moyens dans les proportions Géométriques ou Arithmétiques. Ces sujets tant de fois traités, deviennent, par la manière dont il les offre, absolument neufs & de la plus lumineuse simplicité. Nous pouvons mettre au même rang ce qu'il dit sur la Multiplication, sur la Division & sur la nature des unités dans le multiplicande, le multiplicateur & le produit, ainsi que dans le dividende, le diviseur & le quotient: les fractions ou nombres rompus & moindres que l'unité, ont, pour ainsi dire, leur Arithmétique à part; elle n'est traitée dans le Livre de M. Bezout ni avec moins de précision ni moins de netteté. Les véritables idées métaphysiques des nombres & de leurs propriétés, que l'Auteur s'est sur-tout appliqué à saisir, sont la véritable source de la netteté qui règne dans cette partie, ordinairement si compliquée: il a porté la même méthode & la même lumière dans le calcul des nombres complexes ou qui expriment des quantités d'espèces différentes; & quoique dans cet ouvrage il ne soit pas expressément parlé du toisé, cependant les règles qu'il donne pour le calcul des nombres complexes en renferment toute la théorie & tous les principes.

Les logarithmes, cette admirable invention du Baron de Neper, qui réduit en addition toutes les multiplications, & en soustractions toutes les divisions, avoient trop de rapport à l'objet de M. Bezout, & étoient trop nécessaires à la Marine pour être négligés dans son ouvrage, il en expose la nature, la formation & toute la théorie; il y donne l'usage des tables qu'on a faites de ces nombres & les moyens d'étendre dans le besoin les secours qu'on peut tirer de ces tables.

Les exemples que M. Bezout est obligé de joindre à ses préceptes, sont presque par-tout tirés de la Navigation même, c'est un commencement de pratique que les Élèves acquièrent par ce moyen, presque sans s'en apercevoir.

Nous ne pouvons passer sous silence, qu'en faveur de ceux qu'une pénétration plus grande porteroit à vouloir aller un peu plus loin que le nécessaire absolu, il a joint aux propositions

indispensables d'autres vérités, moins nécessaires, mais utiles en elles-mêmes, & celles-ci sont distinguées des autres par une marque particulière, pour qu'on puisse les passer si l'on veut, & l'arrangement du livre est fait avec tant d'art que cette soustraction n'interrompt en aucune manière le fil & la suite des raisonnemens si nécessaire dans un livre de cette nature: l'Auteur paroît dans cet Ouvrage ne s'être jamais écarté du but qu'il avoit en vue, qui étoit de faciliter à ses Élèves une étude nécessaire à leur état & de les mettre à portée de puiser dans les excellens ouvrages qui ont été écrits sur la Navigation, les lumières nécessaires pour éclairer la pratique & ne se pas assujettir à suivre servilement une routine toujours aveugle & très-souvent dangereuse.





ASTRONOMIE.

SUR LES TABLES DU SOLEIL ET SUR LES OBSERVATIONS DE LA LUNE PUBLIÉES PAR M. L'ABBÉ DE LA CAILLE.

V. les Mém. p. 390.

IL eſt certainement permis à un Aſtronome qui conſtruit des Tables des mouvemens céleſtes, de s'écarter des élémens qu'ont donnés ceux qui l'ont précédé dans ce travail, dès que les Obſervations lui indiquent la néceſſité de ce changement : mais ces changemens indiqués par les Obſervations, dépendent du degré d'exactitude de ces dernières, & ce ſeroit ſe tromper volontairement que de leur en ſuppoſer un duquel elles ne ſont pas ſuſceptibles, & d'en tirer par ce moyen des concluſions qui ne pourroient être juſtes que par haſard ; il n'eſt cependant pas aiſé de faire exactement cette évaluation, ſur-tout s'il eſt queſtion de quantités très-petites, & les plus grands Aſtronomes s'y peuvent eux-mêmes tromper facilement & s'écarter par ce moyen, mal-à-propos, des élémens déterminés par ceux qui les ont précédés.

C'étoit préciſément ce qui étoit arrivé à feu M. l'abbé de la Caille, dans les Tables du Soleil qu'il publia en 1758, il avoit avancé de 11 ſecondes l'époque des moyens mouvemens & diminué de 20 ſecondes la plus grande équation ; ces changemens ſurprirent d'autant plus M. de Thury, qu'après le plus exact examen des Tables de M. ſon père, qu'il avoit pu faire, il n'y avoit trouvé d'autre changement à faire que d'avancer de 15 minutes le lieu de l'aphélie ; il entreprit donc d'examiner les fondemens ſur leſquels étoient appuyés les changemens que M. l'abbé de la Caille avoit cru devoir faire aux élémens de la théorie du Soleil, déterminés par M. Caſſini.

Il trouva qu'en calculant avec précision les Observations qui servoient de base au changement qu'il avoit fait dans l'époque, il se trouvoit une variation de 11 secondes entre les ascensions droites que ces différentes Observations donnoient à la Claire de la Lyre qui avoit servi de point de comparaison à M. l'abbé de la Caille; il ne faut pas même trop s'en étonner, une seule seconde d'erreur dans le temps du passage d'un astre, produit nécessairement 15 secondes d'erreur dans la détermination de l'ascension droite, & qui peut se répondre que dans plusieurs observations de la même étoile il n'y en ait pas deux qui puissent différer entre elles d'une seule seconde?

La diminution de 20 secondes faite sur la plus grande équation, n'a pas paru à M. de Thury, établie sur des fondemens plus solides: M. l'abbé de la Caille a varié lui-même sur cet article, il n'avoit d'abord fait cette diminution que de 15 secondes, & ce n'a été qu'à son retour du Cap qu'il l'a donnée différente de 20 secondes, de celle que feu M. Cassini & M. le Monnier ont établies.

Mais M. l'abbé de la Caille n'auroit-il pas un peu trop compté sur l'exactitude de ses observations, c'étoit ce qu'on ne pouvoit apprendre que d'un examen exact & réfléchi; M. de Thury a entrepris cet examen, & la comparaison qu'il en a faite, tant entre elles qu'avec des observations exemptes de tout soupçon d'erreur, lui a fait voir qu'il s'y trouvoit plusieurs différences qui pouvoient absorber & au-delà, les changemens que M. l'abbé de la Caille avoit jugé à propos de faire aux tables; cela même est assez naturel, la disposition des yeux, le plus ou moins de netteté de l'air & mille autres circonstances introduisent des variétés dans le contact de l'astre avec le fil de la lunette, & dans l'estime qu'on fait de la hauteur ou du passage de cet astre, le froid & le chaud, le sec & l'humide qui agissent plus ou moins sur la pendule, peuvent de même y en introduire.

La méthode qu'avoit suivie M. l'abbé de la Caille pouvoit aussi influer beaucoup sur l'exactitude de ses opérations, il avoit presque par-tout déduit d'un grand nombre d'observations de

hauteurs correſpondantes, ſes paſſages par le méridien, au lieu de les prendre immédiatement à un mural ou par le moyen d'un inſtrument des paſſages; qui ne voit que par ce moyen on rend l'exactitude de la détermination dépendante de celle d'un grand nombre d'opérations très-délicates & ſuſceptibles chacune d'une petite erreur; que ſera-ce ſi toutes ces erreurs, comme il eſt poſſible, viennent à s'accumuler en ſe trouvant du même ſens?

M. de Thury trouve encore un autre ſoupçon d'erreur dans les Obſervations de M. l'abbé de la Caille; cet Aſtronome a publié dans ſon livre intitulé, *Aſtronomiæ fundamenta*, la poſition des principales étoiles, ces mêmes étoiles avoient été ſoigneuſement obſervées par M. de Thury, & la différence qui ſe trouvoit entre ſes déterminations & celles de M. l'abbé de la Caille lui a fait ſoupçonner, comme avoit fait de ſon côté M. Bradley, que les réfractions qu'il avoit données étoient trop grandes pour les mêmes hauteurs, & que de plus il y avoit une erreur de 10 ou 15 ſecondes dans la diviſion de ſon inſtrument.

La ſeconde partie du Mémoire de M. de Thury, roule abſolument ſur l'examen des Obſervations de la Lune. M. l'abbé de la Caille avoit avancé dans ſes Éphémérides, que les Géomètres qui travailloient à la théorie de la Lune ſe plaignoient de n'en trouver aucune à laquelle ils puſſent comparer les réſultats de leur théorie, & cela ſans faire aucune mention de celles que M. de Thury avoit publiées dans les additions aux Tables de M. ſon père: les obſervations rapportées dans ces Éphémérides par M. l'abbé de la Caille, l'ont mis à portée de les examiner, il en examine environ une douzaine qu'il compare aux plus exactes qui aient été faites à l'Obſervatoire, & dans leſquelles, ainſi que dans les réſultats qui en ſont tirés, il s'eſt gliſſé quelques erreurs: mais pour ſe mieux juſtifier de l'eſpèce de reproche tacite que lui avoit fait M. l'abbé de la Caille, il donne à la fin de ce Mémoire ſoixante-deux Obſervations de la Lune, avec la longitude & la latitude de cet aſtre, qui en ſont déduites, comparées à celles qu'on tire des tables de

M. Mayer. Il seroit à desirer que l'exemple de M. de Thury pût engager tous les Astronomes à publier les leurs, ou que du moins, si cet exemple ne leur paroissoit pas un motif suffisant, quelque circonstance pût les y déterminer; les Géomètres ne se plaindroient plus de manquer de termes de comparaison pour le résultat de leurs calculs: à cette suite d'observations, M. de Thury ajoute le catalogue des Étoiles de la première grandeur, avec leur ascension droite & leur déclinaison pour le commencement de 1764, le tout tiré des observations faites au quart-de-cercle mural, de 6 pieds de rayon, qui est à l'Observatoire, & la hauteur du pôle de l'Observatoire qu'il détermine de $48^d\ 50'\ 16''$, différente seulement d'une seconde de celle qu'avoit donné M. le Monnier dans son Histoire céleste. On auroit presque lieu d'être fâché que M. l'abbé de la Caille n'eût pas mis M. de Thury dans le cas de défendre les tables de M. son père & ses propres observations; c'est une espèce de service qu'il rend au public après sa mort.

SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE dans la supposition de l'aplatissement de la Terre.

ON entend ordinairement par Parallaxe, l'angle que forment au centre d'un astre, par exemple de la Lune, deux lignes partant l'une du centre de la Terre & l'autre du point de sa surface où on suppose l'Observateur; il résulte de cette supposition, premièrement que ces deux lignes partant des deux extrémités d'un rayon terrestre, forment avec ce rayon un triangle dont on connoît un côté qui est ce rayon, & deux angles, & que par conséquent on peut aisément le résoudre & obtenir la distance de l'astre; secondement, que l'angle que forment ces deux lignes au centre de la Lune, & qui est à proprement parler la Parallaxe, est toujours égal à l'angle sous lequel ce rayon de la Terre seroit vu de la Lune s'il y avoit un Observateur qui l'y mesurât, d'où il suit encore qu'à mesure que la Lune s'élève, cet angle diminue, parce que la Lune

V. les Mém. p. 362.

voit le rayon terrestre de plus en plus obliquement jusque-là qu'au zénith il devient absolument nul, les deux lignes qui partent de la surface & du centre se confondant en une seule, & enfin que la parallaxe horizontale, qui est la plus grande de toutes, étant connue, on en peut aisément déduire celle qui convient à chaque hauteur.

Mais cette simplicité ne subsiste que tant qu'on supposera la Terre sphérique; alors tous les rayons de la Terre seront égaux & partiront du centre: mais si on rend à la Terre sa véritable figure, le calcul des parallaxes se complique & perd sa simplicité. Il en résulte en effet que les rayons terrestres devenant inégaux, il faudra autant de Tables de parallaxes que de latitudes, & que de plus elles seront bien plus difficiles à construire. Essayons de faire sentir les raisons de cette difficulté.

La Terre étant supposée sphérique, tous les rayons perpendiculaires à sa surface vont se réunir au centre; mais si au contraire on la suppose aplatie, ils iront rencontrer l'axe en différens points, & pour lors le triangle parallactique n'aura plus pour base le seul rayon de la Terre, mais ce rayon plus une certaine quantité, & comme la courbure du méridien n'est pas alors uniforme, cette quantité variera à chaque latitude différente, & par conséquent il faudra la déterminer pour chaque endroit donné.

Le premier qui ait pensé à la différence qui se trouve entre les parallaxes déduites de la supposition de la Terre sphérique, & celles que doit donner la figure de la Terre aplatie, a été M. Manfredi; mais comme la figure de la Terre n'étoit pas alors déterminée, il prit précisément l'inverse du problème; & dans un Mémoire qu'il donna en 1734 à l'Académie *, il essaya de déduire la différence des rayons terrestres, & par conséquent la figure du globe par l'observation des parallaxes de la Lune, moyen très-ingénieux par lui-même, mais que les déterminations exactes qui ont été faites depuis de cet important élément, ont rendu inutile.

* *Voy. Hist. de l'Acad. 1734, pag. 59 & les Mém. page 1.*

M. de Maupertuis, & depuis lui plusieurs autres Mathématiciens, sont partis de la figure de la Terre déterminée pour

trouver la parallaxe convenable à chaque latitude, mais leurs calculs sont longs & compliqués, & c'est à rappeler ce problème à cette simplicité si précieuse à l'Astronomie, qu'est destiné le Mémoire de M. Pingré, duquel nous avons à rendre compte.

Pour y parvenir, après avoir démontré le rapport qui se trouve entre le rayon de la Terre & la partie qu'on doit lui ajouter pour former la base du triangle parallactique, il parvient à une formule qui exprime cette quantité, & donne la manière de réaliser cette formule par le calcul ordinaire des logarithmes & par une opération extrêmement simple.

Puisque l'addition qu'on fait à la base du triangle parallactique, se fait sur l'axe même de la Terre, & que d'ailleurs la Lune, quelque part qu'elle soit, est toujours dans un cercle horaire; il est évident que tous les cercles horaires ayant l'axe de la Terre pour diamètre commun, tout le triangle parallactique sera dans le plan d'un de ces cercles, & que la parallaxe trouvée sera la parallaxe de déclinaison. Pour en déduire celle de longitude & de latitude, M. Pingré n'emploie qu'un seul triangle sphérique, & les réductions nécessaires pour obtenir les parallaxes de hauteur, ne sont ni plus longues ni plus difficiles; elles se réduisent à sept ou huit additions, dont les deux premières même deviennent inutiles si on a la parallaxe horizontale sous l'équateur. Ceux qui pratiquent souvent le Calcul astronomique, sentiront mieux que personne le prix des abréviations que M. Pingré leur procure: l'Astronomie exige assez de calculs nécessaires pour que les Astronomes doivent regarder comme leurs bienfaiteurs ceux qui leur donnent les moyens de les abréger ou d'en supprimer une partie.

SUR LES ÉCLIPSES SUJETTES AUX PARALLAXES.

LE calcul des Éclipses est un des principaux objets de l'Astronomie: ces phénomènes, intéressans par eux-mêmes, le deviennent encore bien davantage si on fait réflexion V. les Mém. pages 159 & 215.

à l'utilité qu'en tire la Géographie pour la détermination des longitudes, & l'Astronomie même pour celle de plusieurs élémens importans de la théorie du Soleil & de celle de la Lune. On doit donc savoir gré à ceux qui entreprennent de faciliter ce calcul si nécessaire ou d'en augmenter la précision, & plus encore à ceux qui essaient de réunir en même-temps l'un & l'autre avantage.

C'est précisément ce qu'a entrepris M. du Séjour; mais avant que d'exposer l'esprit des méthodes qu'il a employées, nous croyons devoir donner une légère idée de ce que c'est qu'une éclipse & des moyens que les Astronomes ont imaginés pour en déterminer les phases par le calcul.

Il faut d'abord remarquer la différence essentielle qui se trouve entre les éclipses de Lune & les éclipses de Soleil ou des étoiles fixes par la Lune: les premières sont absolument réelles; il est exactement vrai que l'ombre de la Terre portée sur la Lune lui ôte sa lumière, en tout ou en partie, & tous ceux qui voient en même-temps la Lune, la voient éclipsée de la même manière.

Il n'en est pas de même des éclipses de Soleil, cet astre n'est nullement obscurci; & s'il le paroît pour quelque partie de la Terre, d'autres le voient dans tout son éclat; ceux-là seulement le voient éclipsé en tout ou en partie, qui se trouvent sous la tache d'ombre que la Lune jette sur le disque de la Terre: cette tache est assez petite pour n'occuper qu'une médiocre partie de ce disque, & la Lune est assez près de la Terre pour que l'axe du cône d'ombre qu'elle forme porte dans un endroit plutôt que dans un autre, en sorte que ces éclipses sont réellement affectées de la parallaxe, & qu'on doit y avoir égard dans le calcul.

Pour y parvenir, les Astronomes ont imaginé une méthode extrêmement ingénieuse: en supposant l'œil du spectateur placé dans la ligne droite qui joint les centres du Soleil & de la Terre, ils imaginent un plan perpendiculaire à cette ligne, placé à la distance de l'orbite de la Lune; ils marquent sur ce plan, pour l'instant de la conjonction, la latitude de la Lune, l'éclip-

tique & l'orbite de cette planète divisée en heures : ils y joignent la projection régulière du globe terrestre dans la position où il est alors & le parallèle du lieu pour lequel on calcule, représenté par une ellipse aussi divisée en heures, suivant les règles de la projection. Ils supposent ensuite que la tache d'ombre & de pénombre, dont le rayon est toujours égal à la somme des deux rayons, des disques apparens de la Lune & du Soleil, se meuve sur l'orbite lunaire, que son centre n'abandonne jamais, tandis que le lieu proposé se meut dans son parallèle, représenté par une ellipse. Dans cete supposition, si on examine le point ou la tache, & le lieu supposé étant à la même heure, l'un sur l'orbite lunaire & l'autre sur son parallèle, le cercle extérieur de la tache touche le point, on aura le commencement de l'éclipse, &, en continuant la même manœuvre, toutes les phases jusqu'à la fin.

Le problème se réduit donc à celui-ci : *Étant donnés deux corps, dont l'un se meut uniformément sur une ligne droite & l'autre circule dans une ellipse suivant une loi connue, déterminer à chaque instant la distance de ces corps, vue d'une distance assujettie à une loi connue!*

Le corps mû en ligne droite est la Lune, le corps qui se meut dans l'ellipse est le Soleil, auquel l'observateur ne manque pas d'attribuer le mouvement qu'il a lui-même, & la distance est celle qui est entre l'observateur & le plan de projection : il est évident que cette dernière doit être variable, puisque l'observateur, en suivant la surface convexe du globe, s'en éloigne ou s'en approche plus ou moins.

C'est ce problème qu'il est question de résoudre. Il est absolument possible de calculer points par points par la Trigonométrie, & cette méthode est donnée dans plus d'un Livre d'Astronomie; mais on voit aisément que ce n'est qu'une méthode de tâtonnement, elle est d'ailleurs extrêmement longue, & souvent on se contentoit, après avoir déterminé par le calcul les élémens de la projection, de faire la figure assez grande & assez exacte pour pouvoir déterminer, d'après ses dimensions, à l'aide de la règle & du compas, les principales phases de l'éclipse,

M. du Séjour a voulu effacer cette espèce de tache, il a travaillé à résoudre le problème géométriquement, & en a donné des formules au moyen desquelles on pût obtenir facilement toutes les phases d'une éclipse.

Il est aisé de voir que ce problème, où il s'agit de déterminer à chaque instant la distance de deux corps qui se meuvent, l'un sur une ligne droite uniformément, & l'autre sur une ellipse inégalement & suivant une loi donnée est très-difficile; & qu'il ne peut être attaqué avec succès que par le calcul analytique. D'ailleurs M. du Séjour a voulu embrasser cet objet dans la plus grande étendue, & son Ouvrage doit contenir plusieurs Parties, & chacune de ces Parties plusieurs Mémoires.

La première doit contenir la démonstration des équations fondamentales.

Dans la seconde, en supposant les élémens connus, on en déduit le calcul des phénomènes.

La troisième a un objet tout différent des deux premières, celles-ci sont employées à déduire le calcul des phases, des Élémens qui sont dans les Tables; celle-là au contraire, prend précisément l'inverse du problème & enseigne à déduire les Élémens des Tables des phases observées.

Enfin la quatrième & dernière doit contenir les changemens à faire aux formules pour les appliquer au calcul des éclipses des étoiles fixes & des planètes par la Lune, & des méthodes pour réduire les observations de cet astre au lieu vu du centre de la Terre. Nous rendrons compte en son temps des différentes parties de cet Ouvrage, duquel M. du Séjour présente lui-même dans son premier Mémoire un *prospectus* assez détaillé; essayons de donner une idée des deux Mémoires qui ont été insérés dans ce volume.

Nous avons presque dit d'avance tout ce que nous pouvions en dire, en donnant les principes sur lesquels est fondée la méthode qui sert de fondement aux équations primordiales & fondamentales de M. du Séjour, nous n'ajouterons ici que quelques réflexions.

Dans toute la théorie du calcul que nous avons exposé, nous

avons toujours ſuppoſé la Terre de figure exactement ſphérique, & cette ſuppoſition comme on ſait, n'eſt pas vraie; il faut donc avoir égard à ce changement de figure; heureuſement il ſe trouve qu'il n'en apporte d'autre dans l'équation que d'altérer les coëfficiens numériques de quelques termes, & de ſubſtituer à la véritable latitude du lieu, une latitude corrigée, les ordonnées de l'ellipſe étant toujours en rapport conſtant avec celle du cercle inſcrit.

Un des élémens des plus néceſſaires au calcul de M. du *Séjour*, eſt l'angle que forment à un inſtant donné, les deux lignes qui vont de l'œil de l'obſervateur, l'une au centre du Soleil & l'autre au centre de la Lune, mais cet angle, ſi on vouloit le déterminer à la rigueur, exigeroit un calcul très-long & très-difficile. M. du Séjour, pour éviter cet embarras, a recherché le *maximum* de l'erreur qu'on pourroit commettre en négligeant les termes qui compliquoient le plus le calcul, & il a trouvé que cette plus grande erreur n'alloit pas à un dixième de ſeconde de degré, préciſion inutile & qu'on eſt trop heureux de ſacrifier à la facilité du calcul.

Nous avons dit que M. du Séjour propoſoit de ſubſtituer, pour remédier à la non-ſphéricité de la Terre, une latitude corrigée, à la latitude vraie de l'endroit pour lequel il calcule, il a non-ſeulement donné la formule néceſſaire pour obtenir cette correction, mais encore il a jugé à propos d'inſérer dans ſon Ouvrage une Table toute calculée de cette quantité, & comme elle eſt relative à la différence des axes de la Terre, dont le rapport eſt ſelon les uns de 177 à 178, & ſelon les autres de 229 à 230, il en a calculé deux, une dans l'hypothèſe du premier rapport & l'autre dans celui du ſecond; il y a joint une Table des Parallaxes horizontales pour toutes les latitudes.

Pour mieux entendre en quoi conſiſte cette correction de latitude, il ne ſera pas hors de propos de dire un mot de la méthode par laquelle M. du Séjour parvient à l'obtenir.

Un point quelconque étant donné ſur le globe de la Terre, ſuppoſé ſphérique, il eſt certain que ſa latitude eſt égale à

l'angle que forme la verticale de ce lieu, passant par le centre de la Terre avec le rayon de l'équateur qui se trouve dans le plan du méridien de ce lieu.

Mais si on suppose la Terre aplatie par les pôles, comme elle l'est réellement, ce point placé à la même distance du plan de l'équateur aura une latitude différente, la verticale qui sera perpendiculaire à la surface de l'ellipse, ira rencontrer l'axe ailleurs qu'au centre du globe, elle fera avec le plan de l'équateur un angle différent du premier, & ne concourra nullement avec le rayon qui va de ce point au centre du sphéroïde, c'est cependant ce dernier qui doit entrer dans le calcul des éclipses, & c'est cette différence que M. du Séjour nomme *correction de la latitude.*

La latitude du lieu une fois établie & l'ellipse de son mouvement tracée sur la projection, M. du Séjour forme une équation générale où l'origine des inconnues étant prise d'un des points de cette ellipse, on recherche l'équation à l'orbite apparente de la Lune; nous disons l'orbite apparente, car tous les Astronomes savent qu'elle est différente de la réelle: pour la commodité du calcul, on suppose le Soleil immobile pendant la durée de l'éclipse & on ne donne en longitude à la Lune que l'excès de son mouvement sur celui du Soleil, mais comme le Soleil n'a aucune latitude, le mouvement en latitude de la Lune restant en entier, il suit nécessairement que l'angle de l'orbite avec l'écliptique doit être différent sur les figures de celui qui existe réellement dans le ciel.

L'équation dont nous venons de parler, donne à chaque instant de la durée de l'éclipse la position respective du lieu proposé sur la Terre, & de la Lune sur son orbite; mais il faut encore, pour connoître la quantité de l'éclipse, avoir la somme des demi-diamètres de la Lune & du Soleil ou plutôt de leur image vue par le spectateur sur le plan de projection, & cet article demande une attention particulière & une correction dont nous allons exposer le principe.

Nous avons jusqu'ici regardé le disque de la Terre & la portion de l'orbite lunaire parcourue pendant l'éclipse comme

des plans, ni l'une ni l'autre de ces suppositions ne sont vraies, il n'en résulte cependant aucun changement pour la projection, elle se fait par des lignes parallèles, & la distance respective de la Terre à la Lune n'y change rien, mais il n'en est pas de même de l'angle sous lequel le spectateur voit les diamètres sur le plan de projection, & il est clair qu'à mesure que sa distance au plan de projection diminue, ces diamètres doivent être vus sous un plus grand angle; or cette distance diminue de deux manières, premièrement l'orbite de la Lune étant courbe & le plan de projection passant toujours par son centre, il est certain qu'il s'approche toujours du plan qui sépare sur le globe terrestre la partie éclairée d'avec celle qui ne l'est pas & que M. du Séjour nomme *horizon absolu;* il doit donc arriver que le spectateur voie de ce chef le diamètre des luminaires plus grand, mais cette augmentation n'est nullement sensible; M. du Séjour trouve en la déterminant qu'elle n'est guère qu'une deux millième partie qui ne produiroit dans le calcul qu'une erreur d'environ six tierces de degrés; quantité très-négligeable, mais il falloit déterminer qu'elle l'étoit.

La seconde diminution de distance est plus sensible, le spectateur que la projection fait mouvoir dans une ellipse tracée sur un plan, ne s'approche ni ne s'éloigne dans cette disposition du plan de projection ni de la Lune, mais cette supposition n'est pas vraie, il se meut réellement sur la surface sphérique ou presque sphérique du globe, & par conséquent il peut s'approcher du plan de projection & de la Lune de tout le rayon de son parallèle; cette diminution de distance est très-sensible, elle peut aller à $\frac{1}{70}$ de la distance absolue, & par conséquent à une augmentation très-sensible du diamètre de la Lune, à laquelle on doit avoir égard, tant parce qu'elle rend ce diamètre plus grand que parce qu'elle fait varier l'angle apparent de la distance des centres de cette planète & du Soleil.

Tel est, mais dans un abrégé qui lui fait tort, la partie de la Théorie des éclipses de Soleil que M. du Séjour a donnée dans les deux Mémoires qui font partie de ce volume; jamais cette matière n'avoit été traitée avec tant d'élégance ni tant de

généralité, & cette partie de l'Ouvrage ne peut certainement qu'en faire desirer la suite qui ne tardera pas à paroître.

SUR LE MOUVEMENT DES NŒUDS DE L'ÉQUATEUR LUNAIRE.

V. les Mém. p. 555.

PERSONNE n'ignore aujourd'hui que le globe de la Lune a une espèce de balancement sur lui-même par lequel il nous cache quelquefois quelque portion de la partie qui est tournée vers la Terre, & nous découvre au contraire une petite partie de l'hémisphère que nous ne voyons pas ordinairement.

Ce mouvement, qu'on a nommé *libration*, se fait sur un axe, que la sagacité des Astronomes a déterminé: l'inclinaison de cet axe sur le plan de l'écliptique, est d'environ $88\frac{1}{2}$, & par conséquent l'équateur lunaire perpendiculaire à cet axe est incliné sur l'écliptique d'environ $1^d\frac{1}{2}$.

Cette inclinaison de l'équateur lunaire entraîne nécessairement deux nœuds, c'est-à-dire deux points opposés où il coupe l'écliptique, & il s'agit de trouver à quelle partie du Ciel répondent ces nœuds, & de déterminer s'ils sont fixes ou s'ils ont un mouvement, & en ce dernier cas le sens & la quantité de ce mouvement.

Les sentimens des Astronomes ont été très-partagés sur cette question: feu M. Cassini dit formellement dans les Mémoires de l'Académie de 1721 [a], & dans ses Élémens d'Astronomie [b], que l'équateur lunaire a toujours ses nœuds sur l'écliptique aux mêmes points du ciel que les nœuds de l'orbite lunaire, mais il ne donne en aucun endroit les observations & les preuves sur lesquelles il fonde cette opinion.

[a] *Voy. Mém. de l'Acad. 1721, page 114.*

[b] *Voy. Élémens d'Astronomie, p. 257.*

M. Mayer n'a pas été si réservé: dans un de ses Mémoires, imprimé en Allemand en 1750, dans les Mémoires de la Société Cosmographique de Nuremberg, & duquel on trouve la plus grande partie dans l'Astronomie de M. de la Lande, *Tome II, page 1234*, il donne un grand nombre d'observations pour appuyer la même opinion qu'il adopte; mais ces observations,

obſervations, qui n'ont été faites que dans une ſeule poſition des Nœuds & avec un inſtrument peu parfait, n'ont pas paru à M. de la Lande aſſez déciſives pour qu'il n'eût pas jugé néceſſaire de vérifier la queſtion par de nouvelles obſervations.

L'envie qu'il avoit de faire cette vérification a été augmentée par la poſition favorable où la Lune ſe trouvoit en Octobre 1763; elle étoit tout-à-la-fois dans ſes nœuds, dans ſes apſides & dans ſes ſyzygies; ce qui donnoit la facilité d'obſerver en quinze jours de temps la libration moyenne avec les deux extrêmes, tant en longitude qu'en latitude.

On juge bien que M. de la Lande ne laiſſa pas échapper une circonſtance ſi avantageuſe: il détermina la poſition de douze des points des plus remarquables dans le diſque lunaire, dans le temps de la libration moyenne, & il s'appliqua pendant dix jours à déterminer celle des points lumineux, deſquels M. Mayer s'étoit ſervi, tels que *Manilius*, *Cenſorinus* & *Dionyſius*.

Le choix des points qu'on emploie à cette recherche n'eſt nullement indifférent: la partie de la Lune qui nous eſt viſible & qui nous paroît comme un diſque plat, eſt réellement une demi-ſphère; d'où il ſuit que les bords étant vus comme en fuyant, un aſſez grand mouvement peut ne produire qu'un très-léger déplacement aux points qui en ſont voiſins, tandis que pour ceux qui ſe trouvent placés au milieu du diſque, le déplacement apparent eſt preſqu'égal au mouvement réel: c'eſt ce qui a déterminé M. de la Lande dans le choix des points dont il a fait uſage, deſquels il donne les noms & la poſition, la plupart de ces points étant mal marqués ſur les Sélénographies ordinaires. Les obſervations de M. de la Lande ont été faites avec un excellent micromètre adapté à une lunette de 9 pieds.

De toutes ces obſervations, qui ſont en très-grand nombre, il en a choiſi trois de *Manilius*, tache peu éloignée du centre du diſque lunaire, parce qu'elles étoient les plus éloignées entre elles & les plus propres à donner le lieu du Nœud & le double de la plus grande latitude, c'eſt-à-dire l'inclinaiſon de l'équateur lunaire ſur l'écliptique.

On peut déduire de ces obſervations la poſition des Nœuds & l'inclinaiſon de l'équateur de l'orbite lunaire par des méthodes directes, mais le calcul en ſeroit long, & M. de la Lande a préféré d'employer une méthode indirecte & de fauſſe poſition, au moyen de laquelle le calcul ſe trouvoit extrêmement abrégé. L'Aſtronomie offre aſſez de calculs néceſſaires ſans y en introduire d'inutiles, & les méthodes les plus élégantes dans cette ſcience ſont toujours les plus courtes & les plus faciles.

La méthode employée par M. de la Lande, conſiſte à ſuppoſer l'inclinaiſon de l'équateur lunaire à l'écliptique d'une certaine quantité, par exemple, comme l'a déterminée M. Mayer, de $1^d \frac{1}{2}$, & les nœuds joints à ceux de l'orbite, & à rechercher enſuite, d'après ces élémens & l'obſervation, la latitude ſélénographique de *Manilius;* ſi elle ſe trouve juſte, la ſuppoſition eſt légitime: mais ſi elle en eſt différente dans les différentes obſervations, on fait varier la poſition du Nœud & l'inclinaiſon de l'équateur lunaire juſqu'à ce que le réſultat du calcul quadre dans toutes les obſervations.

En ſuivant cette méthode, M. de la Lande trouve par ſes trois obſervations, l'inclinaiſon de l'équateur lunaire ſur l'écliptique de $1^d\ 43'$ au lieu de $1^d\ 29'$ qu'avoit donné M. Mayer, & le lieu du Nœud plus avancé de 2^d que celui de l'orbite lunaire.

Cette dernière concluſion pourroit paroître ſingulière ſi nous ne nous hâtions d'inſérer ici la remarque que fait M. de la Lande, 3 ſecondes d'erreur dans la différence de déclinaiſon entre le bord de la Lune & Manilius, & une demi-ſeconde de temps dans la différence d'aſcenſion droite en donneroient une de 9 à 10 degrés dans la poſition du Nœud; auſſi M. Mayer, dont les obſervations avoient été faites avec des inſtrumens bien moins parfaits que ceux de M. de la Lande a-t-il trouvé par quelques-unes de ſes obſervations dans la poſition du Nœud, des différences bien plus grandes & qui vont quelquefois à 17 degrés; on doit donc regarder ces 2 degrés comme le produit d'une erreur inappréciable & un véritable infiniment petit aſtronomique en cette matière, & M. de la

Lande en conclut avec raison, qu'on doit regarder le mouvement des Nœuds de l'Équateur lunaire comme parfaitement égal à celui des Nœuds de l'Orbite, dont la période est de dix-huit ans & environ sept mois, contre l'ordre des Signes. Ceux qui sont au fait de la difficulté de pareilles déterminations seront étonnés d'en trouver de si précises en pareille matière.

SUR L'OBSERVATION DU PASSAGE DE VÉNUS SUR LE SOLEIL, faite à Sélenginsk en Sibérie.

L'Académie a rendu compte en 1761 * des différentes observations qui avoient été faites du Passage de Vénus sur le Soleil, du 6 Juin 1761, qui étoient alors venues à sa connoissance & des inductions qu'on pouvoit en tirer, en voici encore une qui ne lui est parvenue qu'en 1764, & que la situation du lieu où elle a été faite, rend précieuse.

V. les Mém. p. 339.

* *Voy. Hist. de l'Acad. 1761, p. 98.*

Elle a été communiquée avec toutes ses circonstances à M. Pingré, par M. Rumowski, habile Astronome Russe, demeurant pour lors à Sélenginsk en Sibérie.

Le zèle de cet Astronome ne lui avoit pas permis de demeurer oisif dans une semblable occasion; il avoit commencé par déterminer exactement la latitude de son observatoire par plusieurs hauteurs méridiennes du Soleil, d'Arcturus, & de l'Épi de la Vierge, & l'avoit trouvée de $51^{d}\ 6'\ 6''$, à très-peu près la même que celle que feu M. de la Croyère, de cette Académie, avoit déterminée; il avoit fait de même plusieurs observations des immersions du premier & du second Satellites de Jupiter & quelques éclipses d'Étoiles fixes par la Lune, la comparaison de toutes ces observations avec celles qui ont été faites à Paris, à Cajanebourg & à Tobolsk, donne la longitude de Sélenginsk de $6^{h}\ 57'\ 50''$ à l'orient du meridien de Paris.

La position de Noslon a été determinée par les hauteurs méridiennes de plusieurs étoiles à 48d 14′ 47″ de latitude septentrionale, & la mesure d'un triangle qui se joint aux points de la carte de M. Cassini à 3′ 45″ de temps à l'orient de Paris.

Cette circonstance a engagé M. Bailly à rechercher par le calcul quelle avoit dû être l'Éclipse à Sens; pour y parvenir, il est parti de l'observation faite à Londres par Mylord Morton & M. Short. Des phases observées à Londres, il a déduit l'erreur des tables de M. Clairaut, qui faisoient la longitude de la Lune trop grande de 39″ & la latitude trop petite de 9″; & avec ces tables ainsi corrigées, il a trouvé que l'anneau avoit dû paroître à Sens, mais qu'il y avoit dû être presqu'aussitôt détruit que formé, précisément comme on l'y avoit observé.

M. Pingré s'étoit transporté à Graville entre le Havre-de-Grace & Harfleur, & dont il détermina la longitude de 49d 30′ 25″; une seule observation d'une éclipse d'étoile par la Lune, lui donna la position de Graville plus orientale que l'église du Havre de 14″ de temps ou 3′ 31″ de degré.

Il avoit été joint pour l'observation de l'éclipse par M. Gallon, Ingénieur en chef du Havre, Correspondant de l'Académie; par M. Mistral, Commissaire général de la Marine, Ordonnateur dans le même port, & par M. Desmarest; mais leurs préparatifs furent inutiles, ils ne virent qu'un instant le Soleil à travers les nuages, encore étoit-il fort trouble; il étoit alors 10h 44′, & ils le jugèrent éclipsé de 9 doigts; à 10h $\frac{1}{2}$ ils s'aperçurent d'une obscurité considérable: il paroît par la marche du thermomètre, qu'ils observèrent pendant l'éclipse, que l'esprit de vin avoit baissé d'environ trois quarts de degrés au temps de la plus grande phase de l'éclipse, & qu'il reprit ensuite la même hauteur qu'il avoit auparavant.

Le temps fut plus favorable dans quelques autres parties du Royaume & de l'Europe, & les observations de cette éclipse qui ont été communiquées à l'Académie l'ont mis en état de discuter plusieurs points intéressans de Physique & d'Astronomie.

il n'étoit pas vrai, comme quelques personnes l'avoient annoncé, que l'obscurité dût être assez grande pour qu'on eût besoin de lumière étrangère : on a vu en 1724 que dans l'éclipse de cette année, qui fut totale à Paris, un demi-doigt du Soleil éclairoit encore assez pour que l'obscurité ne fût presque pas sensible; quoi qu'il en soit, cette diminution de lumière fut la seule observation que le temps permit de faire à Paris où tous les préparatifs des Astronomes demeurèrent inutiles.

Il n'en fut heureusement pas de même dans plusieurs autres endroits du Royaume, & même de l'Europe, où il se trouvoit des Observateurs, & la plupart se sont empressés de communiquer leurs observations à l'Académie, nous allons en présenter le résultat.

M. Bailly s'étoit rendu à Noslon, maison de campagne de S. E. M.gr le Cardinal de Luynes, à environ une lieue de Sens, pour y faire avec ce Prélat l'observation de l'Éclipse. Cette observation étoit d'autant plus importante que la différence des deux diamètres du Soleil & de la Lune étant assez petite, la moindre erreur dans les élémens du calcul, rendoit l'Éclipse annulaire pour un endroit donné, ou l'empêchoit de l'être, & nous allons voir combien l'observation de Noslon étoit importante pour cet objet.

Le temps y fut d'abord assez peu favorable, mais un peu avant dix heures il parut s'éclaircir, & on aperçut par momens le Soleil à travers des nuages clairs, on ne put cependant déterminer assez précisément aucune phase, mais vers les dix heures 41 minutes, S. E. vit le bord de la Lune se séparer du Soleil & aperçut un filet de lumière qui rendoit l'Éclipse annulaire, mais qui ne dura qu'un instant; la même apparence fut remarquée à Sens par plusieurs personnes; & à Sainte-Colombe, abbaye de l'ordre de S.t Benoît près Sens; D. Martinon & neuf autres Religieux aperçurent le phénomène : il résulte donc de cette observation, que Sens étoit placé précisément sur les limites orientales des pays qui devoient voir l'Éclipse annulaire, puisqu'on l'y a aperçue, & que cette phase n'a duré qu'un instant.

V. les Mém. p. 279.

vations de l'Éclipſe les corrections à faire aux tables; les principaux objets qu'il ſe propoſe ſont la recherche de la latitude de la Lune, & la vîteſſe apparente du centre du cône d'ombre ſur le globe terreſtre en ſe ſervant des Obſervations faites à Kergars où on a eſtimé l'excentricité de l'anneau, & à Rennes où indépendamment de cette eſtime on a encore meſuré le temps de la durée de cet anneau; il ſe trouve que tout examen fait des erreurs poſſibles dans cette recherche, la plus courte diſtance des centres du Soleil & de Lune a été vue de 21 ſecondes, ce qui donne la différence apparente de la latitude de la Lune au Soleil de $20''\frac{1}{2}$, & la latitude abſolue de la Lune 26 ſecondes plus petite que ne la donnoient les tables de cette planète inſérées dans les Inſtitutions aſtronomiques de M. le Monnier, & le commencement & la fin de l'Éclipſe obſervés à Kergars & à Londres ont fait voir qu'il falloit faire une correction ſouſtractive de $47''$ ſur la longitude du Soleil, & ajouter $3'\ 40''$ ou $45''$ à la longitude de la Lune, pour parvenir à repréſenter la diſtance des centres obſervés; M. le Monnier examine incidemment ſi, comme quelques Aſtronomes l'avoient penſé, il ne ſe trouveroit pas autour de la Lune une atmoſphère qui eût pu modifier ces effets, mais toutes ſes recherches l'ont conduit à n'en trouver aucune, du moins ſenſible, c'eſt la ſeule démonſtration qu'on puiſſe avoir en pareille matière.

L'obſervation de cette Éclipſe avoit été précédée de pluſieurs écrits dans leſquels les Aſtronomes s'étoient efforcés d'en déterminer les phaſes avec la plus grande exactitude; M. de Thury avoit donné ce calcul par les Tables de M. ſon père,
V. les Mém. p. 351. corrigées ſuivant la méthode de M. Halley par une ſuite d'obſervation de dix-huit ans, & par celles de M. Clairaut; M. le Monnier en avoit auſſi donné le calcul par des Tables
V. les Mém. p. 7. qu'il avoit corrigées ſur les phaſes d'une Éclipſe obſervée à Pékin & à Chandernagor; M. Bailly avoit employé les
V. les Mém. p. 273. Tables de M. Mayer; M. Carlier d'Épuiſard, Conſeiller en la Cour des Monnoies, avoit préſenté à l'Académie la projection de l'Éclipſe pour Paris, Laon, Londres & quelques autres

autres endroits de l'Europe à laquelle il avoit joint le détail entier de ses calculs, & une autre projection du passage de Vénus sur le disque du Soleil, arrivé le 6 Juin 1761 ; ce travail qui mérita alors les éloges de l'Académie, a depuis été imprimé : tel est le résultat de ce qui a été fait à l'occasion de l'Éclipse annulaire du 1.er Avril 1764, & il est d'autant plus fâcheux que les Astronomes aient été si fort contrariés par le mauvais temps, que ce phénomène est rare & ne se verra de long-temps, du moins dans ce Royaume.

OBSERVATION ASTRONOMIQUE.

M. Messier, Astronome attaché à l'Observatoire de la Marine, & bien connu par ses talens & par son infatigable assiduité à observer le Ciel, a fait part à l'Académie de la découverte qu'il avoit faite le 3 Janvier 1764, d'une Comète dans la constellation du Dragon : il l'aperçut vers 9^h $24'$ du soir; elle avoit alors $236^d\ 29'\ 16''$ d'ascension droite & $58^d\ 32'\ 58''$ de déclinaison : environ une demi-heure après son ascension droite étoit augmentée de 10 minutes & sa déclinaison de 43 secondes. Au bout d'une heure son ascension droite avoit augmenté de près de 33 minutes, & sa déclinaison de $1'\frac{1}{2}$: cette même vîtesse se soutint jusqu'au jour, & M. Messier trouva qu'en $9^h\ 24'$ de temps, elle avoit parcouru $5^d\ 26'\ 45''$ en ascension droite, & s'étoit élevée vers le pôle boréal de $29'\ 56''$. Le mauvais temps qui survint ensuite ne lui permit plus de la revoir.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires :

L'Écrit de M. Bailly sur l'Éclipse de Soleil du 1.er Avril 1764. V. les Mém. p. 273.

L'Observation de l'Éclipse de Lune du 17 Mars 1764, par S. É. M.gr le Cardinal de Luynes & M. Bailly. p. 277.

p. 284. L'Obſervation de la même Éclipſe & de quelques autres phénomènes céleſtes, par M. Pingré.

p. 344. Les Éphémérides de la Comète de 1764, par le même.

p. 353. Les Obſervations de Mercure & des Satellites de Jupiter, faites depuis 1760 juſqu'en 1764, par M. l'abbé Chappe d'Auteroche.

p. 489. Et les Réflexions ſur les formules que M. Euler a données pour les parallaxes, par M. le Monnier.

CETTE année M. de la Lande publia un Écrit, intitulé: *Explication d'une Carte du paſſage de Vénus ſur le diſque du Soleil, qui doit arriver le 3 Juin 1769.*

Ce phénomène, que nous avons déjà obſervé en 1761, eſt un des plus importans de l'Aſtronomie: nous ne ſuivrons point M. de la Lande dans le détail des raiſons qu'il en apporte, elles ſont connues de tout le monde Aſtronome: nous dirons ſeulement que comme la diſtance de la Terre au Soleil n'a pu tellement être déterminée par le paſſage de 1761, qu'il ne s'y trouve encore quelque ambiguité, c'eſt de l'obſervation de 1769 qu'on doit attendre les connoiſſances qui nous manquent à cet égard; & cela d'autant plus, que les calculs de cette ſeconde apparition du phénomène doivent être plus exacts, les Tables ayant pu être corrigées par les obſervations de la première.

Mais plus l'obſervation de ce phénomène eſt importante, plus il eſt néceſſaire de remettre ſous les yeux du Public, des Puiſſances & des Académies les lieux de la Terre les plus favorables & où il ſera néceſſaire d'envoyer des Obſervateurs pour en tirer tout le parti poſſible.

C'eſt dans cette vue que M. de la Lande a fait graver & a publié la Carte à laquelle l'Écrit dont nous rendons compte ſert d'explication.

Cette Carte eſt une Mappemonde, ſur les deux hémiſphères de laquelle on voit pluſieurs grands cercles tracés, pour déſigner les parties du monde où on doit voir la durée entière du paſſage,

celles où on ne verra que l'entrée ou la sortie, soit au coucher, soit au lever du Soleil, celles enfin où on ne verra point du tout Vénus sur le disque du Soleil. D'autres cercles plus petits, marquent les lieux de la Terre où l'on verra plus tôt ou plus tard l'entrée ou la sortie.

Il résulte des calculs de M. de la Lande, dont cette Carte est comme l'expression géographique, que la mer du Sud seroit un des endroits les plus favorables, soit pour l'entrée, soit pour la sortie, si on pouvoit aisément y envoyer un Observateur, mais ce ne pourroit être, comme on voit, que dans quelqu'une des îles de cette mer, & malheureusement elles ne sont ni fréquentées ni connues.

Au défaut de ces îles, M. de la Lande examine quels sont les endroits de la Terre où la différence de la durée du passage, de laquelle on peut déduire la parallaxe du Soleil, sera la plus grande: il trouve 7 minutes entre la France & Mexique, 8 minutes entre la France & Lima, 9 minutes entre la France & Buenos-Ayres, 11 minutes enfin entre la France & le détroit de Magellan.

Si l'observation pouvoit se faire dans l'île Saint-Pierre de la mer du Sud, la durée du passage seroit de $6^h\ 9'$; à Torneå en Lapponie, elle seroit de $6^h\ 34'$: la différence entre la plus courte & la plus longue de toutes les durées qui peuvent s'observer sur la Terre, seroit donc de 25 minutes; & en supposant l'observation exacte, à 10 secondes près, on auroit la parallaxe du Soleil à $\frac{1}{150}$ près.

Comme il n'y a pas d'apparence que l'observation soit faite dans ces endroits, M. de la Lande recherche la position des lieux accessibles où elle seroit la plus grande, & il trouve que Péterſbourg & Mexique sont les endroits les plus avantageux: la différence entre la durée du passage dans chacun de ces deux endroits, sera de 18'; mais il observe qu'en ce cas il seroit nécessaire que les deux observateurs se plaçassent, l'un à quelques degrés au nord de Péterſbourg, & l'autre au nord-ouest de Mexique, afin de n'être pas exposés à voir le phénomène dans les vapeurs de l'horizon. Il observe encore qu'il seroit utile

d'avoir dans chacun de ces pays deux Obſervateurs placés à cent lieues l'un de l'autre, pour prévenir, autant qu'il eſt poſſible, l'inconvénient du mauvais temps, étant probable que ſi le ciel ſe refuſe à l'un des deux, il ſera plus favorable à l'autre. On ne peut trop prendre de précautions pour ne pas manquer une obſervation ſi rare & ſi précieuſe.

M. de la Lande trouve qu'à Paris le premier contact arrivera à $7^h\ 14'$ du ſoir, le contact intérieur à $7^h\ 33'$, la conjonction à $10^h\ 9'\ 53''$ de temps vrai, le lieu de Vénus étant au $13^d\ 27'\ 10''$ ♊, le lieu de ſon nœud $14^d\ 35'\ 35''$ ♊, la latitude géocentrique ou vue de la Terre $10'\ 13'',4$, & enfin la plus courte diſtance des centres $10'\ 7''$.

Tous les calculs de M. de la Lande ont été faits par les Tables du Soleil de feu M. l'abbé de la Caille & par celles de Vénus de feu M. Halley; mais M. de la Lande les a corrigées de l'erreur qui s'eſt trouvée en 1761, & qui a été déterminée par la différence entre le calcul & l'obſervation. Il a ſuppoſé la parallaxe du Soleil de 9 ſecondes, celle de Vénus par conſéquent de $31'',63$, d'où on tire la parallaxe relative de $22'',63$. Il eſt aiſé de voir combien cette Carte & l'Ouvrage de M. de la Lande peuvent jeter de lumière ſur les diſpoſitions & les préparatifs que doivent faire les Aſtronomes pour aſſurer le ſuccès & l'utilité de leur opération, & combien il leur épargne de recherches par ſon travail.

CETTE même année parut un autre Ouvrage du même M. de la Lande, intitulé *Aſtronomie*, en deux Volumes in-4.°

Cet Ouvrage, fait principalement pour l'inſtruction de ceux qui ſe deſtinent à l'Aſtronomie, eſt formé ſur un plan abſolument différent de preſque tous les Livres élémentaires qui ont paru ſur cette matière: M. de la Lande, qui vouloit qu'il pût ſervir aux jeunes Aſtronomes ſans qu'ils euſſent beſoin d'un Maître qui le leur expliquât, a cru devoir s'éloigner de la méthode uſitée dans preſque tous les Livres de cette eſpèce, où on

ſe contente de préſenter des vérités ſans faire voir comment on y eſt parvenu; méthode qui, ſi elle préſente à l'eſprit des propoſitions vraies, ne lui laiſſe preſque jamais apercevoir leur véritable enchaînement, ſi néceſſaire non-ſeulement à la clarté, mais encore à mettre les propoſitions à portée d'être facilement retenues.

La route que M. de la Lande a ſuivie eſt abſolument différente: il conduit ſon lecteur depuis les premières connoiſſances que les hommes ont eues ſur cette matière juſqu'au point où nous ſommes arrivés. Il lui fait, pour ainſi dire, inventer l'Aſtronomie, & ſon Livre eſt ſur ce point l'hiſtoire fidèle de la marche de l'eſprit humain. On voit aiſément combien cette manière de traiter une Science doit y répandre de netteté & même d'agrément.

Le premier phénomène qui dans cette manière de conſidérer les choſes, a dû s'offrir aux yeux des hommes, a certainement été le mouvement diurne des Aſtres: l'envie d'expliquer ce mouvement a dû faire imaginer l'horizon pour ſéparer l'hémiſphère viſible de l'inviſible, le méridien pour marquer la plus grande hauteur des Aſtres, l'axe autour duquel paroiſſoit tourner tout l'Univers en vingt-quatre heures, à l'extrémité duquel on diſtinguoit une étoile qui ne changeoit pas ſenſiblement de place; le Zodiaque pour expliquer les différentes hauteurs méridiennes du Soleil & de la Lune, en un mot tout ce qu'on appelle en Aſtronomie la *doctrine ſphérique ou du premier mobile:* le Lecteur voit, pour ainſi dire, naître cet édifice ſous ſes yeux & chaque partie s'y placer ſelon le beſoin.

On ne dut pas être long-temps ſans s'apercevoir que le Soleil & la Lune reculoient, pour ainſi dire, chaque jour, mais en s'élevant ou s'abaiſſant plus ou moins; il fallut donc leur aſſigner une route oblique qui eſt le Zodiaque & déterminer la période de leur révolution, & de-là le mouvement annuel du Soleil & celui que la Lune fait en un mois.

Les cercles dont nous venons de parler, en diviſant le ciel, ne peuvent manquer de diviſer auſſi la Terre, qui eſt ſuppoſée au centre du monde, & cette diviſion peut ſervir à en fixer

les différentes régions. C'est aussi la conséquence qu'en tire M. de la Lande, & il explique à cette occasion ce que c'est que latitude, longitude, climats, &c. la manière de représenter tous ces objets par des globes terrestres & par des sphères armillaires, & l'usage qu'on peut faire de ces instrumens pour résoudre, jusqu'à un certain degré de précision, plusieurs problèmes astronomiques ou géographiques.

Après avoir instruit son Lecteur de cette première partie de l'Astronomie, qui a été vraisemblablement long-temps la seule, M. de la Lande passe à l'histoire de l'Astronomie: les besoins des hommes & la beauté du spectacle ont dû les affecter de très-bonne heure, & on peut dire que cette Science est presqu'aussi ancienne que le monde, & que son origine s'enfonce dans la nuit des temps bien au-delà du point où il nous est permis d'atteindre. Les fables sont ordinairement, en pareil cas, la ressource des Historiens; aussi n'avoit-on pas manqué d'en orner les premiers siècles de l'Astronomie. Les Chaldéens sont les premiers peuples chez lesquels on puisse trouver quelques traces de l'étude de cette science, mais il faut avouer qu'elles sont bien foibles, & qu'il ne paroît pas qu'ils aient été beaucoup au-delà de la connoissance du mouvement diurne des Astres, ou tout au plus des révolutions & de quelques périodes du Soleil & de la Lune. L'Astronomie joua un plus beau rôle en Égypte, & c'est peut-être le pays du monde où elle se soit le plus long-temps conservée: d'Égypte & de Chaldée l'Astronomie passa aux Phéniciens, & on sait quel parti ce peuple ingénieux sut en tirer pour son commerce. Les voyages des Grecs en Égypte & en Phénicie leur procurèrent aussi la connoissance de cette science, & Thalès fut parmi eux le premier qui osa déterminer la course du Soleil & réformer l'année: ces tentatives excitèrent l'émulation & produisirent les Eudoxes, les Méthon & plusieurs autres qui consacrèrent leurs veilles à cette étude & leurs noms à la postérité.

Tandis que l'Astronomie faisoit des progrès dans la Grèce, elle tomboit en Égypte; le zèle & les bienfaits de Ptolomée Philadelphe la ranimèrent, & on vit paroître la Mesure de la Terre

d'Ératosthènes, les Observations d'Hipparque, ses découvertes sur le mouvement des Planètes, son Catalogue des Étoiles, que Pline qualifie de *rem deo improbam*, & enfin l'Almageste de Ptolomée, Livre dans lequel, malgré les progrès de l'Astronomie, les Astronomes modernes trouvent encore, au bout de dix-sept cents ans, des connoissances utiles à acquérir.

La conquête de l'Afrique & d'une partie de l'Europe & de l'Asie par les Mahométans, étouffa presque toutes les autres Sciences dans les pays où ils s'établirent: heureusement l'Astronomie fut privilégiée, les Conquérans la favorisèrent & la transmirent aux Européens, chez lesquels les inondations des Barbares du Nord ne lui permirent de reparoître que longtemps après.

Pendant que l'Astronomie éprouvoit en Europe & en Afrique les révolutions dont nous venons de parler, elle étoit lentement, mais constamment, cultivée au fond de l'Asie par les Chinois, qui vraisemblablement la tenoient des Égyptiens; mais il faut avouer que malgré toute leur étude, les Chinois n'y avoient encore fait que de bien médiocres progrès à l'arrivée des Missionnaires Européens, qui les remirent à peu-près au niveau de nos connoissances.

Enfin vers l'an 1230, l'Astronomie commença à reparoître en Europe, & les siècles suivans virent naître les Alphonses, les Copernic, les Tycho, les Képler & cette foule de grands hommes qui en furent les restaurateurs & les promoteurs. M. de la Lande donne un abrégé de leur vie & de leurs Ouvrages: nous ne pouvons le suivre dans cette partie intéressante de son Ouvrage, mais nous croirions manquer à ce que nous devons aux Sciences si nous n'imitions ici le zèle avec lequel il s'élève contre *Walchendorp*, alors Ministre & Maître du Palais du roi de Danemarck, qui pour satisfaire sa haine particulière contre Tycho, abusa du pouvoir de son Maître, alors absent, pour le faire sortir du Royaume & perdre avec lui la suite de toutes les belles connoissances qui faisoient tant d'honneur au Danemarck. Si les cent bouches de la Renommée sont ouvertes pour couvrir d'une gloire immortelle ceux qui

favorisent l'avancement des Sciences, & par conséquent le bien de l'humanité, elles doivent l'être aussi pour dévouer à l'infamie dans les siècles les plus reculés & aux yeux de tout l'Univers, ceux qui s'en déclarent les persécuteurs.

Les découvertes faites dans l'Astronomie depuis un siècle, tant en France qu'en Angleterre, l'institution de l'Académie Royale des Sciences, de la Société Royale de Londres, des autres Académies instituées depuis, des Observatoires les plus célèbres, les travaux des principaux Astronomes, & enfin une liste des plus célèbres en ce genre, morts depuis environ deux cents ans, terminent le second Livre de l'Ouvrage de M. de la Lande; & cette histoire, jusqu'à présent unique, est écrite avec un feu & un intérêt bien capable de répandre le goût de l'Astronomie & la noble émulation de s'élever à la même gloire que les grands hommes qui en sont le sujet.

Les Étoiles offrent pendant la nuit un spectacle presqu'aussi intéressant que celui du Soleil pendant le jour; elles servent d'ailleurs aux Astronomes de points de comparaison pour déterminer le mouvement des Planètes. Il étoit donc nécessaire d'apprendre à les connoître & à distinguer les différentes constellations avant que de passer à autre chose: c'est aussi ce qui fait le sujet du troisième Livre de M. de la Lande; il y nomme ceux qui ont fait des découvertes en ce genre; il discute l'origine du Zodiaque & des constellations, & fait voir comment on peut concilier les différens sentimens de ceux qui ont écrit sur cette matière; il y détaille les Catalogues d'étoiles qui ont été publiés jusqu'ici, les découvertes de M.rs Halley & l'abbé de la Caille dans le ciel austral, l'usage de tous ces Catalogues & les moyens de reconnoître les étoiles & de se familiariser avec le ciel sans le secours d'aucun Maître: on juge bien qu'il n'a pas oublié de parler des Nébuleuses, des Étoiles changeantes, de la voie lactée & de tout ce qui peut avoir trait à cette matière; il va même jusqu'à parler de la lumière zodiacale; mais comme ce phénomène est plutôt Cosmique qu'Astronomique, il renvoie sur ce point son Lecteur à l'excellent Traité de l'Aurore boréale, publié en 1731 par M. de Mairan, où il est traité avec

toute

toute la netteté & toute l'étendue qu'on peut desirer.

Toutes ces connoissances préliminaires étant données, M. de la Lande passe dans son quatrième Livre à l'Astronomie proprement dite, c'est-à-dire à la connoissance du mouvement des Planètes dans le Zodiaque, & en particulier à celui du Soleil, qui remplit tout ce quatrième Livre: il y traite des inégalités de cet Astre, de son mouvement moyen, de son apogée, de son équation du centre; il y donne la manière de trouver par observation l'ascension droite de cet astre ou d'une étoile donnée, l'instant de l'équinoxe, celui du solstice, l'instant du midi vrai par les hauteurs correspondantes & la correction qui doit y être faite; il y décrit les moyens d'obtenir le passage du Soleil par le méridien & son ascension droite, sa hauteur méridienne & sa déclinaison, la manière de calculer l'équation du temps & les principes sur lesquels elle est fondée, & enfin l'angle formé au centre des principales étoiles par le cercle de longitude & celui d'ascension droite, duquel il donne une Table toute calculée.

De l'Astronomie solaire, M. de la Lande passe à celle des Planètes, mais il faut ici absolument changer de route: que ce soit la Terre qui tourne autour du Soleil, ou le Soleil autour de la Terre, il est évident que l'un ou l'autre étant au centre du mouvement, il en résultera toujours les mêmes apparences, mais il n'en est pas de même des Planètes; & pour pouvoir calculer avec exactitude leurs mouvemens réels, il faut savoir leur arrangement & leurs distances respectives, pour dépouiller leurs mouvemens apparens des inégalités étrangères qui dépendent de la différente position dans laquelle elles se trouvent à l'égard de la Terre.

Cette disposition des Planètes est ce qu'on nomme le *Système du monde:* c'est à la description de ces systèmes & à la recherche de celui qu'on doit admettre qu'est consacré le cinquième Livre de M. de la Lande.

Les systèmes connus sont jusqu'à présent au nombre de trois; celui de Ptolomée, qui place la Terre au centre de l'Univers & fait mouvoir autour d'elle tout le ciel d'orient en occident

en vingt-quatre heures, & toutes les Planètes d'occident en orient, chacune ſuivant la durée de ſa révolution; celui de Copernic, qui plaçant le Soleil au centre du monde, fait tourner autour de lui toutes les Planètes, & même la Terre, autour de laquelle il ne laiſſe que la Lune & qu'il charge encore d'un mouvement de rotation ſur elle-même en vingt-quatre heures, qui produit l'apparence du mouvement diurne; & enfin celui de Tycho, qui fait tourner la Lune & le Soleil autour de la Terre & les cinq autres Planètes autour de ce dernier: M. de la Lande diſcute les inconvéniens & les avantages de tous ces ſyſtèmes; il ſe détermine, avec la plus grande partie des Aſtronomes, pour le ſyſtème de Copernic & diſſipe toutes les objections faites contre ce ſyſtème.

Partant de ce point une fois établi, M. de la Lande recherche dans ſon ſixième livre les loix des Planètes principales, vues du Soleil, la figure & la ſituation de leurs orbites; nous diſons vues du Soleil, car la Terre ſe mouvant elle-même autour du Soleil, ſon mouvement ſe combine avec celui des Planètes, & produit néceſſairement dans leur cours apparent, des bizarreries & des inégalités dont il le faut dépouiller; c'eſt pour cette raiſon que M. de la Lande recommande tant aux Aſtronomes les obſervations des conjonctions & des oppoſitions, parce qu'alors le Soleil, la Terre & la Planète étant dans une même ligne droite, le ſpectateur placé ſur la Terre, voit la Planète au même point du ciel où il la verroit s'il étoit placé dans le Soleil, qui eſt le centre de ſon mouvement; viennent enſuite les durées des révolutions des Planètes & leurs moyens mouvemens déterminés par les obſervations les plus exactes & les plus récentes, de même que les principaux élémens de leur théorie, il indique même à ce propos une inégalité que ſes propres obſervations lui ont fait découvrir dans le mouvement de Saturne; la figure elliptique des orbites des Planètes démontrée par Képler & la loi des aires elliptiques proportionnelles au temps, ſont la clef de toute l'Aſtronomie moderne; M. de la Lande s'attache à bien établir ces principes, il en déduit enſuite les moyens d'en tirer les principaux élémens

de la théorie des Planètes, au moyen d'un petit nombre d'observations, ajoutant presque par-tout des exemples calculés, qui conduisent naturellement le lecteur de la théorie à la pratique; enfin il fait voir en finissant, la manière de déterminer la position des nœuds des orbites planétaires & leurs mouvemens, & que ces orbites subissent un changement dans leur inclinaison à l'écliptique qui n'avoit encore été aperçu d'aucun Astronome, & qui cependant est exactement conforme à la théorie & extrêmement sensible, puisqu'il est déjà de 8 minutes dans l'inclinaison de l'orbite de Mars; ce livre est terminé par un recueil considérable des meilleures observations de chaque Planète, faites jusqu'à présent.

Les mouvemens de la Lune offrent assez de singularités & assez d'objets d'utilité pour mériter un livre à part, ils font aussi l'objet du septième Livre: M. de la Lande y donne la raison des phases de cette Planète, il enseigne le moyen de les calculer & donne la raison de cette lumière foible, qui dans les premiers jours du Croissant fait apercevoir le reste du disque de cette Planète; ces connoissances, pour ainsi dire, préliminaires sont suivies de la théorie proprement dite de la Lune, M. de la Lande en détaille les élémens, & fait sur-tout voir à son lecteur comment on a découvert les quatre principales inégalités de son mouvement, & cet article est terminé par une Table des principaux élémens de la théorie de la Lune, tels qu'ils ont été déterminés par les meilleurs auteurs, cette Table met sous les yeux les progrès de l'esprit humain dans cette partie; il y joint l'accélération du mouvement moyen, la révolution de ses nœuds, & l'inégalité découverte par Tycho dans la latitude qu'il démontre d'une manière absolument nouvelle.

Les Chaldéens, qui étoient bien éloignés de connoître la véritable théorie de la Lune, avoient imaginé une autre manière de s'assurer de son lieu dans le ciel, ils avoient remarqué qu'après un certain nombre de lunaisons, la Lune se retrouvoit à très-peu près dans la même position, tant avec le Soleil qu'avec les Étoiles, ce qui ramenoit aussi les Éclipses

& les variations de diamètres, & ce fut par le moyen de cette période de 223 lunaisons, qu'ils parvinrent à s'assurer jusqu'à un certain point des mouvemens de cette Planète ; M. de la Lande explique à son lecteur tout ce qui peut regarder cette période, qu'on doit considérer comme un des moyens les plus sûrs & les plus ingénieux par lesquels on pût suppléer au défaut d'observations & de connoissances Mathématiques qui leur manquoient.

Un des principaux usages que l'Astronomie ait su tirer de la connoissance des mouvemens des Astres, est la fixation des années & des saisons, ou ce que nous appelons le Calendrier ; c'est l'objet du huitième Livre de l'Ouvrage de M. de la Lande, le Calendrier n'a pas toujours été réglé avec autant d'art & de précision qu'il l'est aujourd'hui, & indépendamment de l'étude nécessaire pour en pénétrer les vrais principes, il y en a encore une autre presqu'aussi étendue, pour y rappeler les divisions du temps, très-imparfaites, dont usoient les anciens. M. de la Lande commence par la division du temps en heures, en semaines & en années, & donne ensuite la confection des cycles & le nombre des nouvelles Lunes qui les composent ; il indique la durée des différentes années qui ont été en usage chez les différens peuples, les époques les plus célèbres, celles du lever & du coucher héliaque de quelques étoiles employées très-obscurément dans quelques auteurs ; il insiste sur-tout sur celle de *Syrius,* & donne le calcul du lever héliaque de cette étoile par les trois périodes caniculaires qui remontent jusqu'à treize cents vingt-trois ans avant Jésus-Christ ; enfin il en vient à la réformation du Calendrier par Jules-César & à la dernière faite en 1582, par Gregoire XII, de laquelle il présente tout le détail, & en fait apercevoir toute la beauté ; ce Livre est terminé par des remarques importantes sur des passages obscurs d'Ovide, de Varron, de Pline, &c. sur le lever des étoiles, desquels il donne les solutions les plus satisfaisantes.

Les parallaxes du Soleil & de la Lune sont des élémens assez importans dans l'Astronomie pour mériter d'être examinés à part ; M. de la Lande en fait le sujet de son neuvième

Livre; il commence par instruire son lecteur de ce que c'est que la parallaxe & de ses principales propriétés, il propose les différentes manières de la déterminer par observation, il examine quel doit être le changement qu'y introduit la non-sphéricité de la Terre, les moyens de déterminer la quantité de ce changement, & comment il doit être appliqué, il passe ensuite à la recherche de la parallaxe du Soleil & y discute les différens résultats qu'on a tirés de l'observation du passage de Vénus sur le Soleil arrivé en 1761.

Tout ce dont nous avons parlé jusqu'ici, étoit nécessaire pour s'élever au problème de la prédiction des Éclipses, c'est à quoi M. de la Lande emploie le dixième livre de son Ouvrage.

Les Éclipses de Lune, comme les plus simples, sont traitées les premières, & M. de la Lande détaille les moyens qui ont été inventés pour parvenir à les calculer & à en déterminer les phases, ces moyens se réduisent à la formation & à la résolution de quelques triangles rectilignes, & jusque-là le calcul des Éclipses n'offre pas de grandes difficultés.

Il n'en est pas de même du calcul des Éclipses du Soleil, nous ne répèterons pas ici ce que nous en avons déjà dit dans cette Histoire *, nous dirons seulement que M. de la Lande donne dans ce livre la manière de déterminer les phases d'une Éclipse de Soleil, tant par les opérations graphiques que par le calcul.

* Voy. ci-devant page 105.

Lorsqu'il n'est question que d'annoncer une Éclipse de Soleil à une ou deux minutes près, la méthode graphique est toujours suffisante, & elle peut se pratiquer de deux manières, ou par une projection exacte de l'orbite lunaire, du globe terrestre & du parallèle du lieu pour lequel on calcule, ou par l'usage d'un globe monté pour cet effet d'une façon particulière inventée par quelques Astronomes; M. de la Lande détaille exactement l'une & l'autre & évalue avec soin le degré d'exactitude duquel elles sont susceptibles: mais si on veut que l'observation d'une Éclipse serve à la correction des élémens des Tables ou à déterminer la différence précise de longitude entre

deux endroits, il faut calculer rigoureusement, & la projection ne doit servir que de guide au calcul; pour cela M. de la Lande explique les méthodes qui ont été jusqu'à présent employées, après quoi il en propose une plus simple & plus expéditive *, accompagnée de règles pour toutes les différentes situations où la Lune & l'observateur peuvent se trouver.

* Voy. Hist. de l'Acad. 1763, page 100; & les Mém. page 426.

M. l'abbé de la Caille avoit été jusqu'ici le seul qui eût donné la manière de trouver la trace de l'ombre sur la surface de la Terre dans une éclipse de Soleil, encore sa méthode n'étoit-elle que graphique; M. de la Lande enseigne à la déterminer par le calcul, il donne de même la méthode générale & applicable à toutes les conjonctions pour déduire des observations des éclipses du Soleil & des Étoiles, les différences de longitudes des lieux où elles ont été observées, & prouve par occasion dans cet article, qu'il n'y a point d'atmosphère, au moins sensible, autour de la Lune; ce livre est terminé par la manière de calculer les différentes Éclipses des Planètes par la Lune, d'une Planète par une autre, & des Étoiles ou des Planètes par les Comètes, car ces dernières sont possibles, & M. de la Lande lui-même a observé le 12 Janvier 1764, l'Éclipse d'une Étoile de la queue du Cygne, par la Comète qui parut cette année.

Les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, sont eux-mêmes de véritables Éclipses, mais elles ne se calculent pas tout-à-fait de la même manière, & cette partie méritoit bien d'être traitée à part, c'est aussi à cet objet qu'est destiné l'onzième livre de M. de la Lande; il y donne d'abord la méthode de calculer ce phénomène, en supposant le spectateur placé au centre de la Terre, puis ensuite lui rendant sa véritable position à la surface, il présente au lecteur l'effet que la parallaxe doit produire, d'abord par le calcul, & ensuite par une méthode graphique, qui donne les résultats très-exacts & avec une simplicité dont on ne peut s'empêcher d'être surpris, elle donne avec la même facilité la parallaxe de hauteur, de longitude, de latitude, d'ascension droite, de déclinaison, de distance, en sorte qu'elle sert à toutes les méthodes & à toutes les observations.

Non-ſeulement M. de la Lande donne la manière de calculer ces phénomènes, mais il préſente encore à ſon lecteur celle de les obſerver, & il indique les différentes méthodes pratiquées par les Aſtronomes pour obſerver les phaſes de ces paſſages & pour en calculer les obſervations, il y traite ſéparément de l'entrée & de la ſortie du diſque, & termine ce livre par la recherche du diamètre de Vénus dans le dernier paſſage, & par la concluſion qu'il en tire, que ſi la parallaxe du Soleil étoit de 8″ $\frac{1}{4}$, Vénus ſeroit égale à la Terre, mais qu'en la faiſant de 9″, ce qui eſt la plus petite quantité à laquelle on la puiſſe évaluer, le globe de Vénus n'eſt plus que 0,77 du globe terreſtre.

Les réfractions occupent le douzième livre, M. de la Lande en donne la définition & cite tous ceux qui ont traité de cet important objet, il explique les différentes méthodes qui ont été inventées pour les déterminer par obſervation, celle des hauteurs correſpondantes, celles des Étoiles circompolaires, celle qui ſuppoſe deux obſervateurs à une grande diſtance, & enfin l'ingénieuſe méthode par laquelle M. l'abbé de la Caille étoit parvenu à quadrupler la réfraction de 45 degrés, pour en rendre l'effet plus ſenſible.

Lorſqu'on a déterminé par obſervation les réfractions depuis l'horizon juſqu'à 45 degrés, on eſt obligé d'avoir recours au calcul & aux hypothèſes phyſiques pour obtenir les autres, ces hypothèſes ſont en grand nombre, & M. de la Lande en rapporte les principales & n'oublie pas la belle règle découverte par feu M. Bradley peu de temps avant ſa mort, *que les réfractions ſont proportionnelles aux tangentes de la diſtance au zénith diminuées de trois fois la réfraction:* toutes ces règles ont lieu tant que les Aſtres ne s'abaiſſent pas au-deſſous de 4 ou 5 degrés, car au-deſſous de ce terme les réfractions deviennent ſujettes à des variétés dépendantes de l'état de l'atmoſphère & des circonſtances locales, & M. de la Lande cite à ce ſujet un grand nombre d'obſervations curieuſes, qui prouvent l'exiſtence d'une réfraction indépendante de celle qui a lieu dans les grandes hauteurs & qu'il nomme *réfraction terreſtre.*

Le treizième & le quatorzième Livre de M. de la Lande, sont d'autant plus précieux, qu'ils contienneut un Traité très-étendu de l'Astronomie-pratique, matière sur laquelle on avoit jusqu'à présent très-peu écrit.

Le treizième Livre renferme une description de tous les Instrumens d'Astronomie à présent en usage: nous disons à présent en usage, car M. de la Lande s'est peu attaché à décrire les instrumens des anciens Astronomes, qui ont été remplacés parmi nous par d'autres plus éxacts. On ne blâmeroit certainement pas l'auteur d'un Traité des armes de l'Infanterie, de n'y point parler des coutilles & des franciſques qui sont hors d'usage depuis plusieurs siècles. Les règles parallactiques & les armilles équatoriennes de Tycho sont les seuls Instrumens anciens qu'il décrit, & il passe tout de suite aux Instrumens modernes. Il commence par les lunettes astronomiques, qui entrent, pour ainsi dire, nécessairement dans la construction de presque tous les Instrumens; il en décrit exactement la construction & les propriétés : il n'a garde d'oublier dans cette description la belle & nouvelle découverte des lunettes achromatiques, qui promettent de si grands avantages à l'Astronomie. M. de la Lande n'oublie pas non plus l'espèce de révolution que produisit dans cette partie l'institution de l'Académie, par le degré de perfection que M.rs Auzout, Picard, Cassini & de la Hire surent donner aux Instrumens alors en usage; il y donne aussi une idée des gnomons, qui jusqu'alors avoient tenu lieu des grands instrumens d'Astronomie.

M. de la Lande passe ensuite à la description du quart-de-cercle mobile, avec le détail de toutes les additions qu'on y a faites pour en rendre l'usage plus sûr & plus commode. Après le quart-de-cercle vient le sextant, autre machine du même genre, mais plus propre à mesurer les distances des Astres entre eux; il est suivi de la description du quart-de-cercle mural, l'instrument de toute l'Astronomie le plus commode & avec lequel on peut faire en moins de temps le plus grand nombre de bonnes observations. Il décrit celui qui fut fait en 1742 pour M. le Monnier, & y ajoute plusieurs considérations nouvelles

nouvelles qui ont été mises en usage depuis dans le grand quart-de-cercle de Greenwich & dans celui qui a été fait pour l'Observatoire de Pétersbourg.

Tous les instrumens qui contiennent des arcs de cercle ont besoin d'être divisés, & c'est en grande partie de l'exactitude de cette opération que dépend celle des observations; M. de la Lande la traite à part & explique les quatre principales manières d'obtenir les subdivisions, savoir le micromètre, la vis extérieure, les transversales & la division de Nonius, ou plutôt de Vernier qui en est le véritable Inventeur.

L'histoire du micromètre, inventé en 1659 par M. Hughens, suit naturellement celle du quart-de-cercle, les réticules simples & composés, le micromètre de M. Auzout, celui de M. Roëmer, celui qui est garni d'une vis latérale, les micromètres des quarts-de-cercle bien plus composés que les autres, y sont décrits avec tout le détail nécessaire pour en bien faire connoître la construction.

On emploie quelquefois, pour des opérations délicates, des Instrumens d'un très-grand rayon, mais qui n'ont qu'un très-petit arc, comme de 8 ou 10 degrés, & souvent beaucoup moins: ces Instrumens se nomment *secteurs*, parce qu'ils ne comprennent pas, comme le quart-de-cercle & le sextant, une partie aliquote de la circonférence du cercle: M. de la Lande décrit ceux qui en dernier lieu ont été mis en usage pour la détermination de la figure de la Terre, & sur-tout la suspension, qui est la partie la plus délicate de ces Instrumens.

La lunette méridienne ou instrument des passages trouve sa place après les secteurs; M. Roëmer a le premier employé cet Instrument, & M.rs de Louville & le Monnier en France en ont rappelé l'usage: M. de la Lande décrit celui dont il se sert lui-même; il y ajoute plusieurs perfections qu'il a remarquées dans celui qui est à Greenwich; & à l'occasion du niveau d'air, si essentiel à ces Instrumens, il rend compte des nouvelles expériences de M. de Chezy, qui procurent l'avantage de construire les niveaux de cette espèce les plus sensibles & les plus réguliers. La lunette ou machine parallactique devoit

naturellement aller après l'instrument des passages: cet instrument, l'un des plus commodes de l'Astronomie, a été inventé par Scheiner & perfectionné par feu M. Cassini: M. de la Lande y ajoute, en le décrivant, plusieurs perfections qui en doivent rendre l'usage plus commode. Les télescopes de réflexion méritoient bien de tenir leur place dans l'arsenal Astronomique; M. de la Lande les y décrit; il y détaille leurs dimensions, leurs effets & leurs mouvemens; il y explique leurs foyers d'oculaires, & met son Lecteur en état de connoître exactement le degré de perfection de ces Instrumens: après eux vient le micromètre objectif ou héliomètre; cette lunette à deux objectifs, inventée par M. Bouguer, & dont le principe a été appliqué avec tant de succès aux télescopes par M. Short. Enfin ce treizième Livre est terminé par la description des horloges ou pendules astronomiques: après avoir parlé des horloges de Waltherus & de Tycho, M. de la Lande parle de l'application du pendule aux horloges, faite par M. Hughens, & donne la description d'une pendule astronomique: il décrit le pendule composé qui remédie à l'action du chaud & du froid sur la verge du pendule, les compteurs ou valets qui sonnent toutes les secondes, & l'héliostate, espèce de machine parallactique qui fait suivre à la lunette le mouvement diurne par le moyen d'une horloge.

C'est sans doute beaucoup que d'avoir donné une description exacte des Instrumens d'Astronomie, mais ce seroit encore peu si on n'enseignoit les usages auxquels ils sont destinés: cette partie n'avoit jamais été traitée d'une façon suivie, & elle ne se conservoit que par une espèce de tradition. M. de la Lande en fait le sujet de son quatorzième Livre, qui est destiné en entier à instruire son Lecteur de la manière de connoître, disposer & vérifier les différens Instrumens & des usages que l'on en peut faire. Ce Livre est un véritable Traité d'Astronomie pratique.

Il commence par les observations qui se font à la lunette simple, comme les éclipses de Soleil, de Lune, d'Étoiles & de Satellites, & indique les attentions que chacune exige; il y

parle de l'usage des verres enfumés & colorés pour regarder le Soleil, de l'effet des lunettes de différentes longueurs, & de la manière de les suspendre, de les soutenir & de les préserver de l'humidité de l'air.

Souvent on emploie les réticules dans les lunettes; il est alors nécessaire que les verres soient ce qu'on appelle *centrés*; c'est-à-dire que l'axe optique, le rayon exempt de réfraction, concoure avec l'axe du tuyau. M. de la Lande enseigne la manière de faire cette opération; il donne la description d'une lunette contre-pointée, dont il explique les usages pour la vérification des Instrumens: il parle ensuite des différens usages des réticules, puis de celui des micromètres, qui suppose encore d'autres vérifications & d'autres méthodes pour réduire les observations & trouver la valeur des parties de l'Instrument: il insiste sur-tout sur un effet de la réfraction jusqu'à présent inconnu, qui produit entre le parallèle vrai & le parallèle apparent une différence très-sensible, qu'il donne le moyen d'évaluer & de corriger.

Avant que d'employer un quart-de-cercle ou un sextant, il faut absolument le vérifier, tant par rapport à la position de la lunette que par rapport à la division: M. de la Lande donne le moyen de faire ces vérifications & d'appliquer aux observations les corrections qui dépendent des erreurs connues de l'Instrument; & il explique à ce sujet les méthodes employées à cet effet par M.rs Graham & Bradley, & qui n'avoient encore été publiées dans aucun ouvrage. Les secteurs ont une vérification particulière, mais elle a été si bien décrite dans les cinq Ouvrages qui ont paru sur la figure de la Terre, que M. de la Lande a cru devoir y renvoyer son Lecteur; il se contente d'indiquer quelques précautions nécessaires pour éviter l'erreur dans l'usage de ces Instrumens.

Il n'en est pas de même de l'Instrument des passages, & M. de la Lande en indique les usages & cinq vérifications qui lui sont nécessaires, & dont personne n'avoit encore parlé; il donne un moyen facile de connoître la déviation de l'Instrument, & finit par l'usage du niveau d'air qui lui est essentiel pour sa vérification.

La lunette parallactique fait le dernier article de ce Livre; elle est aussi susceptible de cinq vérifications qui étoient inconnues: M. de la Lande donne les moyens de les faire, & de plus une manière simple & facile de reconnoître combien l'axe de la machine s'écarte de sa position, soit à l'égard du plan du méridien, soit relativement à la hauteur du pôle.

La détermination de la grandeur & de la figure de la Terre sont des objets trop intéressans par eux-mêmes, & l'Académie y a eu trop de part pour que M. de la Lande pût les oublier dans cet Ouvrage; il en fait le sujet de son quinzième Livre. Il y donne un précis de ce qui avoit été fait sur cette matière avant l'institution de l'Académie & de ce qui a depuis été exécuté à plusieurs reprises par les Membres de cette Compagnie, tant en France qu'en Suède, au Pérou & au cap de Bonne-espérance. Les méthodes pour mesurer les distances terrestres & les amplitudes célestes, & les résultats de ces opérations, avec différentes remarques sur la toise, le pendule simple & l'attraction des montagnes, tous objets qui ont une relation immédiate avec la figure de la Terre ou sa mesure.

Les Étoiles ont peu ou point de changemens réels, mais elles en ont beaucoup d'apparens, les uns & les autres sont discutés dans le seizième & le dix-septième Livre, le seizième contient les changemens apparens causés aux Étoiles par la précession des équinoxes; il explique l'effet de ce changement sur les ascensions droites & les déclinaisons, il traite des changemens de latitude, de la diminution de l'obliquité de l'écliptique, il cherche par la théorie de l'attraction la cause de ces phénomènes & en tire la diminution de l'obliquité de l'écliptique de 1' 28" en un siècle pour notre temps, & de 1' 20" seulement au temps d'Hipparque, & fait voir l'accord de cette détermination avec les auteurs anciens & avec la théorie de l'attraction, ce Livre est terminé par les changemens de latitude observés dans Arcturus & dans d'autres Étoiles, par M.rs Halley, Cassini & le Monnier, & par la théorie de la parallaxe du grand orbe ou du changement de position que devroit causer aux Étoiles la différente position de la Terre aux deux extrémités

de son orbite, distantes l'une de l'autre de plus de 60 millions de lieues, & il en conclud que puisque cette parallaxe est insensible, il faut que le diamètre entier de l'orbe annuel soit vu comme un point de la plus proche des Étoiles: Quelle étrange immensité de distance & quelle grandeur dans l'Univers!

Le dix-septième Livre traite d'un autre mouvement apparent des Étoiles, causé par le mouvement de la Terre sur son orbite, & par le mouvement successif de la lumière; M. de la Lande y a joint la nutation de l'axe terrestre; ces deux mouvemens sont si nécessaires dans le calcul astronomique, que M. de la Lande a cru les devoir expliquer avec toute l'étendue nécessaire, l'histoire de la découverte de l'aberration, par M. Bradley, la manière dont il y avoit été conduit, les principes sur lesquels le calcul est établi, tout y est expliqué avec la plus grande netteté, & cet article finit par les formules nécessaires pour déterminer en toute occasion l'aberration d'une Étoile pour un temps donné; ce Livre est terminé par la nutation, ce mouvement autrefois soupçonné par M. Roëmer & par M. Flamstead, découvert par M. Bradley, & démontré d'après la théorie par M. d'Alembert y est traité fort au long, & M. de la Lande y démontre toutes les formules qui y ont rapport.

L'Astronomie des Satellites qui fait le sujet du dix-huitième Livre n'avoit jamais été traitée aussi complètement qu'elle l'est dans cet Ouvrage; M. de la Lande y expose les observations de Galilée, de M.[rs] Cassini & Maraldi sur les révolutions, les distances & les inégalités des Satellites, & propose ensuite de construire des tables de leurs Éclipses semblables à celles de M. Wargentin & il en détaille les fondemens: viennent ensuite les inégalités des Satellites; celle qui dérive de l'équation de Jupiter & celle qui a pour cause le mouvement successif de la lumière, sont communes à tous les Satellites, mais chacun a de plus une inégalité propre, déterminée par observation, & qui paroît provenir des attractions mutuelles des Satellites, de l'excentricité de leurs orbites & sur-tout du mouvement de leurs apsides, la manière de calculer les éclipses de ces

Aſtres ſur leur théorie, M. de la Lande enſeigne à déterminer le diamètre de l'ombre, la latitude jovi-centrique des Satellites, leurs inclinaiſons & leurs nœuds, la durée de leurs éclipſes, en ſuppoſant même le globe de Jupiter elliptique, & tout cela par des règles ſimples, commodes, & par-tout éclaircies par des exemples; il explique toutes les variations que M.rs Maraldi & Wargentin ont remarquées dans les demi-durées des éclipſes des trois Satellites les plus éloignés, & il rapporte l'explication qu'ils en ont donnée, en ſuppoſant un changement dans leurs inclinaiſons & dans leurs nœuds; il paſſe enſuite à l'examen de pluſieurs circonſtances qui influent dans les obſervations, telles que les inégalités optiques cauſées par les variations de l'intenſité de la lumière, les différences de groſſeur des Satellites, leurs taches, leurs variations de grandeurs apparentes, & les différences que les lunettes produiſent dans les obſervations; il donne enſuite la manière de déterminer les configurations des Satellites, & donne la figure de l'inſtrument inventé pour cet effet par M. Caſſini; il expoſe une méthode graphique pour trouver l'effet des parallaxes, pour ſavoir dans quel temps on peut obſerver dans une même éclipſe les immerſions du ſecond Satellite, & enſeigne à connoître à quelle diſtance de Jupiter doivent arriver les émerſions pour ſe préparer à les obſerver, & donne le moyen de trouver les latitudes apparentes des Satellites par rapport aux bandes de Jupiter; les Satellites de Saturne, leur hiſtoire, les élémens de leur théorie font auſſi l'objet d'une ample explication, les obſervations de M. Caſſini en font le principal fondement; & pour rendre ſon Ouvrage plus complet, M. de la Lande y ajoute celles de M.rs Pound & le Monnier.

Les Comètes, ces aſtres ſinguliers qui faiſoient autrefois la terreur de l'Univers & qui n'en excitent aujourd'hui que l'admiration, ſont traitées dans le dix-neuvième Livre; l'hiſtoire fait mention d'environ quatre cents cinquante Comètes, mais il n'y en a que cinquante-une dont les élémens & l'orbite aient été calculés; M. de la Lande parle de celles qui ont été les plus célèbres, ſoit par la grandeur de leur queue ou de leur

chevelure, soit par la durée de leur apparition, soit par la vîtesse de leur mouvement, soit par quelqu'autre circonstance remarquable; il donne une idée du systême des Anciens sur la nature de ces Astres, mais il cite sur-tout avec complaisance ce que Sénèque en a dit; les idées de ce Philosophe sont si sublimes & si éloignées de la manière dont on pensoit de son temps à ce sujet, qu'à peine pourroit-on dans ce siècle dire quelque chose de plus ingénieux & de plus philosophique: M. de la Lande fait voir comment les idées de Tycho, de Képler, d'Hévélius & de M. Cassini avoient enfin conduit à la découverte de Newton & de M. Halley sur les orbites des Comètes & sur leur mouvement à peu près parabolique; il démontre la proposition fondamentale qui sert à construire la table du mouvement d'une Comète qu'on suppose mettre un certain nombre de jours à aller de son aphélie à trois signes au-delà, & au moyen de laquelle on trouve par une règle de trois le mouvement de toutes les autres, il se propose le problème de déterminer au moyen de trois observations l'orbite d'une Comète, & le résout, tant par le calcul que par une méthode graphique qui lui est particulière & qui abrège considérablement le calcul & les tâtonnemens qu'on est forcé d'employer par les méthodes ordinaires; jusqu'ici nous n'avons regardé les orbites des Comètes que comme des paraboles, elles sont cependant de véritables ellipses, mais très-alongées; M. de la Lande donne les moyens de calculer l'anomalie vraie dans un orbite elliptique très-excentrique, en prenant pour exemple la fameuse Comète de 1682, observée de nouveau en 1759; il y donne une idée des perturbations que les attractions de Jupiter & de Saturne lui avoient causées & qui ont été si savamment discutées par M. Clairaut; la queue des Comètes termine ce dix-neuvième Livre, & on y trouve ce que M.rs Newton & de Mairan ont proposé à ce sujet, & ce que les Observations physiques peuvent fournir pour confirmer l'explication physique que ce dernier a donnée du phénomène.

Jusqu'ici nous n'avons considéré que le mouvement des Astres autour du Soleil ou des Satellites autour de leur Planète

principale, ils en ont cependant encore un autre, tous, sans même en excepter le Soleil, tournent sur eux-mêmes, c'est ce mouvement de rotation qui fait le sujet du vingtième Livre, M. de la Lande commence par la découverte des taches du Soleil, faite en 1711 par le P. Scheiner, qui ont décélé le mouvement du Soleil autour de son axe, & il enseigne comment on a pu, par leur moyen, déterminer la révolution du Soleil & la position de son axe & de son équateur; il observe de plus, qu'on pourroit peut-être, en examinant bien leur mouvement, déterminer si les nœuds de l'équateur solaire n'auroient point un mouvement qui sembleroit demander un aplatissement d'environ $\frac{1}{900}$e que M. Bouguer & lui ont cru remarquer dans son globe.

La rotation de la Lune établie par M. de Mairan & adoptée par M. de la Lande, suit celle du Soleil; il en tire la position de son axe & de son équateur, il parle ensuite des taches de cette Planète & des cartes nommées *Sélénographies*, qui les représentent; il y expose les phénomènes de la libration & les explications qui en ont été données, & fait voir que cette libration s'explique facilement, en admettant avec M. Cassini un mouvement uniforme de rotation autour d'un axe incliné d'environ 2 degrés sur l'écliptique; mais cette hypothèse n'avoit encore été démontrée que par M. Mayer dans un Écrit allemand, inséré dans les Mémoires de la Société de Nuremberg. M. de la Lande en a extrait les principaux raisonnemens, les observations & la méthode très-élégante, au moyen de laquelle on parvient à faire entrer dans un même résultat un grand nombre d'observations; & de celles qu'il a faites lui-même, il parvient à tirer le mouvement des nœuds de l'équateur lunaire égal à celui des nœuds de l'orbite, comme nous l'avons déjà dit dans cette Histoire *. Jupiter & Saturne, Vénus & Mars, leur figure, leurs taches, leurs phases, leurs rotations, le tout tiré principalement des observations de M.rs Cassini & Maraldi, terminent ce vingtième Livre, M. de la Lande y ajoute ce qui regarde l'anneau de Saturne & une méthode nouvelle & facile de trouver l'élévation

* *Voy. ci-devant, page 112.*

l'élévation de l'oeil au-dessous du plan de cet anneau, & par conséquent sa figure, ses phases & ses disparitions.

Le vingtième Livre est d'un genre absolument différent, & on pourroit dire qu'il seroit étranger à cet Ouvrage s'il ne devenoit nécessaire à ce qui y sera dit dans la suite, il contient une introduction au calcul différentiel & intégral & à l'Arithmétique de l'infini, considérée dans les parties qui servent à l'Astronomie, quoique ces calculs soient expliqués dans plusieurs Livres, il y manque par-tout certains théorèmes dont l'Astronomie physique a besoin, & des règles pour les appliquer à ses usages; il y a même des propriétés des sections coniques, applicables à l'Astronomie, qui sont ignorées de tous ceux qui en ont écrit, c'est à quoi M. de la Lande a voulu suppléer dans ce Livre, & son Ouvrage devient par ce moyen une introduction complète & élémentaire à la Physique céleste.

Le vingt-deuxième Livre traite de l'attraction, de ses loix & de ses effets, M. de la Lande commence par l'histoire intéressante de cette fameuse découverte dont il fait voir le germe dans les Ouvrages de Plutarque, de Copernic, de Tycho, de Bacon, d'Hévélius, de Fermat, de Roberval, mais sur-tout de Képler & du Docteur Hook, auxquels il n'a manqué que d'en connoître la loi; on voit ensuite comment Newton parvint à la déterminer à l'aide de celle de Képler, sur la proportion entre les distances des planètes au Soleil & le temps de leurs révolutions; il donne l'expression des forces centrales & centrifuges, & en fait voir les proportions; il explique par ce moyen la nature elliptique des orbites des planètes, il donne une règle très-simple pour s'assurer de la densité de ces corps par les révolutions & les distances de ces Satellites; de-là il passe aux perturbations que l'action mutuelle des planètes les unes sur les autres, doit produire dans leur cours, il détaille les principes qui doivent être employés dans cette recherche, & rapporte la manière dont M. Clairaut parvient à exprimer en termes finis le rayon vecteur de l'orbite troublée.

La première application que fait M. de la Lande de toute

cette théorie est à la détermination de l'orbite lunaire; M. de la Lande néglige à dessein dans cette discussion un grand nombre de termes pour simplifier les exemples, mais il avertit de ceux qu'il a négligés; le second exemple est la détermination des inégalités causées au mouvement de la Terre par l'action de Jupiter qu'il donne d'une manière assez détaillée pour que tous les Astronomes puissent faire sur d'autres planètes les mêmes calculs & les mêmes recherches.

Le calcul du mouvement des apsides, dans l'hypothèse de l'attraction, suit celui des perturbations; M. de la Lande y prend pour exemple l'apogée du Soleil, il détermine aussi le mouvement des nœuds au moyen d'un théorème très-simple & applicable à toutes les planètes, & ce théorème appliqué à la recherche du mouvement des nœuds de la Lune le donne à un vingtième près de ce qu'il est réellement.

Le calcul de la précession des équinoxes qui dépend de l'attraction que le Soleil & la Lune exercent sur le globe de la Terre, est un des plus difficiles de la théorie de l'attraction, il l'est même à un tel point, que Newton s'y étoit mépris, & ne donnoit à cette précession que la moitié de sa valeur; M.rs d'Alembert, Euler, Simpson, le Chevalier d'Arcy & plusieurs autres qui se sont occupés de ce problème, n'étoient nullement d'accord entre eux, M. de la Lande démontre de la manière la plus claire & la plus précise qu'il faut fixer ce mouvement à 22"; conformément au sentiment de M.rs Euler, d'Alembert & Simpson, la même action de la Lune qui produit la précession des équinoxes, produit aussi la nutation de l'axe terrestre, & M. de la Lande la détermine conforme aux observations de M.rs Bradley & le Monnier.

Le dernier effet de l'attraction expliqué dans ce Livre, est la figure de la Terre, M. de la Lande y emploie la théorie de M. Clairaut, mais dégagée de tout ce qu'elle auroit de trop général & de trop difficile pour les Commençans, & quelque complet que soit ce petit traité de la figure de la Terre, on peut dire qu'il est aussi court que facile.

Le vingt-troisième Livre renferme la Trigonométrie sphérique

où plutôt la partie de cette science qui intéresse l'Astronomie avec toutes les propriétés des sinus & des tangentes, qui ont servi dans le cours de cet Ouvrage; M. de la Lande y donne la théorie & l'usage des analogies différentielles, autrefois inventées par M. Côtes, & depuis prodigieusement étendues par M. l'abbé de la Caille, il les démontre & en fait voir toute l'utilité.

Le vingt-quatrième & dernier Livre est destiné à mettre le Lecteur au fait du calcul astronomique, c'est-à-dire de celui qui se fait en conséquence des observations & d'après les Tables astronomiques, on y voit la manière de se servir des secondes différences pour calculer certaines tables, celle de réduire à une même époque plusieurs observations, de régler une horloge astronomique, de calculer le lieu d'une planète par une observation faite dans le cas le plus compliqué, & en supposant toutes les difficultés dont l'observation peut être accompagnée; M. de la Lande y enseigne l'usage des observations de la Lune pour trouver les longitudes en mer, soit par les méthodes de M.rs Pingré & le Monnier, soit par celle de M. l'abbé de la Caille; il explique toutes les corrections de réfractions & de la parallaxe de deux manières différentes, dont l'une est une méthode nouvelle, inventée par M. Maskeline & plus simple que la méthode ancienne; enfin l'Ouvrage est terminé par les Tables du Soleil de M. l'abbé de la Caille & les Tables de la Lune par M. Mayer, auxquelles il a fait plusieurs augmentations, & même quelques corrections utiles, il en explique l'usage par des exemples détaillés & indique les endroits de son Livre qui servent de fondement à la construction de chacune de ces Tables.

On peut voir aisément, par ce que nous venons de dire, combien cet ouvrage peut être utile & combien il exigeoit de connoissances & de lecture de la part de M. de la Lande: l'attention qu'il a eue de citer continuellement les meilleurs Ouvrages, rend celui-ci un répertoire immense en ce genre; la généalogie des idées, s'il m'est permis d'employer ce terme, y soulage l'esprit de cette humiliante admiration qu'on éprouve

en lisant des découvertes dont on ne voit ni la source ni le progrès: on y trouve presque par-tout des vues nouvelles sur ce qui reste à faire dans l'Astronomie, & il y a peu de parties de cet Ouvrage où M. de la Lande n'ajoute quelque chose à ce qui a été fait avant lui; & pour dire quelque chose de plus, l'accueil que le Public lui a fait, a été tel que l'édition en est actuellement épuisée, & que M. de la Lande travaille* à en donner une seconde.

CETTE même année, le P. Bertier, Prêtre de l'Oratoire & Correspondant de l'Académie, lui dédia un Ouvrage, intitulé: *Physique du Ciel, où l'on confronte sans partialité le vide & l'attraction avec l'éther ou l'impulsion, &c.*

Les Physiciens sont en général partagés en deux espèces de sectes sur l'explication des phénomènes célestes: les uns supposent, avec Descartes, l'Univers rempli d'un fluide qui communique son mouvement aux Corps célestes, & admettent par conséquent le plein & l'impulsion; les sectateurs de Newton au contraire supposent l'Univers absolument vide, ou au moins rempli d'une matière non résistante, & ne donnent d'autre cause des mouvemens des Corps célestes que leur attraction mutuelle, jointe à un mouvement en ligne droite primitivement imprimé.

Il y a près d'un siècle que les deux partis disputent avec chaleur, & que chacun étale ses avantages & tâche de trouver le foible de son adversaire; mais n'a-t-on pas mis trop de vivacité de part & d'autre, & ne seroit-il pas utile qu'un auteur intelligent & impartial exposât de sang froid les raisons des uns & des autres?

C'est à quoi s'est principalement appliqué le P. Bertier dans l'Ouvrage dont nous parlons ici: il y expose, avec toute la fidélité d'un Philosophe impartial, les systèmes de l'attraction & du vide, de l'impulsion & du plein: tout ce qui a été dit de part & d'autre de plus probable, les expériences, les démonstrations, les preuves de toute espèce, sont rapportées alter-

* En Juin 1767.

nativement par le Physicien partisan de l'attraction & du vide & par le Physicien qui adopte le système de l'impulsion & du plein. L'auteur ne prend aucun parti; il évite même avec le plus grand soin de laisser deviner celui pour lequel il auroit le plus d'inclination; mais il met sous les yeux du Public tout ce qui est nécessaire pour bien entendre l'un & l'autre système. La clarté, & sur-tout l'impartialité, qui règnent dans cet Ouvrage, & qu'on trouve si rarement dans ceux qui ont traité de ces matières, ont paru devoir le rendre digne de l'attention & de l'accueil favorable du Public.





GÉOGRAPHIE.

SUR LA COMPARAISON DES ISLES DE FRANCE ET DE BOURBON.

V. les Mém. p. 1.

IL n'eſt que trop ordinaire de trouver des différences dans les Cartes géographiques, mais c'eſt peut-être une eſpèce de phénomène que de voir deux plans de deux îles, toutes deux habitées ſucceſſivement par le même auteur, dont l'un eſt extrêmement exact & l'autre chargé d'erreurs groſſières: tel eſt cependant ce qui a donné lieu à la diſcuſſion géographique de M. Buache, de laquelle nous avons à rendre compte.

Il avoit depuis long-temps entre les mains deux Plans, l'un de l'île *Maſcaregne* ou *de Bourbon*, l'autre de l'île *Maurice* ou *de France:* ces deux plans venoient de M. Denyon, premier Gouverneur de l'île de France en 1722: ils étoient tous deux ſignés de ſon nom; & pour leur donner encore plus de crédit, il n'eſt pas inutile de remarquer que M. Denyon avoit été Ingénieur avant que d'être nommé au gouvernement de l'île de France.

Le voyage que M. l'abbé de la Caille fit en 1752 aux îles de France & de Bourbon, procura des connoiſſances plus certaines que celles qu'on avoit eues juſqu'alors ſur la ſituation, l'étendue & la figure de ces îles, & cet Académicien remit à ſon retour ces matériaux entre les mains de M. Buache pour en faire uſage.

Celui-ci ayant voulu, à la prière de M. de Mairan, comparer la Carte de l'île de France de M. Denyon avec celle qui réſultoit des opérations de M. l'abbé de la Caille, fut frappé de la différence qui ſe trouvoit entre ces deux Cartes: celle de M. Denyon faiſoit l'île de France preſqu'égale à celle de Bourbon, tandis que les opérations de M. l'abbé de la Caille la donnoient beaucoup plus petite.

Cette différence engagea M. Buache à rechercher tout ce que les Géographes pouvoient avoir dit de ces îles, pour voir ce qui avoit pu donner lieu à une erreur si considérable, & voici ce qu'il a trouvé.

Les plus anciennes Cartes représentent toutes l'île de France plus petite que celle de Bourbon: Keeling, Thaurean, Vanneck, Mandeslo, sont tous d'accord sur ce point: Hubner même, dans sa Géographie, où il emploie d'anciennes Relations, la donne de moitié plus petite, & toutes ces déterminations s'accordent assez bien avec celles de M. l'abbé de la Caille.

D'où a donc pu venir dans le temps moyen entre ces observations & celles de M. l'abbé de la Caille, l'idée adoptée par M. Denyon, de faire l'île de France égale à l'île de Bourbon? M. Buache en donne deux raisons; la première est tirée de l'Histoire universelle des Anglois, où il est dit * que tous les Traités moderiies de Géographie sont en défaut au sujet de l'île de France, & que le voyage de Leguat est le seul duquel on puisse en tirer une bonne description. Or, cet auteur donne à l'île Maurice ou de France presque autant de circuit qu'à celle de Mascaregne ou de Bourbon: il n'est donc pas étonnant que M. Denyon ait adopté, peut-être sans mesurer lui-même, l'opinion de l'auteur qui passoit alors pour le plus exact.

* *Tome XXII, pages 205 & suivantes.*

Quand même il seroit parti d'après le tour de l'île qu'il avoit pu faire, il n'en avoit probablement visité les côtes que par m r & dans une barque. On sait que les bas-fonds & les rochers obligent souvent les bâtimens à s'écarter assez loin du rivage: il n'est donc pas étonnant que M. Denyon, trompé par cette circonstance, ait jugé le tour de l'île beaucoup plus grand qu'il n'étoit.

Il seroit assez naturel d'imaginer, d'après ce que nous venons de dire, que le plan de l'île de Bourbon, donné par le même auteur, ne mérite aucune confiance, on se tromperoit cependant, & beaucoup. Ce plan, comparé aux plus exacts, comme celui qui fut dressé par Flacourt en 1658 & celui que M. Bouvet fit lever en 1752, dans le temps qu'il en étoit Gouverneur, s'y est trouvé presqu'entièrement conforme, tant pour

l'étendue que pour la figure, qu'il fait alongée, comme elle l'est réellement, au lieu que le plan de l'Histoire des Voyages la représente comme ronde.

Cette discussion & les matériaux qui ont été communiqués à M. Buache par plusieurs amateurs du progrès de la Géographie, & sur-tout par M. de Bombarde, qui lui a remis un plan exact de l'île de France, l'ont mis en état, en appliquant à ces plans les observations Astronomiques & Géodésiques de M. l'abbé de la Caille, que M. Maraldi lui a communiquées, de dresser deux Cartes très-détaillées de ces îles: on peut aisément juger de quelle utilité elles seront pour la Géographie, la Navigation & le Commerce.

SUR
LA LONGITUDE ET LA LATITUDE DE PÉKIN.

V. les Mém. p. 262.

QUAND la ville de Pékin ne seroit pas la capitale d'un grand Empire, le grand nombre d'observations utiles qui s'y sont faites, en rendroit la position intéressante pour les Astronomes & les Géographes.

M. Pingré s'est appliqué à rassembler les observations qui pouvoient servir à en fixer la Latitude & la Longitude, & voici le résultat de ses recherches.

Les plus anciennes observations faites à Pékin ne remontent pas au-delà de 1278, elles sont de *Co-cheou-king*, qui y cultivoit alors l'Astronomie avec succès: cet Astronome fit élever un gnomon de 40 pieds chinois, & observa avec beaucoup de soin les longueurs de l'ombre à midi, & ses proportions avec la hauteur du gnomon; six de ses observations ont échappé à l'injure des temps, & M. Pingré en a déduit la Latitude de Pékin en y faisant les réductions nécessaires, elle se trouve par un milieu entre ces six observations, de 39^d $52' 16''$; on croit en avoir une septième de la longueur de l'ombre solsticiale, mais celle-ci ne paroît pas être faite avec autant

autant de précision que les autres, la longueur des ombres n'y est marquée qu'en dixièmes de pied, elle donneroit d'ailleurs une Latitude différente de celle qui est déterminée par les autres, & enfin il en résulteroit une obliquité de l'écliptique de 23^d 32′ 58″, plus grande de 1′ 11″ que celle de 23^d 31′ 47″ qui résulte des six autres observations, ainsi M. Pingré conclud à rejeter cette dernière.

Il s'agit présentement de déterminer l'endroit où observoit *Co-cheou-king*, car la grandeur de Pékin est assez considérable pour que cette recherche soit nécessaire; le P. Gaubil, avec des peines & des soins incroyables, s'est assuré que l'Observatoire de l'Astronome chinois étoit de 4′ 47″ plus méridional que la maison des Jésuites françois de Pékin, ce qui donneroit la Latitude de cette maison, d'après les observations de *Co-cheou-king*, de 39^d 57′ 3″, & nous allons bien-tôt voir combien ce résultat s'éloigne peu de la vérité.

Un des premiers soins des Missionnaires françois, en arrivant à la Chine, fut de s'assurer de la position de Pékin; dès l'an 1668, le P. Verbiest essaya de déterminer la Latitude de l'Observatoire impérial: faute d'instrumens dont il manquoit alors, il se servit d'un ancien gnomon qu'il fit réparer, & qui après cette réparation se trouva haut de 8 pieds $\frac{1}{2}$; il calcula d'après cette hauteur la longueur de l'ombre au 27 Décembre, & il la trouva de 16 pieds six dixièmes & environ six centièmes, ce qui fut exactement conforme à l'observation; le P. Gouye la comparant à une observation faite le même jour à Bologne en Italie, en déduit la Latitude de l'Observatoire impérial de Pékin, de 39^d 57′ 41″: mais il y a ici deux fautes qui n'ont pas échappé à M. Pingré; la première est une erreur dans le calcul, dont la rectification réduiroit la Latitude de Pékin à 39^d 42′ 15″, & la seconde d'avoir donné une fausse date à l'observation que le P. Verbiest n'avoit point datée, en restituant cette date & la remettant au 31 Décembre, comme la longueur observée de l'ombre le demande; cette observation donneroit la Latitude de Pékin de 36^d 57′ 30″, bien différente de celle de *Co-cheou-king*:

vingt ans après les PP. Fontenay & Lecomte tentèrent de déterminer cette Latitude par des hauteurs du Soleil & de *Sirius*, mais l'inſtrument étoit trop petit, trop mal vérifié, & les obſervations trop imparfaites pour qu'on en puiſſe rien conclure.

Enfin en 1754, 1755 & 1756, les PP. Gaubil & Benoît obſervèrent un grand nombre de hauteurs méridiennes d'étoiles, tant au nord qu'au ſud, avec un excellent quart-de-cercle de trois pieds de rayon, que leur avoit envoyé M. de l'Iſle, & ces hauteurs corrigées par la Table de réfraction de M. Bradley, donnent toutes la hauteur du pôle de la maiſon des Jéſuites françois à Pékin, de 39^d 55′ 15″, & cette Latitude peut paſſer pour déterminée avec toute la préciſion qu'il eſt poſſible d'obtenir; l'Obſervatoire impérial ſera donc à 39^d 55′ 30″ de Latitude ſeptentrionale.

La Longitude de Pékin ſeroit auſſi aiſée à fixer que ſa Latitude, ſi on ne conſultoit que le nombre des obſervations, il eſt prodigieux, mais elles ſont pour la plupart ſi mal circonſtanciées, qu'il n'eſt preſque pas poſſible d'en rien tirer; il étoit cependant d'autant plus néceſſaire de fixer cette Longitude, que les meilleurs Auteurs ne s'accordent nullement entre eux ſur ce point; M. Harris avoit placé Pékin à 7^h 42′ 20″ à l'orient de Paris; M. de la Hire, à 7^h 38′; & enfin le P. Noël à 7^h 36′ 38″, mais aucun d'eux n'a donné les raiſons ſur leſquelles il ſe fonde, & M. Pingré a été obligé de raſſembler ce qu'il a pu tirer de connoiſſances ſur cet article.

M.^{rs} Caſſini & Maraldi ont comparé les obſervations des Satellites, faites à Pékin avant 1726, avec celles des leurs qui leur étoient correſpondantes ou qui même avoient été faites à quelques jours de diſtance, en y faiſant les réductions néceſſaires; les réſultats ne ſe ſont nullement accordés les uns avec les autres; les Longitudes qu'ils donnent diffèrent entre elles depuis 7^h 35′ 28″ juſqu'à 7^h 37′ 17″, mais en prenant le milieu, il ne paroît pas que la Longitude de Pékin puiſſe beaucoup différer de 7^h 36′ 22″ $\frac{1}{2}$.

Les obſervations faites à Pékin depuis 1726, paroiſſent plus

exactes & sont en très-grand nombre; M. Pingré en a comparé plus de deux cents du premier Satellite avec les observations Européennes, & cela par trois différentes méthodes.

La première a été de les comparer immédiatement avec celles d'Europe qui ont été faites les mêmes jours, en excluant toutes celles qui pouvoient être douteuses, il ne s'en est trouvé que neuf dont les observations de M.rs Cassini & Maraldi aient donné les correspondantes, elles ont donné la Longitude de la maison françoise de $7^h\ 36'\ 15''$ à l'orient de Paris; quatorze observations pareilles, qui ont trouvé leurs correspondantes dans celles de M. de l'Isle à Péterſbourg, ont donné la Longitude de cette même maison de $5^h\ 44'\ 22''$ à l'orient de Péterſbourg, & par conséquent de $7^h\ 36'\ 24''$ à l'orient de Paris; enfin sept immersions & dix-huit émersions comparées avec les observations faites à Chandernagor par le P. Boudier, donnent la différence de Longitude entre Pékin & Chandernagor de $1^h\ 51'\ 45''$, à quoi ajoutant la différence entre Chandernagor & Paris de $5^h\ 44'\ 37''$, on a la différence entre ce dernier & Pékin de $7^h\ 36'\ 24''$.

La seconde méthode a été de comparer les observations de Pékin avec le calcul des tables, corrigé par les observations de M. Maraldi, faites une ou deux révolutions plus tôt ou plus tard, il s'est trouvé entre les résultats des différences énormes, qui venoient visiblement du défaut des observations de la Chine, & on n'en a rien pu conclure de précis.

La troisième méthode a consisté à dresser, d'après les meilleures observations de l'Europe, des espèces d'Éphémérides du 1.er Satellite, pour les temps auxquels les PP. Koegler & Gaubil avoient le plus observé, & d'y comparer quatre-vingts immersions & quatre-vingts émersions observées à Pékin; elles ont donné pour résultat moyen $7^h\ 36'\ 9''$ de différence de méridiens entre Paris & Pékin: mais si on sépare les observations du P. Gaubil, qu'on a tout lieu de croire les meilleures, de celles du P. Koegler, on aura pour cette différence $7^h\ 36'\ 32''$. Le passage de Mercure observé en 1753 à Pékin, & comparé à l'observation de M.rs Cassini & Maraldi, donne

la différence des méridiens entre Paris & Pékin de $7^h\ 36'\ 24''$; enfin une éclipse de Soleil observée à Pékin & à Paris en 1730, comparée à l'observation faite à Paris, donne, en faisant les réductions nécessaires, la différence des méridiens entre les deux villes, de $7^h\ 36'\ 23''$.

C'est à ce résultat, qui s'accorde assez bien à tout ce que nous venons de dire qu'on avoit trouvé de plus exact, que s'arrête M. Pingré, & il résulte de son travail qu'on peut prendre sans crainte $39^d\ 55'\ 15''$ pour la Latitude de la maison des Jésuites françois à Pékin, ou $39^d\ 55'\ 30''$ pour celle de l'Observatoire impérial, $7^h\ 36'\ 23''$ pour la différence des méridiens entre l'Observatoire de Paris & celui de la maison françoise de Pékin, & enfin $7^h\ 36'\ 35''$ pour cette même différence entre l'Observatoire de Paris & l'Observatoire de Pékin. Il n'y a pas d'apparence qu'on soit jamais obligé de rectifier cette position.

SUR LA LONGITUDE DE POLLING.

V. les Mém. p. 348.

VOICI encore un travail de la même espèce, les observations faites depuis plusieurs années à Polling, par M. Godhower, ont fait desirer de connoître exactement la Longitude de cette ville, M. Pingré ayant communiqué à M. Bailly l'observation de l'éclipse de Lune du 17 Mars 1764, que celui-ci avoit observée à Nosson près de Sens, avec S. É. Mgr le Cardinal de Luynes; M. Bailly fit la comparaison des phases qui avoient été observées dans les deux endroits, il en résulte qu'en prenant un milieu entre neuf phases qui ont pu être comparées, elles donneront la différence des méridiens entre Nosson & Polling de $30'\ 4''$, & comme Nosson est plus oriental que Paris de $3'\ 45''$, que Polling est plus oriental que Paris de $33'\ 49''$, ce qui s'accorde assez bien avec la position que lui donnent les opérations géodésiques faites en Allemagne par M. de Thury, mais que si on choisit les seules immersions des taches qui semblent

s'accorder plus précisément, on aura pour la différence des méridiens entre Polling & Paris 33′ 38″, ce qui s'accorderoit assez avec la détermination du P. Hell; il se trouve donc seulement 11″ d'ambiguité sur la Longitude de cette ville : C'est déjà l'avoir amenée à des termes assez précis, & il y a tout lieu d'espérer que de nouvelles observations lèveront sur ce point toute incertitude.

SUR LA COMPARAISON
De la Latitude des principales Villes du Royaume, déterminées par les Observations, avec celle qui résulte des Triangles.

QUELQUES erreurs qu'on avoit cru remarquer entre les Latitudes observées de quelques points de la côte de Bretagne & celles qui avoient été déduites des mesures géodésiques de la Carte de France, ont engagé M. de Thury à cette discussion; il s'agissoit principalement de la Latitude de Hennebond, qu'on prétendoit que les observations de M. d'Après donnoient de 5 minutes plus petite que les Triangles : M. de Thury ayant examiné ses propres calculs, a trouvé que les Triangles donnoient la Latitude d'Hennebond de 47^d 48′ 1″, tandis que les Observations de M. d'Après ne la faisoient que de 47^d 47′ 10″, avec une différence de 51″ seulement; mais pour prévenir encore mieux des objections de cette espèce, il a joint à son Mémoire une Table de la Latitude des principales villes de France, au nombre de onze, déduite des Observations d'une part, & des mesures géodésiques de l'autre. V. les Mém. p. 490.

Il résulte de la comparaison, que la plus grande différence qui se trouve entre les Latitudes déterminées par les mesures géodésiques & celles qui ont été données par les Observations n'excèdent pas 54″, bien différente des 5 minutes d'erreur qu'on lui avoit reproché; ces différences mêmes ne sont pas toutes

réelles; les clochers ont toujours été pris pour former les Triangles, & il est rare qu'on choisisse un clocher pour y observer; les points des observations ne sont donc pas les mêmes que ceux des Triangles, & cette circonstance pourroit bien être la cause des petites différences qui se trouvent entre les Latitudes déterminées par l'une & par l'autre méthode.

CETTE année M. de l'Isle publia un Plan très-détaillé de la ville de Pékin, qu'il accompagna d'une description que M. Pingré avoit rédigée d'après les Mémoires qu'il lui avoit remis.

L'un & l'autre de ces Ouvrages sont le fruit de la correspondance que M. de l'Isle a entretenue pendant plus de trente ans avec les Jésuites Missionnaires à la Chine; ce travail devoit être publié dans le XXIX.e volume des Lettres édifiantes & curieuses, mais cet ouvrage ayant été interrompu, M. de l'Isle n'a pas voulu que le Public en fût privé, & s'est déterminé d'autant plus volontiers à le publier, que M. Pingré lui a offert de concourir à l'exécution de ce dessein.

L'exactitude du Plan ne peut être révoquée en doute, il a été dressé sur les desseins envoyés de bonne part & faits sur le lieu avec les plus grandes attentions; nous ne pouvons entrer ici dans ce détail que l'inspection du Plan est seule en état de suppléer, & nous nous bornerons à dire un mot de la description qui l'accompagne.

Cet Ouvrage est divisé en sept articles, le premier contient une histoire abrégée de la ville de Pékin, de sa fondation & des principales révolutions de ce grand Empire dont elle est la capitale; cette espèce d'abrégé de l'histoire de la Chine étoit d'autant plus nécessaire qu'il auroit été très-difficile sans cela de comprendre comment la capitale d'un Empire est divisée en deux villes, qui à la vérité se touchent, mais qui sont cependant séparées par une forte muraille: les Mantcheoux, vainqueurs dans la dernière révolution arrivée à l'Empire Chinois, n'ont pas voulu se mettre absolument à la discrétion

de leurs nouveaux sujets, & ils se sont emparés de la ville nouvelle, bâtie par *Yong-lo* au nord de l'ancienne ville, & qu'on nomme aujourd'hui *la ville Tartare:* Pékin est donc réellement composé de deux villes très-distinctes & séparées par une muraille.

La ville Tartare est, comme on le juge bien, la plus considérable, c'est aussi la seule que regarde le plan de M. de l'Isle fait sur les desseins envoyés par les Missionnaires; M. Pingré donne dans sa description une idée très-circonstanciée des enceintes de cette grande ville, de leurs dimensions, du nombre de ses portes, de leur construction, de la grandeur & de la disposition des rues, de la forme des bâtimens, de la population, de la manière dont la police y est administrée, de la garde qui s'y fait habituellement, en un mot de tout ce qui peut intéresser le Lecteur dans un semblable sujet.

Le troisième article entre dans un plus grand détail sur ce qui concerne en particulier la ville Tartare; ce détail est relatif au Plan gravé dont nous venons de parler, & il y renvoie par des chiffres & par des lettres; M. Pingré y fait connoître les temples, les palais, les rues, les tribunaux, les places publiques, & cet article est rempli des détails les plus curieux.

Le quatrième & le cinquième article ont pour objet la description particulière de la ville Chinoise & de ses fauxbourgs, comme il n'y a pas de plan gravé de cette partie, cette description ne peut être aussi détaillée que celle de la ville Tartare, cependant elle contient celle de plusieurs lieux particuliers sur lesquels les Lettres des Missionnaires ont fourni des instructions plus circonstanciées ou des anecdotes intéressantes.

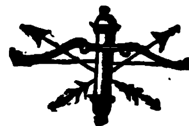
Il étoit impossible d'évaluer la grandeur de cette capitale & sa distance aux principaux endroits de l'Empire, sans connoître la valeur de la mesure itinéraire chinoise, cette nation compte par *lis* comme nous comptons par lieues, il étoit donc nécessaire pour que le Lecteur françois pût prendre de justes idées, de lui faire connoître la proportion du *li* avec nos mesures, c'est à cette discussion qu'est employé le sixième article; M. Pingré considérant que le li a toujours été constamment

estimé à 1800 pieds chinois, s'est appliqué à chercher le rapport du pied chinois au pied de Roi en usage parmi nous, l'ayant trouvé tant par la lecture de plusieurs lettres que par la vérification qu'en a faite M. de Mairan à qui le P. Parennin avoit envoyé le pied de la Chine, bien étalonné, il en a conclu que le li chinois contient à très-peu près 296 de nos toises, ce qui donneroit l'enceinte de la ville Tartare de 11466 de nos toises ou de 5 $\frac{3}{4}$ lieues parisiennes ou environ; celle de la ville Chinoise, autant qu'on en peut juger par le plan général des deux villes, de 10610 de nos toises ou 5 $\frac{1}{4}$ lieues & un peu plus; & enfin l'enceinte totale des deux villes, en retranchant le mur commun qui les sépare, de 15747 de nos toises ou environ 7 $\frac{3}{4}$ lieues.

Le septième & dernier article contient les recherches & les calculs que M. Pingré a cru nécessaires pour s'assurer de la Longitude & de la Latitude de Pékin, mais comme nous venons de parler de cet article dans le plus grand détail, & d'après M. Pingré lui-même *, nous prions le Lecteur de vouloir bien y avoir recours.

* Voy. ci-dessus pages 152 & suivantes.

Cet Ouvrage joint au Plan gravé auquel il est relatif, ne peut certainement qu'être extrêmement utile aux Astronomes qui y trouveront la position précise des endroits où auront été faites les observations, aux Amateurs de la Géographie, & enfin à tous ceux qui s'intéressent à la Nation Chinoise, & c'est un véritable présent que M.rs de l'Isle & Pingré font au Public.



HYDROGRAPHIE.



HYDROGRAPHIE.

CETTE année, M. Daprès de Mannevillette, Capitaine des vaisseaux de la Compagnie des Indes & Correspondant de l'Académie, lui présenta un Mémoire & deux Cartes pour servir de second supplément au Neptune oriental qu'il a publié.

Nous avons rendu compte en 1745 [a] de cet Ouvrage de M. d'Après, dans lequel il prend la navigation des Indes à la rivière *dos Fugos*, située à la côte orientale de l'Afrique.

Nous avons pareillement rendu compte en 1753 [b] du Supplément donné par M. d'Après à son Neptune oriental, & dans lequel il reprend la partie de la route depuis le cap de Bonne-espérance jusqu'à la rivière *dos Fugos* d'où il étoit parti dans son premier Ouvrage.

[a] *Voy. Hist. de l'Acad. 1745, p. 76.*

[b] *Voy. Hist. de l'Acad. 1753, page 285.*

Il restoit, comme on voit, pour compléter cette partie de l'Hydrographie, à donner la partie de la route aux grandes Indes, depuis les mers d'Europe jusqu'au cap de Bonne-espérance.

C'est ce que s'est proposé M. d'Après, dans le Mémoire dont nous avons à rendre compte.

L'histoire des vents alizés ou réguliers si utiles dans cette navigation, fait un des principaux articles de cet Ouvrage: ces vents n'étant pas tous constans pendant toute l'année, mais ayant en plusieurs endroits des retours périodiques, il étoit bien nécessaire de connoître ces retours pour déterminer le temps auquel on doit partir de nos ports pour trouver, en arrivant dans certains parages, celui qui peut favoriser la route & n'avoir pas à y lutter contre un vent contraire; M. d'Après détaille cet objet avec la plus grande exactitude.

Il n'importe pas moins sur mer que sur terre, d'abréger les routes autant qu'il est possible. Les premiers Navigateurs avoient cru d'assez longs circuits nécessaires pour assurer le

ſuccès de leurs voyages, il en réſultoit une multiplication inutile de dangers, tant par la mer que par les maladies, & une énorme conſommation de vivres en pure perte; en profitant des lumières qui lui ont été données par les Journaux les plus exacts & par ſes propres obſervations, M. d'Après a trouvé moyen de détruire ces circuits & ces relâches inutiles & dangereuſes.

Une des plus fortes raiſons que les Navigateurs donnoient de cet inutile alongement de la route, étoit la néceſſité d'éviter des roches, des vigies, des bas-fonds qu'on croyoit être dans le cas de rencontrer en ſuivant une route plus directe & plus courte; M. d'Après ne pouvoit répondre à cette objection qu'en donnant une connoiſſance exacte de la partie de l'Océan où ſe doit faire la route.

Pour y parvenir, il diſcute avec la critique la plus ſûre & la plus préciſe les îles, vigies, bas-fonds & autres objets qui ſe trouvent dans cette route, & en aſſure la poſition par des latitudes & des longitudes exactes; il détermine le degré de longitude vers l'oueſt où l'on doit paſſer pour abréger le voyage, il rétablit pluſieurs de ces îles qu'on avoit effacées ſur les cartes, quoiqu'elles exiſtent réellement & qu'elles aient été reconnues par les Voyages les plus récens, & par la même raiſon il jette des doutes très-fondés ſur l'exiſtence de quelques autres qu'on avoit anciennement confondues avec celles qui ſont très-connues, de ce nombre ſont celles de *Marim-Was* qu'on a confondues vraiſemblablement avec les îles de la Trinité, & la ſeconde île de l'Aſcenſion, il rapporte à ce ſujet différentes croiſières faites à deſſein dans les parages où on les ſuppoſe, ſans qu'on ait pu les reconnoître; il détaille avec ſoin la reconnoiſſance de quelques bas-fonds reconnus par les vaiſſeaux de la Compagnie, & donne par-tout les variations de l'aimant, les limites des vents alizés & des vents variables, les ſondes, en un mot tout ce qui eſt néceſſaire pour abréger la navigation de nos ports aux iſles de France & de Bourbon; car ces deux traverſées ſont ajoutées à ſon ouvrage.

Comme les iſles du Cap-vert doivent être néceſſairement

reconnues, tant par les vaisseaux qui passent à leur ouest pour aller aux grandes Indes, que par ceux qui vont à la côte d'Afrique, & qui passent à leur est entre elles & la Terre-ferme; M. d'Après joint à son ouvrage une Carte très-détaillée de ces îles, dans laquelle il donne sur un plus grand point la baye & la rade de la Praye, située au sud de l'île de *Sant-Jago*, qui est l'endroit le plus commode pour l'attérage des vaisseaux qui veulent s'arrêter à ces îles.

La relâche ou du moins la reconnoissance du cap de Bonne-espérance que M. d'Après juge nécessaire, l'a engagé à donner de même un Plan très-détaillé de ce cap & des environs, & son Routier est chargé de tous les avantages qu'il est possible d'en tirer, soit pour attérer à la ville même du Cap, soit pour se mettre à l'abri, en cas d'accident, dans la baye de False, qu'il regarde avec raison comme un asyle très-sûr.

Cet ouvrage qui contient un Routier très-détaillé de la navigation aux îles de France & de Bourbon, & fait avec toutes les attentions qui en peuvent assurer la justesse, a paru si utile à l'Académie qu'elle a jugé à propos de le publier dans le cinquième Volume des Mémoires * qui lui ont été présentés, & qui est sur le point de paroître.

* *Savans étrangers, Tome V, page 190.*





HYDRAULIQUE.

SUR LES INONDATIONS DE LA SEINE À PARIS.

V. les Mém. p. 457.

Les Inondations causées dans la ville de Paris par les crûes de la Seine, sont des évènemens trop intéressans pour ne pas avoir excité le zèle & l'attention de l'Académie.

Elle avoit chargé en 1740, M. Buache, d'examiner le progrès de l'inondation qui arriva cette même année, & elle a rendu compte au Public en 1742 * du travail de cet Académicien & des trois cartes qui l'accompagnoient, dont la première marquoit tous les endroits où s'étendit l'Inondation de 1740 dans la ville de Paris, tant sur la superficie du terrain que dans les caves; la seconde, la pente de tous les ruisseaux, pour faire voir comment les eaux des uns vont se rendre immédiatement à la rivière, tandis que celles des autres y sont portées par le grand égout qui enveloppe toute la partie septentrionale de la ville, & enfin la troisième est une coupe de Paris depuis l'Observatoire jusqu'à la porte Saint-Martin, avec la pente du terrain & les nappes d'eaux souterraines qui fournissent les puits.

* Voy. Hist. de l'Acad. 1742, page 7; & Mém. page 371.

L'Inondation de 1751, engagea l'Académie à charger M.rs Buache & Deparcieux d'en examiner très-exactement les progrès & les différentes circonstances, pour en faire la comparaison avec les Inondations précédemment observées, ce travail & l'inondation de 1764 mirent M. Deparcieux dans le cas de rechercher avec soin tous les vestiges des différentes Inondations qu'il pouvoit retrouver, il en trouva en effet un très-grand nombre.

On juge bien que dans des recherches de cette espèce, on doit user d'une sage & scrupuleuse critique, aussi M. Deparcieux n'y a-t-il pas manqué; il a soigneusement examiné toutes ces observations, rejeté toutes celles qui ne s'accordoient

pas entre elles dans les mêmes quartiers, & n'a admis que celles de la certitude desquelles leur accord étoit garant.

Nous avons dit que M. Deparcieux avoit rejeté toutes les observations qui ne s'accordoient pas dans les mêmes quartiers, car s'il n'eût voulu admettre que celles qui donnoient d'un bout à l'autre de Paris la même hauteur de la crûe d'eau, il n'en auroit admis aucune; l'examen qu'il en fit lui fit apercevoir un phénomène auquel il ne se seroit sûrement pas attendu; en partant des observations de M. Picard, la pente de la rivière de Seine est d'environ un pied par mille toises, & tous les repaires des grandes Inondations, qui dans chaque quartier s'accordoient très-bien les uns avec les autres, concouroient à donner environ 5 pieds de plus de hauteur au fossé de l'Arsenal qu'au Pont-tournant; & pour mettre le comble à cette espèce de singularité, cette différence se trouvoit plus grande de quelques pieds dans les plus grandes Inondations que dans les moindres.

Pour s'assurer mieux de cette différence, M. Deparcieux imagina de se servir d'un moyen très-sûr & très-facile, auquel il n'avoit pensé en 1740 qu'après que l'Inondation fut diminuée, & que les pluies de 1751 ne lui avoient pas permis de pratiquer.

Lorsque la rivière augmente considérablement, elle entre à Chaillot par l'embouchure du grand égout, qu'elle empêche de se dégorger, & les eaux tant de la Seine que de l'égout, y demeurent stagnantes; en 1764, l'Inondation fut assez forte pour que ces eaux stagnantes vinssent à environ deux pieds de hauteur près du réservoir placé au Pont-aux-choux, où elles marquoient très-exactement le niveau des eaux de la Seine à Chaillot.

D'un autre côté, l'eau de la rivière entre par le fossé de l'Arsenal, & dans l'Inondation de 1764 elle y vint jusqu'à environ 25 toises de la tête du grand égout, où elle marquoit par conséquent le niveau de la Seine à l'Arsenal.

Il ne s'agissoit donc que de déterminer par un seul coup de niveau, donné même d'assez près, la différence de ces deux hauteurs, M. Deparcieux n'avoit garde de manquer une si

belle occasion, il en profita & trouva que l'eau de la Seine étoit plus haute à l'Arsenal qu'à Chaillot de 4 pieds $\frac{1}{2}$; en 1740, les repaires la donnoient plus haute de 5 pieds 8 pouces, d'où il suit que sans tous les ouvrages faits pour la construction du grand égout, l'eau auroit pris son cours par les marais du Temple & les autres qui les suivent jusqu'aux Champs-élisées & les auroit fortement endommagés.

Il n'étoit donc pas possible de douter du fait, & il n'étoit question que d'en découvrir la cause, M. Deparcieux crut avec raison l'apercevoir dans le retardement & l'obstacle qu'apportent au cours de l'eau les piles des ponts, il étoit aisé de s'en assurer; si l'idée étoit vraie, cette augmentation de 5 pieds que nous venons de trouver au-dessus de tous les ponts, devoit diminuer au-dessous de chaque pont, & enfin devenir nulle au-dessous du Pont-royal qui est le dernier, ce fut effectivement ce que trouva M. Deparcieux, mais cet examen lui fit faire bien d'autres observations importantes.

Non-seulement les piles des ponts rétrécissent le lit de la rivière, c'est un inconvénient commun à tous les ponts, & qu'on ne peut éviter qu'en élargissant le lit de la rivière à l'endroit du pont, comme M. de Regemorte l'a fait à Moulins, mais il y a encore bien d'autres obstacles qui gênent son cours, suivons les deux bras jusqu'à leur réunion au-dessous du Pont-neuf.

L'eau dont le lit est déjà rétréci par l'île Louviers, rencontre d'abord pour premier obstacle le Pont-Marie qui la ralentit encore, mais le principal obstacle qu'elle rencontre est le pont Notre-Dame; ce pont qui a six arches en a la valeur de deux absolument inutiles au passage de l'eau, par les avances du quai de Gêvres & des maisons de la rue de la Pelleterie & par le bâtiment des pompes, les digues, les crêches & tout ce qui l'accompagne; il n'est pas difficile de voir combien tous ces embarras doivent gêner le cours de l'eau, elle en éprouve encore un de cette espèce sous le Pont-neuf, où la Samaritaine rend la valeur d'une arche inutile, il n'est donc pas étonnant que la rivière s'élève au-dessus de ces obstacles.

Ceux du petit bras sont d'une autre espèce, ils naissent du rétrécissement du canal, causé par les bâtimens de l'Hôtel-Dieu, par la multiplicité des ponts, qui sont au nombre de quatre dans un assez petit espace, & du peu de soin qu'on a eu d'en aligner les piles; leur disposition est telle que si on descend dans les basses eaux dans le bras de rivière qui est entre le quai des Orfévres & les Augustins, on n'aperçoit en regardant par dessous les arches du pont Saint-Michel, qu'une forêt de piles, & presqu'aucun passage en ligne droite, aussi arrive-t-il que dans les grandes Inondations la rivière y bondit avec fureur.

Il n'est donc pas étonnant que la rivière s'élève d'environ 5 pieds au-dessus de tous ces obstacles qui gênent son cours: on imaginera aisément combien cette augmentation de hauteur des eaux doit augmenter l'étendue du terrain inondé, soit dans la ville, soit aux environs, & quels affreux ravages peuvent en être la suite, mais ce n'est pas encore tout le mal, cette surcharge de l'eau augmente la vîtesse de celle du fond sous les arches, & y cause des affouillemens qui peuvent être très-dangereux & même en occasionner quelque jour la ruine.

Les obstacles que nous venons de détailler & qui causent tout ce mal, ne sont cependant pas de nature à pouvoir être supprimés, les nivellemens de M. Deparcieux & toutes ses réflexions prouvent évidemment que le canal qu'on avoit proposé autrefois de faire autour de Paris du côté du nord, n'ayant que la même pente que le lit de la rivière sur une longueur trois fois plus grande, ne produiroit aucun effet, & il est heureux qu'il n'ait pas été exécuté.

Le seul moyen que M. Deparcieux pense capable de produire un effet qui puisse dédommager de la dépense qu'il occasionneroit, seroit de saigner la Marne à Gournai, par un canal qui, passant par Villemonble & Bondy, porteroit l'excédant de l'eau de la Marne nécessaire à la navigation jusqu'à Saint-Denys; au moyen de ce canal, le lit de la Marne & celui de la Seine seroient beaucoup moins surchargés d'eau dans les Inondations, depuis la prise du canal jusqu'à Saint-

Denys, tant dans la campagne qu'à Paris, & il y auroit bien moins de dommages à réparer.

La néceſſité d'avoir des échelles bien faites & qui puiſſent ſubſiſter long-temps pour meſurer les crûes d'eau dans les Inondations, a engagé M. Deparcieux à rechercher les endroits où elles pourroient être placées de façon qu'elles fuſſent durables & commodes, & voici le réſultat de ſes recherches.

Il ſeroit convenable, ſelon lui, d'en placer une au guichet du Louvre de la rue Froid-manteau à droite ou à gauche de ce guichet, on eſt aſſuré de la ſolidité du bâtiment & il n'y a pas d'endroit plus paſſant ni plus commode pour cet uſage.

On en pourroit placer une autre à l'extrémité de l'Hôtel-de-Ville la plus voiſine de la rivière, le bâtiment eſt ſolide, & quand même il ceſſeroit d'être Hôtel-de-Ville, comme on l'a déjà propoſé pluſieurs fois, il eſt au moins très-probable qu'on ne le détruiroit pas.

M. Deparcieux deſireroit auſſi qu'il y eût à chaque pont une échelle diviſée en pieds, demi-pieds & quart de pieds, réglée d'après celle du Pont-royal, dont le zéro eſt le niveau du banc de l'aiguillette, vis-à-vis la grille de Chaillot, lieu où il y a le moins d'eau dans la rivière depuis Paris juſqu'à Rouen, toutes ces échelles annonceroient quelque choſe de conſtant & de comparable, & tout le monde s'entendroit.

Mais il faudroit obſerver de ne placer ces échelles ſur les piles des ponts que juſqu'à la hauteur où l'eau commence à toucher les quais, & de marquer le ſurplus ſur les murs de ces derniers, parce qu'à meſure que l'eau croît, paſſant dans un endroit de l'arche plus étroit, elle s'élève davantage & paſſe plus vîte, d'où il ſuit qu'elle eſt plus haute de quelques pouces qu'un peu plus loin où ſon cours ſe ralentit.

Tel eſt le précis des vues que M. Deparcieux a cru devoir communiquer à l'Académie pour les conſacrer en quelque ſorte à l'utilité publique: ce n'eſt pas la première preuve qu'il a donnée dans nos Mémoires de ſon amour pour le bien public & de ſon zèle vraiment patriotique.



DIOPTRIQUE.



DIOPTRIQUE.

SUR LA MANIÈRE DE TRAVAILLER LES OBJECTIFS QU'EMPLOYOIT CAMPANI.

LA perfection des Objectifs travaillés, il y a environ un siècle, par Joseph Campani, avoit donné lieu de soupçonner que ce célèbre Artiste avoit une méthode particulière & sûre pour toujours réussir dans le travail de ces verres. V. les Mém. p. 251.

Quoique la nouvelle découverte des lunettes achromatiques semble promettre de nouveaux prodiges dans la Dioptrique, il est cependant bien certain que les Objectifs composés de ces lunettes, seront d'autant plus parfaits que les pièces qui les composent seront mieux travaillées.

L'Académie étoit informée que l'Institut de Bologne avoit les machines qui s'étoient trouvées chez Campani à sa mort; il étoit assez naturel de penser qu'elle pouvoit avoir recueilli pareillement quelques lumières sur la méthode de ce célèbre Artiste, elle crut donc devoir charger M. Fougeroux, qui partoit pour l'Italie, de s'instruire avec le plus grand soin de tout ce qui pouvoit regarder cer important objet : voici ce qu'il a pu tirer de lumières sur cet article.

Le laboratoire de Campani, impénétrable jusqu'à sa mort à tout le monde, fut acheté par le feu Pape Benoît XIV, qui appela M. Hercule Lelli, membre de l'Institut, depuis long-temps occupé de cet objet pour lui remettre le présent qu'il vouloit en faire à cette Compagnie.

Ce dernier fit part à M. Fougeroux de tout ce qu'il avoit pu deviner de la méthode de Campani & de l'usage des pièces qui avoient été trouvées dans le laboratoire de cet Artiste.

Nous disons qu'il avoit pu deviner, car Campani avoit eu

la vanité ou la foiblesse, termes à peu près synonymes en cette occasion, de faire son possible pour ôter jusqu'au moindre vestige de la méthode qu'il employoit.

M. Lelli avoua cependant à M. Fougeroux, qu'il s'étoit réservé la description de la machine avec laquelle Campani travailloit ses bassins, qu'il comptoit publier incessamment; sa mort qui a prévenu la publication qu'il en vouloit faire, nous auroit fait perdre cette ressource, si M. Fougeroux n'avoit trouvé le moyen d'obtenir d'ailleurs un dessein de cette machine; il a donc rapporté tout ce qu'il étoit possible d'avoir sur la méthode de Campani.

La perfection des Objectifs dépend principalement de quatre choses, du choix de la matière, des meilleurs moyens de la travailler, de la perfection des outils, & enfin des attentions qu'on doit avoir dans ce travail à ne rien négliger de ce qui peut concourir à augmenter leur effet.

Campani employoit pour les Objectifs des glaces de Venise, la matière de ces glaces, quoique très-souvent semée de points ou petites bulles, est dure, nette, liée & bien moins sujette aux stries ou filets, que toute autre glace; M. Fougeroux croit cependant qu'il ne seroit pas impossible de s'en procurer ici de plus parfaite, il choisissoit par préférence les morceaux qui avoient une petite teinte de jaune.

Pour examiner les morceaux de glace qu'il destinoit à son travail, il les posoit sur un verre convexe ou un miroir concave, & plaçoit une lumière au foyer; alors le morceau de glace appliqué au verre ou au miroir, se trouvoit si vivement éclairé qu'on y voyoit jusqu'aux moindres fils & aux moindres inégalités de la matière du verre, bien entendu cependant que ce morceau de glace ne fût pas brut & qu'il eût été poli.

Lorsque Campani avoit reconnu un morceau de glace pour être propre à son travail, il traçoit sur cette glace le contour qu'il vouloit donner au verre, & l'arrondissoit en le coupant avec le diamant, en émoussant les angles avec une pince, & enfin en le passant dans un cornet de fer avec du grès mouillé; il disoit qu'il pouvoit travailler avec son tour des verres, sans

se servir de formes, mais il y a toute apparence qu'il ne le disoit que pour dépayser ceux qui auroient cherché à l'imiter; & qu'il se servoit en effet de formes ou bassins; il n'est pas inutile peut-être d'ajouter ici en faveur de ceux qui n'auroient pas vu travailler des verres, que ces formes ou bassins sont des morceaux de cuivre assez épais, auxquels on a donné en creux la même courbure que le verre doit avoir en relief, & qu'on s'en sert en y frottant en tous sens le verre, après y avoir répandu du grès en poudre qu'on a soin de mouiller afin d'user le morceau de glace jusqu'à ce qu'il ait pris la convexité qu'on veut lui donner.

Il suit de-là que les bassins peuvent être employés de deux manières au travail des verres; on peut promener le verre dans le bassin supposé immobile ou bien rendre le verre fixe & promener le bassin dessus.

Il paroît par quelques petits bassins à poignée, qui se sont trouvés dans le laboratoire de Campani, qu'il se servoit quelquefois de la dernière méthode, mais M. Lelli a paru persuadé que ce n'étoit que pour des Objectifs d'un court foyer, & qu'il travailloit les autres dans des bassins fixes & placés horizontalement.

L'attention avec laquelle il travailloit ses verres étoit extrême, cette attention, l'habitude qu'il avoit acquise & le nombre prodigieux de bassins excellens qu'il avoit, faisoient probablement son secret.

On croit qu'il employoit plusieurs bassins pour travailler un verre, il alloit de moins concaves en moins concaves, observant de commencer à user son verre par les bords & autant d'un côté que de l'autre, pour ne le pas décentrer; on croit aussi qu'après avoir fini un côté de son verre il en examinoit le foyer comme plan convexe, & choisissoit un autre bassin pour travailler le second côté & lui donner le foyer précis qu'on exigeoit de lui.

Il se servoit, pour dégrossir & pour adoucir, d'une quantité d'émeri plus grande qu'il n'étoit nécessaire pour commencer son verre; au milieu de l'opération il en retranchoit la moitié

& en enlevoit encore une partie à mesure qu'il avançoit son ouvrage, son émeri devenoit par ce moyen de plus en plus fin à mesure que son verre approchoit de la perfection, il en usoit de même à l'égard du tripoli.

Pour travailler les verres on les assujettit avec du mastic au bout d'un petit manche de bois très-court, qu'on nomme *molette;* le choix de ce mastic n'est nullement indifférent, il faudroit qu'il pût acquérir assez promptement un certain degré de consistance, & qu'il fondît à un foible degré de chaleur, mais il ne paroît pas que Campani eût rien de particulier sur cet article, du moins celui qu'on a trouvé dans son laboratoire n'étoit-il composé que de colophone & de térébenthine de Venise; il se servoit de molettes de bois, c'étoit l'usage de son temps, on leur a substitué depuis avec avantage les molettes de liége.

Lorsque le verre étoit adouci, Campani colloit dans son bassin une feuille de papier, il employoit pour cela de l'eau de gomme afin d'éviter l'épaisseur & les inégalités de la colle; ce papier dont on a trouvé une grande quantité à sa mort, ne ressemble à aucun que nous connoissions, il est peu collé, ferme sans être dur, & ne conserve presqu'aucune marque de la verjure ou forme sur laquelle on fait le papier, il ne seroit pas difficile de s'en procurer de pareil dans nos manufactures.

Il employoit pour le poli de ses Objectifs le tripoli de Venise, choisissant par préférence les morceaux les plus tendres & les plus légers: M. Antheaume a trouvé que l'émeri très-fin qu'on obtient en le détrempant dans l'eau après l'avoir mis en poudre, & ne prenant que celui qui y reste encore suspendu après un quart-d'heure de repos, donnoit un poli aussi vif que le tripoli & n'exigeoit pas qu'on appuyât si fort sur le papier qui couvre la forme; le grès & même la brique mis en poudre très-fine & passés à l'eau de la même manière, ont produit le même effet & ont été employés avec succès.

L'opération de polir les verres est peut-être la plus délicate de toute leur fabrique, parce que la moindre inattention peut altérer leur figure; Campani le savoit bien & ne négligeoit

aucune attention pour se garantir de ce danger, mais il ne paroît pas qu'il y mît autre chose que de l'exactitude, & il est presque sûr qu'il polissoit à la main, quoique cette opération devienne pénible par l'adhérence du verre sur le tripoli pour peu qu'il soit grand.

Jusqu'ici le travail de Campani n'est différent du nôtre que par l'attention qu'il y apportoit, ce qui suit va s'en éloigner davantage; il avoit une machine pour tailler ses bassins, M. Fougeroux a été assez heureux pour en obtenir le dessein qu'il donne dans son Mémoire, nous allons essayer d'en présenter une idée.

On sait que la surface d'un bassin à travailler les verres est une portion de sphère d'un rayon d'autant plus grand que le foyer de l'objectif qu'on y veut travailler doit être plus long; or il est certain que le bassin étant mis sur le tour, si le manche de l'outil étoit aussi long que le rayon de la sphère de laquelle le bassin doit faire partie, & que son extrémité fût arrêtée dans l'axe même de la rotation du bassin, de manière qu'elle y pût tourner en tous sens, sans sortir de ce point, son tranchant seroit toujours dans la surface de cette sphère, & couperoit par conséquent celle du bassin de manière à la représenter exactement.

C'est-là précisément l'idée de la machine de Campani, elle est composée de deux gros quartiers de pierre qui peuvent s'éloigner l'un de l'autre, mais que leur poids assujettit suffisamment quand ils sont en repos; l'un porte la poupée à laquelle le bassin qu'on veut tourner est assujetti, la roue qui le fait tourner & le support; l'autre pierre porte le centre de mouvement du manche de l'outil, & ce manche est une verge de bois de la longueur du rayon de la sphère dont le bassin doit avoir la courbure, ce centre est fixé sur une coulisse qui lui permet de s'avancer par le moyen d'une vis. Il est évident donc que par cette construction l'extrémité tranchante de l'outil est toujours dans la surface de la sphère dont son manche est le rayon, & que le bassin ne peut manquer d'être taillé suivant cette surface.

Le P. Cherubin a donné dans sa Dioptrique oculaire *, la description d'une machine construite sur le même principe pour tailler les bassins, plusieurs autres Auteurs en ont aussi décrit, mais les deux dont nous venons de parler sont certainement les plus propres à cet usage, si cependant on en excepte celle que M. Deparcieux donna en 1736, & qui pouvoit servir également à tailler les verres & les bassins.

* Voy. Dioptrique oculaire du P. Chérubin, page 345.

Il suit de tout ce que nous venons de dire, qu'à l'exception de cette machine, Campani ne devoit la perfection de ses ouvrages qu'aux glaces & au tripoli de Venise, au papier qu'il employoit pour polir ses verres, à la multiplicité d'excellens bassins qu'il avoit su se procurer, & enfin à son adresse & à la quantité d'attentions qu'il mettoit dans son travail.

Nous ne dissimulerons pas cependant que l'opinion commune à Bologne, est que cet Artiste avoit mis dans sa réputation quelque chose de plus que son mérite, & qu'il avoit couvert d'un mystère affecté des pratiques simples & connues, uniquement dans la vue de se faire valoir; il faisoit une grande quantité d'Objectifs & ne laissoit jamais paroître que ceux qui lui avoient paru très-bons, rebutant les autres avec sévérité, & se faisant payer assez cher pour se dédommager de la perte de ceux qu'il supprimoit: il a fait peu d'Objectifs d'un grand foyer, & un de ceux-ci qui avoit 141 pieds de foyer, ayant été cassé en deux, il s'est donné beaucoup de peine pour en réunir les morceaux, à quoi il a effectivement si bien réussi qu'on s'en sert aujourd'hui comme s'il étoit entier, il n'auroit certainement pas pris cette peine s'il avoit eu, comme il l'insinuoit, des moyens sûrs d'en faire un aussi bon avec facilité.

Son frère, Matthieu Campani a publié une dissertation sur la méthode de travailler les verres & les bassins, dédiée à Louis XIV, & imprimée à Rome en 1678, il en avoit publié lui-même une de son vivant, mais on ne peut pas tirer de grandes lumières de ces écrits; & si Campani avoit d'autres moyens que ceux que M. Fougeroux a exposés à l'Académie, il est bien à craindre que ces moyens n'aient été ensévelis

avec lui, & en ce cas cette réticence feroit certainement une tache à sa gloire; faire perdre volontairement un art utile au Public, est une espèce de vol que l'on fait à la postérité.

SUR LES
LUNETTES ACHROMATIQUES.

LE Mémoire duquel nous avons à parler dans cet article doit être regardé comme la suite de l'ouvrage du même Auteur dont nous avons déjà rendu compte dans ce Volume *. V. les Mém. p. 75.

* Voy. ci-devant page 92.

M. d'Alembert s'est proposé d'éclaircir & de faciliter dans ce Mémoire plusieurs méthodes données dans l'ouvrage dont nous venons de parler, & d'y ajouter plusieurs remarques intéressantes, principalement relatives au cas où l'objet est hors de l'axe de la lentille; M. d'Alembert a cru devoir s'écarter de la méthode ordinaire de déterminer les aberrations, tous ceux qui s'y sont appliqués jusqu'à présent ont toujours considéré l'image de l'objet, comme reçue ou même existante sur un plan perpendiculaire à l'axe de la lentille, ils ont rendu par-là les figures & le calcul bien plus compliqués & se sont mis dans le cas d'employer pour l'anéantissement de l'aberration quatre équations de condition dont deux sont impossibles, au lieu de trois seulement qui sont nécessaires, & dont une seulement est impossible; la méthode ordinaire n'éclaire pas d'ailleurs assez l'esprit, elle ne fait point voir comment les conditions nécessaires pour détruire l'aberration de réfrangibilité sont les mêmes pour un objet placé dans l'axe & pour celui qui est placé hors de cet axe; cette vérité si importante y est supposée sans aucune démonstration, on n'y démontre pas mieux la distance du plan perpendiculaire à l'axe qui reçoit l'image à sa lentille; enfin on n'y considère que les images formées au foyer de l'Objectif, & ce ne sont pas ces images que M. d'Alembert pense qu'on doit considérer, mais celles qui se forment au fond de l'œil, & il résulte de tout cela des erreurs que n'ont pu éviter tous ceux qui ont employé cette méthode.

Celle de M. d'Alembert n'a aucuns de ces inconvéniens; comme la formule repréſente également tous les points poſſibles, elle détermine uniquement l'aberration par la poſition du point où le rayon rompu coupe le plan mené par l'objet & par l'axe de la lentille, il ne faut pour cela qu'une ſeule figure & un calcul très-ſimple, & au lieu du plan perpendiculaire à l'axe, on n'a beſoin que d'une ſimple ligne droite; la méthode de M. d'Alembert réduit les conditions néceſſaires pour anéantir l'aberration de ſphéricité à trois équations dont une ſeule eſt impoſſible, & cette impoſſibilité eſt aiſée à reconnoître, puiſque cette équation demanderoit que la diſtance focale fût infinie, enfin elle fait voir clairement que les conditions néceſſaires pour détruire l'aberration de ſphéricité ſont abſolument les mêmes pour les points placés dans l'axe ou hors de l'axe; eſſayons de donner une légère idée de la manière dont M. d'Alembert remplit toutes ces vues.

Nous ne répèterons point ici ce que nous avons dit ci-deſſus ſur cet article, mais nous croyons avant tout, devoir informer le Lecteur d'un double effet que produit l'aberration & qui eſt commun à l'aberration de ſphéricité & à celle de réfrangibilité.

De ce que les rayons, ſoit par l'une, ſoit par l'autre cauſe ne ſe réuniſſent pas en un ſeul point au foyer du verre, il en réſulte néceſſairement deux effets, l'un que l'image du point radiant aura une certaine largeur au foyer du verre, & l'autre que les rayons ſe croiſeront ſur l'axe du pinceau optique avant ou après l'image; l'eſpace qu'ils occuperont au foyer, ſe nomme leur *aberration en largeur* ou *latitudinale;* & celui qu'ils occupent ſur l'axe, ſe nomme *aberration en longueur* ou *longitudinale.*

M. d'Alembert commence d'abord par rechercher les formules de l'aberration pour une ſeule ſurface réfringente, & enſuite pour une ſeule ſurface réfléchiſſante, l'objet n'étant pas ſuppoſé dans l'axe; il ſuppoſe enſuite deux ſurfaces réfringentes, peu diſtantes l'une de l'autre, & examine ce que cette ſeconde ſurface doit introduire de changement dans les formules; il eſt aiſé

aisé de voir que par ce moyen il trouve dans ses formules un ou plusieurs termes qui expriment l'aberration; il n'est donc question que de trouver les moyens de les faire évanouir pour opérer la destruction de l'aberration. C'est à cette recherche qu'est employé l'article suivant de son Mémoire, il y détermine quelles sont les conditions nécessaires pour obtenir, autant qu'il est possible, la destruction des termes qui expriment l'aberration, il naît de ces conditions cinq équations, mais dont une est absolument impossible; ce qui fait voir qu'en ne supposant que deux réfractions, l'aberration en largeur ne peut qu'être diminuée, mais jamais anéantie, & que se trouvant plus d'équations que d'inconnues dans le calcul, ce ne sera jamais que par hasard qu'on pourra trouver le *minimum* d'aberration, cette partie qu'on ne peut détruire, & qu'il faut plus de deux surfaces & même plus de trois pour anéantir autant qu'il est possible les aberrations de réfrangibilité & de sphéricité.

Partant de-là, M. d'Alembert examine quelles doivent être les équations lorsqu'il y a plus de deux surfaces réfringentes; il emploie dans cette recherche la même méthode que nous venons d'exposer; il détermine les formules de l'aberration, en supposant d'abord une seule lentille de matière quelconque, & ensuite en supposant deux & puis trois à une très-petite distance de la première, après quoi il essaie de faire évanouir les termes qui l'expriment. Il résulte de cette recherche, qu'il se trouve un coëfficient qu'on ne peut absolument détruire, & que par conséquent l'aberration latitudinale qu'il exprime ne peut être absolument anéantie, mais que tous les rayons, de quelque couleur qu'ils soient, étant représentés par ce même coëfficient, ils se joindront à très-peu près en un même point, & qu'enfin les équations nécessaires pour opérer la plus petite aberration possible sans l'anéantir, donnant quatre rayons pour quatre surfaces différentes, il faudra, si on veut avoir des objectifs plus parfaits, employer plus de quatre surfaces, & par conséquent plus de deux lentilles.

M. d'Alembert reprend donc encore le même travail, & détermine les formules d'aberration, d'abord par deux lentilles

de différentes matières très-proches l'une de l'autre & dont il néglige l'épaiſſeur & la diſtance : il fait la même choſe pour trois lentilles appliquées immédiatement les unes contre les autres, dont la première & la troiſième ſont de même matière ; & comme on a trouvé déjà l'expreſſion de l'aberration pour deux lentilles peu diſtantes, de différentes matières, rien n'eſt plus facile que de trouver cette expreſſion pour trois lentilles contiguës. On déterminera donc non-ſeulement l'aberration totale, mais encore la partie qu'il eſt poſſible de détruire & celle qui reſte néceſſairement ſans pouvoir être détruite.

Ces principes une fois poſés, M. d'Alembert les applique à la conſtruction, ou plutôt à toutes les conſtructions poſſibles d'objectifs achromatiques.

Le premier pas à faire dans cette application, eſt de s'aſſurer de la proportion qu'il y a entre la réfraction du verre commun & celle du criſtal d'Angleterre ; puiſque la deſtruction des couleurs dépend de cette différence, rien n'eſt plus eſſentiel que de la bien conſtater. M. d'Alembert adopte dans ſon Calcul, que le rapport des ſinus dans le verre commun eſt 1,55, tandis que dans le criſtal d'Angleterre il eſt 1,6 ; ce n'eſt pas qu'il regarde ce rapport comme abſolument conſtant, mais c'eſt aux Opticiens à examiner avec ſoin les pièces qu'ils emploient, & M. d'Alembert donne en pluſieurs endroits de ſon Ouvrage les moyens de corriger dans le calcul les erreurs qui naîtroient de la plus ou moins grande quantité de cette différence.

D'après ce principe, M. d'Alembert travaille à réaliſer ſes formules dans la conſtruction de deux objectifs compoſés de trois lentilles immédiatement appliquées l'une contre l'autre, dont les deux extérieures ſont de verre commun & celle du milieu de criſtal d'Angleterre, & il détermine la proportion des rayons de leurs ſurfaces : il examine enſuite les avantages & les déſavantages des deux objectifs, & il trouve que ces conſtructions ſont telles, que des erreurs beaucoup plus grandes que celles que peuvent introduire dans la détermination des rayons de leur courbure quelques petites quantités négligées à deſſein dans le calcul, ne nuiroient pas ſenſiblement à la bonté de ces verres.

On avoit construit en Angleterre un objectif achromatique, composé de trois lentilles, dont celle du milieu étoit de cristal d'Angleterre; il avoit 3 pouces & demi d'ouverture; la lunette à laquelle il fut appliqué n'avoit que 3 pieds de long & grossissoit cent cinquante fois le diamètre des objets, c'est-à-dire à peu-près autant qu'une bonne lunette de 40 pieds; mais M. d'Alembert observe qu'on n'a point donné les proportions dans lesquelles il a été construit, & que M. Dollond n'y est probablement arrivé que par tâtonnement; en sorte qu'il pourroit peut-être devenir susceptible d'un effet plus considérable, & cela d'autant plus, que M. d'Alembert propose une nouvelle combinaison de trois lentilles, dont l'une seroit un ménisque * de verre commun, celle du milieu un autre ménisque de cristal, & enfin la dernière une lentille de verre commun bi-convexe.

Comme les télescopes catoptriques n'ont que la seule aberration de sphéricité, M. d'Alembert examine quelle seroit cette aberration dans un télescope qui feroit le même effet que la lunette à laquelle on appliqueroit l'objectif qu'il vient de proposer. Il résulte de cet examen, que cette aberration ne sera jamais plus grande que celle du télescope, qui n'y cause cependant aucun inconvénient.

M. d'Alembert fait la même comparaison de l'aberration de sphéricité de son objectif achromatique avec celle d'un objectif simple bi-convexe. On sait que l'aberration de sphéricité de ces verres est très-petite & ne nuit presque point à leur effet; un objectif achromatique sera donc excellent si son aberration de sphéricité n'est pas plus grande ou est plus petite que celle d'une lentille bi-convexe isocèle: cet objectif sera donc encore très-bon, pourvu que quelques-uns des rayons de ses convexités ne soient pas trop grands ou trop petits.

Les trois constructions d'objectifs achromatiques, composés de trois verres dont nous venons de parler, ne sont pas les seules possibles; M. d'Alembert en examine plusieurs autres & donne les limites dans lesquelles peuvent être comprises toutes

* Un *menisque* est un verre convexe d'un côté & concave de l'autre, mais dont la concavité fait partie d'une sphère plus grande que sa convexité.

ces conſtructions, diſcutant & faiſant voir les avantages plus ou moins grands de chacun.

La conſtruction d'objectifs achromatiques, propoſée par M. d'Alembert, ſuppoſe toujours ces verres compoſés de trois pièces différentes: on en a fait cependant pluſieurs de deux lentilles jointes enſemble. Le plus de ſimplicité de ces derniers verres mériteroit ſans doute qu'on leur donnât la préférence s'ils étoient auſſi bons que les autres: M. d'Alembert n'a pas négligé cette comparaiſon; il en réſulte que quelque perfection qu'on puiſſe donner à ces derniers objectifs, ils ne ſeront jamais auſſi bons que ceux qui ſont compoſés de trois pièces, & que les plus petites erreurs qu'on pourra commettre dans les dimenſions & les proportions de leur courbure, altéreront beaucoup plus leur effet.

La même choſe n'arrivera pas à l'objectif compoſé de trois pièces; M. d'Alembert s'en eſt aſſuré en altérant exprès les rayons de ſes courbures; l'erreur y eſt toujours renfermée dans des bornes bien plus étroites que ne le ſont celles des erreurs que peuvent ſubir par cette même voie les objectifs à deux lentilles.

Cette aberration dont il s'agit ici & qui peut naître de l'altération cauſée aux rayons des courbures, n'eſt au reſte que l'aberration de ſphéricité. M. d'Alembert ſe réſervant à examiner dans un autre Mémoire l'aberration de réfrangibilité que peuvent produire les mêmes altérations dans les rayons des courbures, il termine celui-ci par la recherche du changement que pourroit apporter dans ſes Calculs la variation de la proportion de réfrangibilité entre le verre commun & le criſtal d'Angleterre. Il réſulte de cet examen, qu'on doit toujours commencer par examiner avec ſoin la proportion de réfrangibilité; & que l'ayant une fois connue, on ſera le maître de réduire preſqu'à rien les deux aberrations & de ſe procurer des objectifs excellens. Plus l'invention des lunettes achromatiques eſt utile & intéreſſante, plus on doit d'éloges & de reconnoiſſance à ceux qui, comme M. d'Alembert, prodiguent leurs ſoins & leurs veilles pour la porter à ſa perfection.





MÉCANIQUE.

LES Arts dont l'Académie a publié cette année la description, sont:

L'Art de *rafiner le Sucre*, par M. du Hamel. Il commence cet ouvrage par la description de la plante, communément appelée *canne à sucre;* il en décrit la culture, la récolte & la manière d'en extraire le suc, duquel on tire par évaporation cette substance qui contient le sucre: il passe ensuite aux opérations nécessaires pour le dépouiller des matières étrangères avec lesquelles il est mêlé & le faire paroître sous la forme de sel concret. Une partie de ces opérations s'exécute sur le lieu même où croît le sucre, mais ce n'est qu'en France qu'on lui donne le dernier degré de pureté: toutes les manœuvres destinées à le lui procurer sont décrites dans le plus grand détail dans l'Ouvrage de M. du Hamel, & la plupart de ceux qui le liront demeureront d'accord qu'ils n'avoient pas la moindre idée des opérations nécessaires pour nous procurer cette matière, autrefois placée au rang des remèdes, & devenue l'objet d'un commerce immense depuis qu'on l'a mise au nombre des alimens.

L'Art du *Tanneur*, par M. de la Lande. On y verra avec étonnement toutes les préparations nécessaires pour donner aux peaux qu'on soumet à cette opération toutes les qualités nécessaires pour les rendre propres aux usages auxquels elles sont destinées; les différentes matières qu'on peut y employer, les différens effets qu'elles produisent, tant pour la perfection du travail que pour l'économie, & enfin les fraudes qui peuvent s'introduire dans l'exercice de cet Art, les abus qui en résultent & la manière de les reconnoître & de s'en préserver.

Le troisième & dernier Art qui ait été publié en 1764, est celui *de convertir la Rosette ou Cuivre rouge en Cuivre jaune*,

par M. Gallon, Colonel d'Infanterie, Chevalier de l'Ordre de Saint-Louis, Ingénieur en chef au Havre de Grace, & Correspondant de l'Académie, auquel est joint celui de l'*affinage du Cuivre & du Potin*, tel qu'il se pratique à Villedieu-les-Poëles en Normandie, par M. du Hamel. On sait que la Nature ne produit que du cuivre rouge, & qu'on ne le réduit à l'état de cuivre jaune ou laiton que par l'additon d'une pierre métallique & fusible, qu'on nomme *calamine:* on trouvera dans l'Ouvrage de M. Gallon tous les procédés nécessaires pour tirer cette pierre de sa mine, la broyer, la fondre avec le cuivre rouge & en préparer les plaques, chauderons, fils de laiton & tous les autres ouvrages de cette espèce; & dans celui de M. du Hamel, qui y est joint, les opérations nécessaires pour dégager le cuivre des parties étrangères qui le rendoient aigre & cassant, & le réduisoient à l'état de potin.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCLXIV.

I.

UNE *nouvelle construction de Montres*, présentée par M. Biesta, Maître-horloger à Paris, dans laquelle tout ce qui appartient à l'échappement peut s'enlever sans démonter le reste de la Montre. La potence, la contre-potence, le coq, la coulisse, la rosette, le balancier, le piton & le ressort spiral y étant portés par une plaque d'acier qui s'attache par trois vis à la *platine du nom* *, percée en cet endroit, pour donner passage aux parties de l'échappement qui doivent entrer dans la cage; cette construction qui peut être appliquée à toutes les Montres déjà faites, a paru d'autant plus avantageuse que la plus grande partie des dérangemens qui arrivent aux

* La *platine du nom* est celle qui est opposée au cadran & sur laquelle on grave ordinairement le nom de l'Auteur.

Montres, sont occasionnés par l'altération de l'échappement & qu'elle peut sur-tout être très-utile dans les Montres à sonnerie ou à répétition, qu'on ne sera plus obligé de démonter en entier pour le moindre accident arrivé à l'échappement; il pourra aisément être réparé par les plus médiocres ouvriers, qui risqueroient, en les démontant en entier, de gâter des pièces délicates dont la construction & le jeu ne leur sont souvent que trop inconnus.

I I.

Une *Montre de nouvelle construction*, présentée par M. Nioux, Horloger, dans laquelle les secondes sont marquées distinctement d'une en une, sans aucun recul ni balancement dans leur aiguille; la Montre de M. Nioux n'a cette propriété que parce que le mouvement n'est pas communiqué immédiatement à l'aiguille des secondes par les roues de la Montre, mais qu'au contraire elle est menée par un rochet qui reçoit son mouvement d'un autre rochet fixé sur la tige d'une roue qui fait son tour en une minute, & cela par l'entremise d'un levier qui sert de communication aux deux rochets; c'est par cette ingénieuse mécanique que M. Nioux trouve moyen de faire marquer à sa montre les secondes sans aucun recul & sans balancement dans l'aiguille.

I I I.

Une *Montre*, présentée par M. Coupson, Horloger: cette montre n'a ni barrillet ni fusée, & le mouvement lui est communiqué par un ressort droit qu'on met en action en l'enfonçant avec un poussoir attaché au bouton & semblable à celui de la répétition: ce ressort, en se détendant, fait tourner le pignon d'une grande roue qui engrène dans le pignon d'une seconde, & celle-ci dans le pignon de la petite roue moyenne. Quoique cette construction n'ait paru avoir aucun avantage sur la construction ordinaire, on l'a cru assez ingénieuse pour mériter d'être publiée: il peut se trouver des circonstances dans lesquelles elle seroit avantageusement appliquée.

LE Parlement ayant fait l'honneur à l'Académie de lui demander son avis sur les Lettres patentes qui permettent au sieur Michel, de travailler en toutes sortes de métaux des ouvrages de Mécanique, avec défenses aux Jurés de la Communauté des maîtres Fondeurs, de le troubler ni inquiéter; & sur celles obtenues par la dame de Lozière, veuve de Pierre Nourrisson, Dessinateur & Fabriquant d'étoffes à Lyon, par lesquelles elle est autorisée à faire fabriquer des étoffes pour meubles, tissues en fil, filosel, soie ou coton, & brochées en laine, sans pouvoir être inquiétée par les Corps de métiers & Communautés; la Compagnie a déclaré qu'elle ne voyoit aucun inconvénient à l'enregistrement desdites Lettres, la perfection des ouvrages sortis des mains du sieur Michel, étant un sûr garant de l'utilité de son travail, & la fabrique de la dame Nourrisson ne pouvant qu'être avantageuse au Public, par la facilité d'exécuter toutes sortes de grands desseins courans, à fleurs nuées, &c. sur le fil, filosel, soie & coton.

DANS le nombre des Pièces qui ont été présentées cette année à l'Académie, elle a jugé les vingt-deux suivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ces Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Problème astronomique, *Étant données trois observations d'une tache du Soleil, déterminer son cercle;* par M. de Saint-Jacques de Sylvabelle.

Sur la Maladie épidémique des Chiens; par M. Bras-d'or.

Sur le Salicor; par M. Marcorelle, Correspondant de l'Académie.

Sur un Théorème de M. Euler, sur les Équations différentielles; par M. de Condorcet.

Manière de cacher le Cuivre, de façon que l'Alkali volatil ne le puisse faire reconnoître; par M. Cadet.

Sur

Sur la route de la Comète de 1764; par M. Messier.

Discussion d'un problème d'Optique; par M. du Tour, Correspondant de l'Académie.

Premier, second & troisième Mémoires sur les Nombres; par M. Rallier des Ourmes.

Sur la manière de travailler les Verres; par M. Antheaulme.

Observations sur la Fayencerie; par M. Dantick, Correspondant de l'Académie.

Sur les Filons métalliques; par M. du Hamel.

Sur le Strabisme; par M. du Tour, Correspondant de l'Académie.

Sur plusieurs points de Physique, observés par M. Radeismacher, dans ses voyages.

Observations sur la circulation de l'air dans les Mines; par M. Jars, Correspondant de l'Académie.

Proposition de Géométrie élémentaire; par M. Bourrand.

Description d'un Papillon à tête de chenille; par M. Muller, Secrétaire de l'Académie Impériale de Pétersbourg, Correspondant de l'Académie.

Sur la manière d'unir intimement le Fer au Mercure; par M. Navier, Docteur en Médecine, Correspondant de l'Académie.

Nouvelle Théorie des taches du Soleil; par le P. Pézenas.

Observation de l'occultation de l'épi de la Vierge, faite à Béziers; par M.rs Bouillet, Forès & Clausade.

Sur les Pyrites; par M. Valmont de Bomare.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour le sujet du Prix de 1764: *Si on peut expliquer par quelque raison physique, pourquoi la Lune nous présente toujours une même face! Comment*

on peut déterminer par les observations ou par la théorie, si l'axe de cette Planète est sujet à quelque mouvement propre, semblable à celui qu'on connoît dans l'axe de la Terre, & qui produit la précession des équinoxes & la Nutation.

Elle a adjugé ce Prix à la Pièce N.° 4, qui a pour Devise :

Non vinci me malim quam vincere,

dont l'auteur est M. de la Grange, de la Société Royale des Sciences de Thurin, & de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Prusse.





ÉLOGE

DE M. LE COMTE D'ARGENSON.

MARC-PIERRE DE VOYER DE PAULMY, COMTE D'ARGENSON, Grand-Croix & Chancelier-Garde des Sceaux honoraire de l'Ordre de Saint-Louis, Ministre & ancien Secrétaire d'État au département de la Guerre & de Paris, ci-devant Surintendant général des Postes & Relais de France, de l'Académie Royale des Inscriptions & Belles-Lettres, naquit à Paris le 16 Août 1696, de Marc-René de Voyer de Paulmy, Comte d'Argenson, alors Maître des Requêtes, depuis Lieutenant général de Police, Garde des Sceaux de France, Président du Conseil de Finance & Membre de cette Académie, & de Dame Marguerite Lefévre de Caumartin son épouse.

Nous ne dirons rien ici de l'ancienneté ni de l'illustration de sa Maison; l'une & l'autre ont été mises dans tout leur jour dans l'Éloge de feu M. son père, prononcé en 1721 par M. de Fontenelle, & le mérite personnel de M. d'Argenson fournit assez à celui-ci pour n'avoir pas besoin d'y rappeler les services de ses Aïeux.

Jamais peut-être jeune homme n'offrit des talens plus prématurés que lui: un esprit vif & net & une facilité admirable, qui le dispensoit en quelque sorte de l'application communément nécessaire, lui firent parcourir d'un vol rapide & presque sans effort la carrière de ses premières études, ordinairement si pénible & si épineuse: il étoit déjà en état, par la force de son génie, de pénétrer jusqu'à la subtile Métaphysique, cachée sous les règles de la Grammaire, & de ranger méthodiquement dans sa mémoire les faits historiques & mythologiques que lui offroient les Poëtes & les Historiens qu'on lui faisoit lire.

Dès qu'il eut fini ses études, on se hâta de mettre ses talens à portée de paroître sur un plus digne théâtre, & il fut pourvu

en 1718 d'une charge d'Avocat du Roi au Châtelet, place la plus propre qu'on puisse choisir pour exercer & pour faire briller les talens d'un jeune Magistrat.

M. d'Argenson n'eut pas besoin d'un long espace de temps pour se former dans cette excellente école, la Nature en avoit fait d'avance presque tous les frais; l'art & l'exercice n'avoient que bien peu à y ajouter: il passa en 1719 au Parlement, & dans la même année au Conseil en qualité de Maître des Requêtes.

A peine fut-il revêtu de cette dernière charge, qu'il fut nommé à l'importante place de Lieutenant de Police, que M. son père avoit si dignement exercée pendant plus de vingt années. Il falloit que M. le Duc d'Orléans Régent fût bien sûr de sa prudence & de sa capacité pour oser lui confier à son âge un Ministère aussi délicat & aussi difficile à bien remplir que l'administration de la Police de Paris: il n'eut pas cependant pour cette fois le temps d'y faire briller ses talens; les fâcheuses suites du système avoient introduit dans la capitale une infinité de désordres auxquels il essaya de remédier; mais se voyant à chaque instant traversé par les circonstances, il aima mieux remettre sa place que de ne la pas remplir comme il le desiroit, plus Magistrat peut-être en cessant de l'être par ce motif que s'il se fût obstiné à conserver des fonctions dont il se trouvoit dans l'impossibilité de s'acquitter.

Le mérite de M. d'Argenson étoit déjà trop connu pour qu'on le laissât long-temps oisif: à peine s'étoit-il déchargé de la Police, qu'il fut nommé à l'Intendance de Tours. On ne pouvoit certainement mieux choisir, & il eût été difficile de trouver un Intendant auquel le bien de la Province qu'on lui confioit eût été plus cher: il se trouvoit, par cette nomination, chargé de veiller à cette même partie du Royaume qui avoit été dans des siècles plus reculés le berceau de sa famille, & que ses ancêtres avoient plus d'une fois défendue les armes à la main à la tête de la Noblesse, tant contre les invasions des Normands que contre les autres ennemis de l'État.

Les mêmes talens qui l'avoient fait nommer à l'Intendance

de Tours, obligèrent en 1722 le Prince Régent à l'en tirer, pour venir reprendre à Paris la place de Lieutenant de Police, à laquelle il fut nommé une seconde fois: les circonstances qui l'avoient obligé de la remettre n'existoient plus, & il l'exerça jusqu'en 1724. Les deux années qu'il passa dans les pénibles fonctions de cette place furent récompensées par la dignité de Conseiller d'État qu'il obtint en la quittant. Ce fut pendant le cours de ces deux années que M. le Duc d'Orléans Régent lui donna dans sa maison la place de Chancelier, qu'il a conservée sous feu M. le Duc d'Orléans son fils jusqu'en 1740, qu'il la remit à M. le Marquis d'Argenson son frère. Il avoit été revêtu dès 1721 de la charge de Chancelier de l'Ordre de Saint-Louis, charge créée pour sa famille & qui n'en est encore pas sortie. Tant de grâces répandues sur lui en si peu de temps auroient pu être regardées comme des effets de la faveur; mais sous un Prince aussi éclairé & aussi connoisseur en hommes que l'étoit M. le Duc d'Orléans Régent, elles étoient des preuves de mérite, & ce n'est qu'à ce titre qu'elles doivent tenir place dans cet Éloge.

La nouvelle forme donnée au grand Conseil en 1738 mit la capacité de M. d'Argenson à une nouvelle épreuve: il fut nommé pour présider cette Compagnie en qualité de Conseiller d'État: cette fonction, bien différente de toutes celles dont il avoit été chargé jusqu'alors, étoit d'autant plus difficile à bien remplir, que la plupart des affaires portées à ce Tribunal sont des affaires bénéficiales sujettes à des loix particulières, souvent très-difficiles à ramener aux principes généraux, plus souvent encore embarrassées de tous les subterfuges que l'esprit d'intérêt peut tirer de la chicane pour détourner ou pour éluder les regards de la Justice. Malgré toutes ces difficultés, M. d'Argenson remplit ce ministère comme s'il avoit toujours été occupé de cet objet; & grâces à la netteté de son esprit, l'envie de remplir le devoir qui lui avoit été imposé le rendit Jurisconsulte & Canoniste.

Ce n'étoit pas au reste la première fois qu'il s'exerçoit dans la Jurisprudence; feu M. le Chancelier d'Aguesseau, dont le

choix feroit seul un éloge, sur-tout en cette matière, l'avoit appelé au bureau de Législation établi pour la rédaction des nouvelles Ordonnances, & il y brilla beaucoup par sa pénétration & par l'étendue de son génie. La justesse de son esprit & son extrême facilité à saisir les idées les plus compliquées, lui tenoient lieu de l'étude suivie que ses occupations précédentes l'avoient empêché de faire de ces matières: il pouvoit ignorer l'expression des loix, mais leur esprit & leur but ne lui avoient pas échappé; une grande justesse d'esprit peut plus aisément, en pareille rencontre, suppléer à une vaste lecture, qu'une vaste lecture ne suppléeroit à la justesse d'esprit.

Après avoir rempli son année de première Présidence du Grand-Conseil, il fut nommé à l'Intendance de Paris; il y porta le même zèle & la même activité que dans toutes les autres fonctions qu'il avoit exercées, mais il n'eut pas le temps d'en faire remarquer les bons effets dans cette place; il ne l'occupa qu'environ deux ans, il en fut tiré pour assister au Conseil en qualité de Ministre: il fut nommé, au bout d'un an, Secrétaire d'État au département de la guerre, & bien-tôt après Surintendant général des Postes & Relais de France.

Ceux qui ne connoissent les grandes places que par l'éclat qui les environne, sont bien éloignés de pouvoir en apprécier la valeur; ils ignorent combien de talens & combien de travail elles exigent, & combien elles coûtent à remplir: celle de Ministre de la guerre est sans contredit une des plus épineuses, par la multiplicité immense des objets qu'elle embrasse, par la vivacité d'exécution que la plupart exigent & par tous les cas imprévus qui peuvent, à chaque instant, rendre inutiles tous les arrangemens que l'on a pris. Ce n'est rien que d'avoir concerté les projets les plus avantageux, d'avoir pourvu à compléter les troupes, à les fournir d'armes, d'habits & de munitions de toute espèce, de leur avoir procuré des Généraux & des Officiers capables de les bien commander, d'avoir établi des hôpitaux & des magasins dans tous les endroits qui peuvent l'exiger, de s'être muni d'une artillerie supérieure, & d'avoir les moyens de la transporter, en un mot d'avoir porté par-tout

les yeux de la prévoyance la plus attentive; il faut encore s'attendre à voir mille accidens imprévus déranger les plus sages mesures, & à se trouver dans la nécessité de chercher dans son génie des ressources pour faire en un instant des arrangemens tous différens. Ces obstacles même ne sont peut-être pas les plus redoutables: combien de fois des intérêts particuliers viennent-ils traverser les vues du Ministre? combien de fois le courtisan oisif tente-t-il de rendre son travail inutile, même aux dépens du bien de l'État? Il est presqu'incroyable qu'un homme seul puisse suffire à tant d'objets & se tirer de tant de piéges qui lui sont tendus; c'est cependant ce qu'a fait M. d'Argenson dans les temps les plus orageux, auxquels un Ministre de la guerre puisse être exposé, & il a eu la satisfaction de voir le Roi lui-même, à la tête de ses armées, être témoin du succès de son zèle, & des soins qu'il se donnoit pour assurer la gloire de ses armes & pour favoriser les conquêtes qu'il méditoit.

Un détail aussi immense que celui que nous venons de décrire, semble au-dessus des forces d'un seul homme; il n'occupoit pas cependant M. d'Argenson tout entier; le Roi joignit en 1749 à ses autres fonctions l'immense département de Paris, presqu'aussi important que celui de la guerre, quoique dans un autre genre, & il y apporta le même soin & la même attention que s'il n'eût été occupé que de ce seul objet. On peut juger du nombre de ceux avec lesquels ce double ministère le mettoit en relation, & combien ses audiences devoient être longues & fatigantes; elles duroient quelquefois sept & huit heures, & pendant ce long espace de temps, aucun de ceux qui avoient affaire à lui n'a pu se plaindre de n'avoir pas été écouté, ni que son affaire eût été perdue de vue. Un travail si long & si suivi ne l'accabloit nullement; il ne paroissoit pas même en sentir le poids, & ses réponses étoient accompagnées non-seulement de dignité, de douceur & de politesse, mais encore d'un certain enjouement lorsqu'elles en étoient susceptibles. Ses refus même perdoient une partie de leur desagrément par la manière dont il savoit les motiver & par la

part qu'il témoignoit prendre au sort de ceux qui les essuyoient; exemple bien digne d'être proposé à tous les gens en place, qui bien loin d'accabler en quelque sorte du poids de leur autorité, ceux qui ont affaire à eux, doivent au contraire leur présenter avec joie les grâces du Souverain, & leur adoucir, autant qu'il est possible, par leur sensibilité, l'amertume des refus nécessaires, & les rigueurs de la justice lorsqu'ils se trouvent forcés de les employer.

Il s'étoit aperçu que la garde de Paris, quoique considérable, ne l'étoit pas cependant assez pour y assurer par-tout le bon ordre; il engagea le Roi à l'augmenter, & cette augmentation de la sûreté publique & de la tranquillité des citoyens, sera dûe à jamais à ses soins.

Les vues de M. d'Argenson ne se bornoient pas au moment présent, il savoit les étendre sur l'avenir; il voyoit de quelle conséquence il est que les Ingénieurs & les Officiers d'Artillerie soient pourvus des connoissances nécessaires à l'exercice de leurs fonctions. L'importance & la nécessité de cet objet l'engagèrent à y tourner ses vues; il augmenta le nombre des Écoles tant de théorie que de pratique, il renouvela les anciens règlemens & en procura de nouveaux; il multiplia les examens, il les arma d'une sage rigueur; & pour ôter tout prétexte aux plaintes, il rendit les premiers, en quelque sorte, publics, y faisant intervenir les Officiers; en un mot il n'oublia rien de ce qui pouvoit contribuer à donner à ces Corps toute l'utilité dont ils sont susceptibles, & à les entretenir dans la gloire & dans l'estime dont ils jouissent si justement.

La Noblesse françoise avoit été, dans son origine, toute militaire; une nation guerrière & uniquement occupée de ses conquêtes, ne connoissoit d'autre mérite que la valeur, ni d'autres services que ceux qui étoient rendus les armes à la main. Tout, jusqu'à la justice même, avoit pris le ton de cet esprit dominant: le royaume ayant une fois pris une certaine consistance, on vit paroître des loix civiles écrites, & des Magistrats chargés par le Souverain de les faire exécuter. On connut d'autres services que les militaires, & il s'introduisit d'autres

d'autres moyens d'acquérir la nobleſſe : on alla plus loin ; on crut que l'accorder à ceux qui n'étoient pas en état, par leur fortune, d'en ſoutenir la dignité, c'étoit leur faire un préſent funeſte, en leur interdiſant par cet accroiſſement d'honneur, preſque tous les moyens d'acquérir le bien qui leur manquoit ; & il étoit arrivé de-là que preſque aucunes dignités militaires n'anobliſſoient ceux qui en étoient revêtus. M. d'Argenſon n'héſita pas à franchir cette barrière ; il oſa penſer que ſous un Roi juſte, les familles de ceux qui avoient verſé leur ſang pour leur patrie, ne pouvoient jamais éprouver une indigence honteuſe, & il engagea le Roi à rendre une Ordonnance par laquelle les militaires non nobles ſont à portée de joindre, par leurs ſervices, la nobleſſe qu'on tranſmet à la poſtérité, à celle de leur cœur & de leur profeſſion ; époque à jamais mémorable dans les faſtes de la Nation françoiſe.

Il fit plus, & pour commencer à faire goûter à la Nobleſſe militaire les fruits de la bonté du Roi, il propoſa à ce Prince d'établir l'École royale-militaire ; établiſſement capable d'immortaliſer ſeul la mémoire d'un Monarque & celle du Miniſtre qui l'a conſeillé. Quel ſpectacle plus touchant que de voir dans cette maiſon vraiment royale, cinq cents Gentilshommes, la plupart fils d'Officiers, ou actuellement au ſervice, ou déjà retirés, adoptés en quelque ſorte par le Prince dès leur plus tendre enfance, arrachés, pour ainſi dire, à l'ignorance & à l'inutilité, pourvus non-ſeulement de tout ce qui peut leur être néceſſaire, mais encore de gouverneurs ſoigneuſement choiſis, des maîtres les plus capables de leur donner une éducation parfaite, & de tout qui peut contribuer à les mettre au fait des ſciences & des exercices qui doivent les rendre un jour d'excellens Officiers ! quelle reſſource pour la Nobleſſe & quel avantage pour l'État ! La fondation de l'Hôtel royal des Invalides, qui ſeule auroit pu mériter le nom de *Grand* à Louis XIV, ne récompenſoit que les ſervices paſſés ; celle de l'École royale-militaire, en récompenſant ceux des pères en la perſonne de leurs enfans, met ceux-ci à portée & preſque dans la néceſſité d'en rendre un jour encore de plus grands.

Jusqu'ici nous n'avons considéré M. d'Argenson que comme Ministre & comme homme d'État; il est temps de le représenter sous la forme qui nous intéresse le plus, comme homme de Lettres & comme Académicien.

Il étoit en effet ce que ces deux termes signifient, même à les prendre dans toute leur étendue, & ceux qui l'ont le plus fréquenté ont souvent été étonnés de le trouver aussi instruit qu'il l'étoit, même sur des matières qui ne sembloient pas avoir dû entrer dans l'objet de ses études. Il avoit obtenu dans cette Académie, dès 1726, la place d'Honoraire, vacante par la démission du P. Sébastien, & il fut nommé en 1749 Honoraire de l'Académie des Inscriptions & Belles-Lettres.

Nous ne pouvons exprimer avec quelle assiduité il remplit parmi nous les fonctions d'Académicien, jusqu'à ce que les occupations inséparables du Ministère l'eussent demandé tout entier. Il ne se trouvoit jamais mieux qu'avec ses confrères, & se faisoit un plaisir de leur donner en toute occasion des marques de son attachement: il avoit toutes les semaines un jour auquel ils étoient censés invités, & où il les recevoit avec la plus flatteuse familiarité. Lorsqu'en 1749, il fut chargé du département de Paris, il supplia le Roi de vouloir bien y joindre les Académies, quoique dépendantes, aux termes du règlement, du département de la Maison du Roi *, & ce fut à cette occasion qu'il donna une preuve bien marquée du cas qu'il savoit faire du mérite. L'Académie étoit allée chez lui pour lui témoigner la satisfaction qu'elle avoit de le voir, pour ainsi dire, à sa tête; il étoit alors dans sa bibliothèque, & prêt à partir pour aller joindre le Roi: il n'y avoit dans cette pièce aucun siége, & il étoit debout avec toute la Compagnie; M. de Fontenelle n'arriva qu'un peu après, & M. d'Argenson ne le vit pas plutôt paroître, qu'il lui fit apporter un fauteuil; & sur la difficulté que fit M. de Fontenelle de l'accepter, il lui dit qu'il ne devoit y avoir dans le monde aucun Ministre qui ne se fit honneur de lui céder le fauteuil. Ce début si obligeant

* Voyez le règlement de l'Académie des Inscriptions & Belles-Lettres, Art. I.

tint tout ce qu'il promettoit; malgré la multiplicité de ses occupations, l'Académie fut toujours un de ses objets favoris, & elle eut plus d'une fois occasion de s'apercevoir, sous son ministère, qu'elle avoit affaire à un Ministre Académicien.

Il avoit été chargé par feu M. le Chancelier d'Aguesseau, du détail de la Librairie; fonction d'une importance extrême, & dont il sera aisé de concevoir la difficulté si on considère le soin qu'il faut apporter pour empêcher que la liberté de la presse ne dégénère en une licence pernicieuse à la Religion, aux mœurs & à l'État, pour assurer en même temps aux auteurs le fruit de leurs travaux, & aux Imprimeurs le prix de leurs peines & de leurs avances, pour entretenir entre ces derniers une noble émulation qui les porte à entreprendre de belles éditions, & pour leur en faciliter les moyens, en un mot pour établir une exacte discipline dans cette partie de la république des Lettres, souvent aussi difficile à gouverner qu'aucun autre État. Nous osons cependant prendre ici le public à témoin de la manière dont M. d'Argenson s'est acquitté de ce ministère: il fit renouveler les règlemens & tint la main à leur exécution; il ranima le zèle & l'exactitude des censeurs, il leur procura des récompenses; il remplit les places vacantes parmi eux de gens capables de les exercer; il encouragea les auteurs & les libraires, & il eut le plaisir de goûter le fruit de son travail par les belles éditions qui furent faites sous ses ordres, & par les justes applaudissemens dont le public récompensa ses soins & ses peines.

Les fonctions pénibles & multipliées de M. d'Argenson, peut-être même aussi les fatigues de la vie du grand monde à laquelle il se livroit un peu trop, affoiblirent beaucoup son tempérament, & sa santé essuya quelque dérangement. Il n'en fut ni moins exact, ni moins appliqué aux fonctions de son ministère: dans les dernières années, il se faisoit porter au Conseil & à ses audiences, lorsque de cruelles & dangereuses attaques de goutte auxquelles il étoit sujet, lui ôtoient l'usage de ses jambes; & au milieu même de ses douleurs, il ne relâchoit rien du travail de son cabinet, & opposoit au mal

qui alloit toujours en croissant, l'envie de s'acquitter de ses devoirs. Mais au commencement de 1757, il eut le malheur de tomber dans la disgrâce du Roi, & reçut ordre de remettre toutes ses places & de se retirer à sa terre des Ormes en Touraine. Un coup si rude & si imprévu ne le terrassa point; il trouva dans la force de son esprit & dans sa philosophie de quoi le soutenir; il partit & vécut aux Ormes pendant sept ans, dans un repos philosophique qu'il avoit l'art d'égayer, jouissant de lui-même & de ses amis qui s'empressoient de lui donner des marques pour lors non équivoques de leur attachement. Vers les deux dernières années de sa vie, sa santé s'altéra visiblement; sa vue sur-tout s'affoiblit extrêmement: il obtint la permission, au commencement de l'été dernier, de venir chercher du secours à Paris; mais il étoit trop tard, & quoiqu'à son arrivée il ne fût pas en apparence assez mal pour être obligé de garder la chambre, son état devint bien-tôt si fâcheux, qu'il ne laissa plus d'espérance; il mourut le 26 Août 1764, âgé de soixante-huit ans, desquels il en avoit passé trente-neuf dans les fonctions de la Magistrature & du Ministère, regretté de sa famille, de ses amis & de tous ceux qui le connoissoient.

Ce que nous avons dit de M. d'Argenson dans cet éloge, a peint d'avance son caractère. Il étoit naturellement doux & modéré, & ses manières se sentoient de cet heureux fonds; il savoit assaisonner cette politesse naturelle, de celle qu'il avoit acquise à la Cour & dans le commerce du grand monde. Il s'en falloit beaucoup qu'il ne fût insensible aux honneurs, mais il étoit encore plus jaloux de les mériter que de les obtenir: il ne prenoit pas légèrement un parti, mais quand il croyoit avoir eu raison de le prendre, il n'en changeoit pas aisément; fermeté louable en elle-même, quoiqu'on l'ait accusé de l'avoir quelquefois portée trop loin; du reste, du commerce le plus agréable, soit avec sa famille, soit avec ses amis qu'il savoit distinguer de ses courtisans, soit enfin avec ceux qui travailloient sous ses ordres, qui se sont toujours loués de sa douceur & de son égalité; l'une & l'autre s'an-

nonçoient sur son visage. Il étoit grand & bien fait, sur-tout avant que ses fréquentes attaques de goutte lui eussent ôté une démarche noble & aisée qui lui étoit naturelle; en un mot, on peut dire qu'il étoit pourvu de tous les talens & de tous les avantages qui peuvent procurer à un homme de son rang une situation flatteuse & brillante, & que jamais personne n'a sû mieux que lui les mettre en usage.

Il avoit épousé en 1719, D.[lle] Anne l'Archer, fille unique de M. l'Archer, Conseiller au Parlement, morte cette même année 1764: il en a eu deux fils; le cadet, Chevalier de Malte, fut tué devant Prague d'un coup de tonnerre; l'autre est M. le Marquis de Voyer, Lieutenant général des armées du Roi & de la province d'Alsace, que M. d'Argenson vit, à la journée de Fontenoy, se signaler sous les yeux du Roi & sous les siens, & s'engager au point qu'on le crut tué. Il a épousé Jeanne-Marie-Constance de Mailly-d'Haucourt, dont il a eu une fille que M. d'Argenson a eu la consolation de voir naître avant sa mort.

Sa place d'Honoraire dans cette Académie a été remplie par M. le Marquis de Paulmy son neveu, Ministre d'État, Commandeur des Ordres du Roi, Chancelier de l'Ordre de Saint-Louis, Chancelier & Garde des Sceaux de celui de Saint-Lazare, de l'Académie françoise & de celle des Inscriptions & Belles-Lettres.





ÉLOGE
DE
M. LE MARQUIS DE MONTMIRAIL.

CHARLES-FRANÇOIS LE TELLIER, Marquis de Montmirail, Brigadier des armées du Roi, Chevalier de l'Ordre royal & militaire de Saint-Louis, Capitaine-colonel de la compagnie des Cent-suisses de la garde ordinaire du Corps du Roi, Mestre-de-camp du régiment Royal-Roussillon, Cavalerie, naquit à Paris le 11 Septembre 1734, de François-César le Tellier, Marquis de Courtanvaux, Capitaine-colonel des Cent-suisses de la Garde, & de Louise-Antoinette de Gontaud de Biron, fille de François-Armand de Gontaud, Duc de Biron, Pair de France.

Il fit ses premières études au Collége de Louis-le-Grand, tenu alors par les Jésuites; jamais dispositions heureuses, jamais caractère aimable ne se développèrent de si bonne heure: il étoit à la fois l'objet des attentions de ses maîtres, & celui de l'amitié de ses compagnons d'étude. Ils voyoient sans regret & sans jalousie toutes les préférences & les distinctions que lui attiroient ses vertus naissantes & ses talens. Sa douceur & sa modestie à leur égard adoucissoient le désagrément qu'elles auroient dû leur causer. Ses maîtres auroient pu être séduits, mais le jugement de ses compagnons ne peut être suspect: on sait jusqu'à quel point les écoliers portent la liberté de leurs discours, & combien l'art de la politique leur est étranger en pareil cas.

L'indulgence que ses maîtres avoient pour lui, n'étoit cependant pas, à beaucoup près aussi grande qu'elle auroit pu le paroître au premier coup d'œil; elle n'alloit qu'à fermer les yeux sur l'emploi du temps que lui laissoit l'extrême facilité qu'il avoit à remplir ses devoirs. Ce temps duquel on ne lui

demandoit pas compte, étoit employé, non à des jeux ordinaires aux enfans, mais à la lecture des meilleurs livres en tout genre qu'il dévoroit avec avidité, & desquels il commençoit dès-lors à se faire une bibliothèque choisie & remplie des plus belles éditions; son goût en ce point avoit été aussi précoce que ses autres talens. On lui a vu lire sur-tout deux fois de suite avec une extrême attention, Tacite & Polybe; Tacite le peintre le plus expressif des mœurs des différentes Nations, & Polybe, l'ouvrage le plus savant & le plus suivi que l'Antiquité nous ait transmis sur l'art militaire: c'étoit à ces lectures que le jeune Marquis de Crusy (car ce fut le premier nom que porta M. de Montmirail) employoit le temps qu'il déroboit à ses autres occupations. Ces momens dérobés ne l'empêchoient cependant pas d'emporter les premières places & les prix de toute espèce; il en résultoit seulement qu'il faisoit de lui-même & sans qu'on parût s'en apercevoir, deux études au lieu d'une, & qu'il se préparoit des ressources infinies pour les fonctions auxquelles il étoit destiné. Les jeux si vivement recherchés par les jeunes gens de son âge, lui étoient devenus insipides; les arts même qui n'ont pour but que l'agrément ou le plaisir, n'attiroient que peu ou point son attention. Il se plaisoit bien davantage à la Physique, aux observations d'Histoire Naturelle, aux livres de mœurs & de caractères, & à tout ce qui pouvoit le rendre bon citoyen, habile littérateur, véritable ami & courtisan vertueux; en un mot, il étoit philosophe long-temps avant que d'avoir atteint l'âge auquel on commence à être homme. On eût dit que par un singulier privilége son ame agissoit seule & indépendamment du développement de ses organes. L'étude des humanités fut suivie de celle de la philosophie; malheureusement pour la Logique, il avoit commencé l'étude des Mathématiques sous le P. de Merville. L'habitude de raisonner juste, qu'il y avoit prise, lui inspira bien-tôt du dégoût pour toutes les règles de la Logique, qui lui étoient presqu'inutiles, & pour cette forme de l'école qui sert peut-être moins souvent à

découvrir le vrai, qu'à donner à l'erreur l'air & l'apparence de la vérité.

Au sortir de ses études & à peine âgé de dix-sept ans, M. de Montmirail commença sa carrière militaire; il entra dans la première Compagnie des Mousquetaires; la même envie de remplir ses devoirs, & la même solidité d'esprit qu'il avoit montrées dans le cours de ses études, le suivirent dans ce genre de vie si différent du premier. Les vides du service si souvent mal ou inutilement employés par les jeunes Officiers, furent remplis chez lui par une étude suivie de toutes les parties nécessaires à un Officier qui veut se distinguer. Il n'avoit point, à proprement parler, eu d'enfance; il eut encore moins de jeunesse, du moins si on entend par ce mot l'abus que le commun des hommes ne fait que trop ordinairement des plus précieux momens de la vie.

Après avoir servi pendant plus de trois ans dans les Mousquetaires, avec la plus grande satisfaction de ses Commandans, le Roi lui accorda l'agrément de la charge de Capitaine-colonel des Cent-suisses de la Garde, de laquelle M. son père se démettoit en sa faveur. Il y fut reçu le 28 Novembre 1754, & il reçut le lendemain une commission de Colonel d'Infanterie, en vertu de laquelle il pût être employé lorsque la Compagnie des Cent-suisses, qui ne quitte jamais la personne du Roi, ne serviroit pas à l'armée.

Il servit en effet bien-tôt après, & grâce aux avantages qu'il s'étoit ménagés avec tant de soin, il eut le plaisir sensible de voir les Militaires les plus habiles dans cet art, applaudir à ses premiers efforts, & reconnoître la supériorité de son génie.

M. le Maréchal d'Étrées ayant joint l'armée en 1757, M. de Montmirail son neveu l'y suivit en qualité d'Aide-de-camp; ce fut-là qu'il étudia avec soin l'application des règles aux évènemens. Les marches savantes du Général étoient devenues l'objet de ses attentions; il en admiroit la prudence, il en pénétroit les motifs, il prévenoit même avec justesse de nouveaux ordres dans les occasions où il n'étoit pas possible

de les

de les attendre. M. le Maréchal avoit en la perſonne de ſon neveu, tout jeune qu'il étoit, non-ſeulement un Aide-de-camp ſur l'activité duquel il pouvoit compter, mais encore un ſage Officier ſur lequel il pouvoit ſe repoſer pour les cas imprévus; & les ennemis s'aperçurent plus d'une fois que la préſence de ce jeune guerrier leur étoit plus dangereuſe que celle de beaucoup d'autres Officiers qui avoient blanchi ſous les armes.

Il ſe trouva la même année à la fameuſe journée d'Haſtembeck; la ſageſſe & la prudence des diſpoſitions, ces ſources ſûres, mais cachées, du ſuccès & de la victoire, n'échappèrent pas à ſes yeux pénétrans: il vit d'un ſeul coup d'œil toutes les reſſources qu'elles pouvoient offrir dans les différentes circonſtances de l'exécution, & cette connoiſſance réfléchie le mit en état de ſe livrer à toute ſon ardeur, & de porter partout avec une activité dont on avoit peu d'exemples, non-ſeulement les ordres, mais encore l'eſprit & les vues du Général.

Ce n'étoit pas aſſez pour M. de Montmirail, que de ſervir avec toute l'intelligence & toute la valeur d'un bon Officier; les circonſtances exigèrent ſouvent de lui des ſervices d'un autre genre: il fut ſouvent employé à des détails intéreſſans, à des négociations ſecrètes & délicates & à d'autres commiſſions qui demandoient une prudence conſommée, & qui ſembloient exiger une longue expérience; elles furent cependant remplies avec le plus grand ſuccès par le Marquis de Montmirail, âgé à peine de vingt-trois ans. Ses talens & ſa prudence remplaçoient avantageuſement les années qui lui manquoient.

Au mois d'Août 1758, le Roi lui accorda le brevet de Meſtre-de-camp du régiment Royal-Rouſſillon, Cavalerie. Ce corps avoit été extrêmement maltraité à la bataille de Crevelt, on l'avoit fait repaſſer en France, & il avoit beſoin pour ſe rétablir, des ſoins & des attentions ſuivies qu'il trouva dans le jeune Colonel. Cette circonſtance & la retraite de M. le Maréchal d'Étrées, retinrent pendant près de deux ans entiers, l'ardeur de M. de Montmirail, qui n'eut

plus pendant ce temps les mêmes occasions de servir & de se signaler.

Ce ne fut qu'en 1761 qu'il retourna à ses fonctions militaires auprès de M. le Maréchal d'Étrées, qui prit alors le commandement général de l'Armée françoise; il le suivit partout avec son zèle & son activité ordinaires, & eut part à toutes les opérations qui se firent auprès de ce Général. Il ne tint pas à lui qu'il ne se trouvât à beaucoup d'autres; son régiment étoit au mois de Juillet 1762, dans un endroit assez éloigné du quartier général, il sut qu'il pouvoit y avoir une action, c'en fut assez pour l'engager à faire auprès de M. le Maréchal les plus vives instances pour obtenir la liberté d'aller se mettre à la tête de ce Corps: elle lui fut refusée, il ne se rebuta pas pour cela, & il fallut que les remontrances de l'oncle à son neveu, se changeassent en un ordre précis du Général de demeurer à son poste, où il étoit encore plus utile pour le service du Roi.

Les services que M. de Montmirail avoit rendus, méritoient une récompense, elle lui fut accordée; le Roi l'honora le 25 Juillet 1762, du brevet de Brigadier de ses armées, il avoit alors vingt-huit ans. On feroit une liste assez courte des simples particuliers qui ont obtenu le même grade à cet âge, & peut-être une encore moins longue de ceux de ces derniers, qui l'ont aussi bien mérité que lui. Il obtint à la fin de l'année la Croix de Saint-Louis.

La paix qui se fit en 1763, mit fin à la carrière militaire de M. de Montmirail; mais la réforme qui la suivit lui donna de nouvelles occupations d'autant plus délicates que le plan de ce nouvel arrangement sacrifioit au bien du service les intérêts d'une infinité d'excellens Officiers & de braves Soldats, qui voyoient reculer au moins de beaucoup les grâces & les récompenses qu'ils avoient méritées au prix de leur sang & de leurs services: M. de Montmirail ne les abandonna pas dans une circonstance si critique; l'attachement que tous les Officiers de son régiment avoient pour lui adoucit l'amertume de ce chan-

gement, & il mit en œuvre, de son côté, tous ses soins & tout son crédit pour leur en diminuer la rigueur.

Ce fut à cette utile & généreuse occupation qu'il employa une partie de son semestre, & ce ne fut qu'après s'en être acquitté, autant qu'il étoit possible, à la satisfaction de tout le monde, que nous le vimes reprendre parmi nous des fonctions d'un autre genre & desquelles il ne s'acquittoit pas moins supérieurement. Il avoit obtenu au commencement de 1761, dans cette Académie, la place d'Honoraire, vacante par la mort de M. de Séchelles, la même douceur de caractère, qui l'avoit fait adorer du Militaire, lui avoit attiré le cœur de tous les Académiciens; il avoit été nommé par le Roi Vice-président en 1762, & nous l'eumes à notre tête en 1763. On auroit peine à croire avec quelle facilité il s'étoit mis au fait d'un genre de gouvernement si nouveau pour lui, & qui lui devoit paroître si différent de ceux auxquels il avoit été appelé; jamais l'Académie n'a été plus sagement conduite que par ce Président, âgé de vingt-neuf ans, & qui ne la connoissoit que depuis trois années, dont il avoit employé la plus grande partie à ses campagnes; il avoit pénétré tous les intérêts de ce Corps; il en connoissoit tous les Membres, & il ne s'occupoit que des moyens d'y entretenir la noble émulation, qui en est l'ame, & à éloigner tout ce qui en pouvoit retarder les travaux ou en refroidir l'ardeur; c'est à lui qu'on doit d'avoir engagé M.rs de la Lande, Tillet, Leroi & Bezout, à se charger de la rédaction de quatre années de notre Histoire, pour accélérer la publication de nos volumes, que diverses circonstances avoient retardée; il méditoit encore des arrangemens plus utiles, & l'extrême confiance que l'Académie avoit prise pour lui, permettoit d'en espérer une heureuse réussite; en un mot il jouissoit dans cette sorte de République, si jalouse de sa liberté, d'une espèce de dictature uniquement fondée sur l'estime & sur l'amitié qu'il s'y étoit acquises.

La paix, qui avoit rendu M. de Montmirail à lui-même & à sa famille, fit desirer qu'il en profitât pour prendre un

établissement; il étoit fils unique, & toute l'espérance de sa Maison étoit en lui; il connoissoit depuis quelques années M.me la Marquise de Lanmari, veuve du Marquis de ce nom, fille de M. le Comte de Bretonvilliers & d'Adelaïde-Françoise de Chertemps de Seuil; l'estime & l'amitié qu'ils avoient pris l'un pour l'autre leur fit desirer d'en resserer les nœuds par ceux du Mariage & il l'épousa le 20 Juin 1763; leur attente ne fut pas trompée, jamais union ne fut plus douce & plus tendre: elle fut cimentée par la naissance d'une fille, & M. de Montmirail étoit si flatté du bonheur dont il jouissoit, que peu de jours avant que l'Académie se séparât pour les vacances de 1764, il m'en faisoit encore confidence dans les termes les plus touchans; c'étoit mériter ce bonheur que de savoir si bien le sentir.

A la Saint-Martin dernière, M. de Montmirail revint à nos Assemblées, & nous le revimes avec tout le plaisir que nous inspiroit toujours sa présence; nous ignorions alors & il l'ignoroit lui-même, qu'il nous restoit bien peu de temps à le posséder: il revint cependant encore à l'Assemblée du 17 Novembre, mais presqu'aussitôt après il tomba malade d'une fièvre maligne; les secours de l'art les plus prompts & les plus puissans lui furent administrés, mais il ne fut pas possible de vaincre le mal, & après s'être préparé à la mort, en recevant les Sacremens de l'Église avec la piété la plus édifiante & la résignation la plus parfaite, il mourut le 13 Décembre 1764, emportant avec lui l'estime publique, les regrets de tous ceux qui l'avoient connu, & toute l'espérance de sa famille.

Ce que nous avons dit de M. de Montmirail a dû presque représenter son caractère; il étoit grand, bien fait & portoit la physionomie la plus heureuse; sa douceur paroissoit sur son visage & dans tout son maintien; l'égalité de son ame étoit si singulière, qu'on ignore presque qu'elle ait jamais été troublée: sa conversation étoit douce & enjouée, les passions, qui ne germent que trop aisément dans le feu de la jeunesse, n'avoient pas même effleuré la régularité de ses mœurs; sa raison prématurée,

son amour pour le travail, & pour tout dire aussi, la religion dont il avoit toujours été pénétré l'avoient préservé de leurs attaques, & lorsqu'il commença à paroître à la Cour, il y offrit le spectacle, par malheur trop singulier, d'un Courtisan vertueux sans en être moins aimable.

Personne n'a plus joui que lui de l'attachement de tous ceux qui le connoissoient, & personne ne l'a mieux mérité; son extrême modestie le mettoit toujours au niveau de tous ceux qui avoient affaire à lui, & jamais il n'a fait sentir sa supériorité que par ses bienfaits; ses réprimandes même, lorsqu'il se trouvoit obligé d'en faire, perdoient la plus grande partie de leur désagrément par la manière dont il savoit les assaisonner. Dès qu'il connoissoit quelque Gentilhomme que la médiocrité de sa fortune empêchoit de servir, il levoit, à ses dépens, cet obstacle & les mettoit en état de suivre cette noble inclination; M. le Comte de l'Épinasse, Gentilhomme de son voisinage, étoit souvent chargé de lui faire de ces généreuses recrues; il s'est cru dispensé, à la mort de M. de Montmirail, du secret qu'il lui avoit religieusement gardé pendant sa vie; c'est de lui que je tiens ce fait, ainsi que plusieurs autres que j'ai employés dans cet éloge.

Il étoit si tendrement & si généralement aimé à Tonnerre, ville appartenante à M. le Marquis de Courtanvaux, que dès qu'on y sut sa maladie, les églises ne désemplissoient point de ceux qui venoient implorer pour lui la Miséricorde divine, & que le Corps de ville assistoit tous les jours dans différentes églises à une Messe célébrée à cette intention.

M. de Montmirail étoit extrêmement ménager du temps; tout celui que ses devoirs remplis lui laissoient, étoit mis à profit pour l'étude des Mathématiques, de la Physique, & sur-tout de l'Histoire Naturelle qu'il aimoit particulièrement: tout ce qui pouvoit avoir rapport à ces objets dans les endroits où il se trouvoit, livres, manuscrits, pièces curieuses, rien ne lui échappoit, & il n'épargnoit rien pour se les procurer. C'étoit à des occupations de ce genre qu'il consacroit tous les momens

dont il pouvoit disposer, & il les préféroit hautement à tout ce que dans le monde on nomme des plaisirs; ce n'étoit pas cependant qu'il manquât à aucun des devoirs de la société, il y paroissoit & en faisoit l'ornement, mais il ne donnoit à ces bienséances que précisément ce qui leur étoit dû, & le reste de son temps étoit sévèrement réservé à des occupations plus utiles; en un mot, on peut dire que jamais homme de son âge & de son état n'a mieux mérité l'estime & les regrets que le Public lui a si justement accordés.

La place d'Honoraire de M. de Montmirail, a été remplie par M. le Marquis de Courtanvaux son père, Capitaine-colonel des Cent-suisses de la garde ordinaire du Corps du Roi.



ERRATA.

POUR L'HISTOIRE DE 1761.

PAGE 165, lignes 1 & 2, au lieu de ces mots, faite à, &c. *lisez* faite à Venise, & envoyée de Segherre en Istrie, &c.

POUR L'HISTOIRE DE 1764.

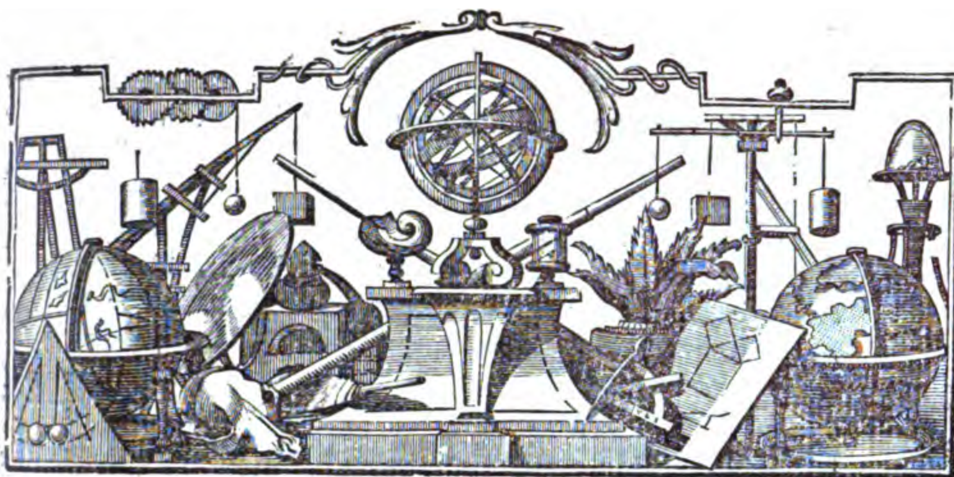
Page 13, ligne 13, au lieu de que le, *lisez* que la.
Page 20, ligne pénultième, au lieu de aient péri, *lisez* eussent péri.
Page 30, ligne 12, au lieu de acide, *lisez* acides.
Page 156, ligne 20, au lieu de Godhower, *lisez* Goldhower.

POUR LES MÉMOIRES DE 1764.

Page 88, ligne 10, au lieu de $P + 1 + 2m$, *lisez* $P + 1 - 2m$.
Page 95, ligne 2, au lieu de $\frac{H}{2r\lambda'}$, *lisez* $\frac{H}{2r'\lambda}$.
Page 120, ligne 16, au lieu de $+ k \times 0{,}0153$, *lisez* $- k \times 0{,}0153$.
Pages 139 & 140, art. 6 & 7, au lieu de $(0{,}15)^2$ & $(0{,}15\,k)^2$, *lisez* $0{,}15$ & $0{,}15\,k$.
Page 144, ligne 20, au lieu de §. XVII, *lisez* §. XVIII.
Page 339, ligne 18, au lieu de celui des bords intérieurs, *lisez* celui des bords extérieurs.

Nota. *Pour ne pas trop grossir ce Volume, on a été obligé de renvoyer au Volume de 1765 la suite des Recherches sur les verres optiques.*

MÉMOIRES



MÉMOIRES DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCLXIV.

OBSERVATIONS GÉOGRAPHIQUES SUR LES ISLES DE FRANCE ET DE BOURBON, COMPARÉES L'UNE AVEC L'AUTRE.

Par M. BUACHE.

J'AVOIS depuis long-temps deux plans qui m'avoient été donnés comme bons, l'un de l'île Bourbon & l'autre de l'île de France. Ils ont été dressés peu après que M. Denyon eut été fait premier Gouverneur de cette dernière, c'est-à-dire en 1722; & comme dans les 19 Décemb. 1764.

originaux, son nom étoit au bas, je crois qu'il l'y avoit mis en signe d'approbation en les envoyant en France.

Lorsque M. l'Abbé de la Caille étoit à l'île de France, on lui donna un autre plan plus exact que celui de M. Denyon, & qui pouvoit être une suite des grands arrangemens que fit M. de la Bourdonnois dans cette île pendant son gouvernement, & après lui les autres Gouverneurs jusqu'au temps de l'arrivée de M. de la Caille dans cette île: ce savant Académicien le rectifia encore pour l'intérieur, en y faisant ses opérations géométriques. Revenu en France, il me fit part de quelques-uns de ses Mémoires, & me pria d'en dresser une carte d'après son canevas géographique; c'est le plan que je lui avois donné, qu'un Graveur qui en a eu communication, a publié après sa mort, comme la Carte levée par M. de la Caille; j'en donne la preuve par la copie que j'ai conservée de mon Travail, elle renferme quelques détails que ce Graveur de Géographie a négligés.

La Carte de comparaison que je viens de dresser (sur la demande de M. de Mairan) entre le plan de M. de la Caille & celui de M. Denyon, a de quoi causer de l'étonnement, sur-tout quand on se rappelle les connoissances qu'on avoit eues précédemment; car l'isle de France de M. Denyon est beaucoup plus grande que celle de M. de la Caille, & est à peu-près comme l'isle Bourbon. C'est ce qui m'a engagé à mettre aussi dans ma Carte de comparaison le plan de cette dernière isle, envoyé par M. Denyon.

Il me paroît qu'il peut être de quelqu'utilité de rechercher d'où a pu venir une pareille idée sur la ressemblance en grandeur de ces deux isles; ce qui est si opposé à ce qu'on connoissoit anciennement & à ce que nous devons penser aujourd'hui, après les opérations Géométriques de M. de la Caille, qui nous ramènent aux premières connoissances: cette recherche fera voir, comme je l'espère, ainsi que je l'ai déjà montré sur d'autres sujets, que les connoissances des premiers Navigateurs modernes étoient plus exactes qu'on ne le croit communément, & qu'il est souvent bon d'y avoir recours & de les combiner.

Les plus anciennes Cartes représentent constamment l'isle

Maurice ou de France, comme plus petite que l'isle Mascaregne ou Bourbon. Par rapport aux relations, Keeling, Anglois (*Hist. génér. des Voyages, tome I, page 503*), estimoit en 1609, Maurice de trente ou quarante lieues de circuit, & Rennefort en donnoit soixante à Bourbon (*ibid. page 574*): Thaureau, le premier François qui alla de Madagascar, en 1654, à Maurice, selon Flacourt, fut onze journées à en faire le tour. Van-neck, Hollandois, donnoit en 1598 à l'île Maurice (*ibid. tome VIII, page 122*), au moins quinze lieues, apparemment de longueur, & ce doit être une faute dans les Dictionnaires géographiques de Corneille & de la Martinière, qui lui donnent, d'après Mandeslo, quinze lieues de circuit: cette fausse dimension est même la seule qui se trouve dans ces Ouvrages si répandus.

Hubner, dans sa Géographie, où il copie d'anciennes relations, dit qu'elle a la moitié de la grandeur de l'île Bourbon, à laquelle il donne trente lieues de long & environ vingt de large. Par conséquent, l'île de France a, selon lui, quinze lieues de longueur, & environ dix lieues de largeur: ces dernières dimensions & celles de Keeling, qui lui donnent trente ou quarante lieues pour le circuit, reviennent à celles de M. de la Caille, dont le plan lui donne trente-cinq lieues de circuit, à l'extérieur des côtes, onze de longueur, & sept à huit lieues dans sa plus grande largeur.

Ainsi l'île de France est plus petite que Bourbon; mais d'où est venu dans un temps moyen l'idée que ces deux îles étoient à peu-près de même grandeur, comme M. Denyon l'a exprimé dans ses plans: je trouve dans le Tome XXII de l'Histoire universelle des Anglois, *pages 205, 206 & 208*, que l'on n'a pas de l'île de France de description tant soit peu passable dans les Traités modernes de Géographie (ce qui est vrai), & qu'il n'y a que le voyage de Leguat, Hollandois, qui y demeura quelque temps en 1690, dont on puisse tirer une bonne description de cette île: or cet auteur donne à Maurice, ou l'île de France, environ cinquante lieues de circuit; & comme d'un autre côté (*ibid. pp. 217 & 221*) celui qui a

fait la description la plus exacte de l'île de Bourbon (savoir Barbinais le Gentil, qui y séjourna en 1717), donne à cette seconde île cinquante-sept lieues de tour : c'est de-là sans doute qu'on étoit en 1722 dans l'opinion que ces deux îles étoient à peu-près de même grandeur, comme M. Denyon l'a exprimé dans les plans que je donne en comparaison avec celui de l'île de France, que j'ai dressé d'après les Minutes géographiques & Mémoires de M. de la Caille. J'ai pris, comme on le voit sur la Carte que je présente à la Compagnie, pour point commun de cette triple comparaison les centres de chaque plan.

Il est tout naturel de soupçonner, après ce que je viens de faire voir de l'inexactitude du plan de l'île de France de M. Denyon, que l'on ne peut pas compter sur celui que nous avons de lui pour l'île Bourbon: cependant ce préjugé doit être entièrement détruit par les observations suivantes.

1.° Le plan de l'île de France, par M. Denyon, est le premier qui en ait été dressé; ainsi il n'est pas étonnant qu'il ait eu besoin d'être rectifié d'une manière si considérable, surtout si l'on fait attention qu'il n'a été dressé probablement qu'après avoir visité toutes les côtes en barques, qui étant obligées de s'éloigner assez souvent à cause des bas-fonds & des rochers, sont dans le cas de supposer une plus grande étendue de terre qu'il n'y en a réellement: les travaux faits ensuite dans l'île par divers Ingénieurs, & encore plus les opérations géométriques de M. de la Caille, ont représenté le tout comme il doit être par rapport à l'île de France ou Maurice.

2.° Le plan de l'île Bourbon, par M. Denyon, avoit été précédé par plusieurs autres, & j'en ai un manuscrit où il est dit qu'il a rectifié le plan dressé par M. Haubert, Ingénieur, qui avoit fait plusieurs fois le tour de l'île en entier; ainsi ce plan étoit réputé le meilleur avant le 30 Octobre 1722, date de celui de M. Denyon, lequel avoit été Ingénieur avant d'être fait Gouverneur de l'île de France.

3.° M. Bouvet, Gouverneur de l'île Bourbon, m'ayant communiqué un plan de cette île, daté de 1752, j'ai essayé de le comparer avec celui de M. Denyon, quoiqu'il soit sans

échelle; & en ayant assujetti deux points principaux aux plans de M. Denyon, j'ai trouvé que pour tout le reste il n'y avoit presque pas de différence, si ce n'est à la pointe sud-est voisine du pays brûlé, que le plan de 1752 fait avancer un peu moins en mer que celui de M. Denyon. On doit observer ici que ce canton est presque impraticable à cause du volcan qui en est voisin & qui jette assez souvent beaucoup de matières enflammées.

On peut donc compter sur le plan que M. Denyon a fait de l'île Bourbon, & le regarder comme plus exact que celui qu'il avoit dressé de l'île de France. Je mets sous les yeux de la Compagnie une seconde Carte de comparaison de ce plan de M. Denyon, dressé en 1722, avec deux autres plans: le premier a été donné par Flacourt en 1658, dans son Histoire de Madagascar; & le second a été publié en 1750, dans le tome VIII de l'Histoire générale des Voyages. On voit par cette comparaison, que les plans de Flacourt & de M. Denyon s'accordent tous deux à représenter l'île Bourbon comme plus étendue d'orient en occident que du nord au sud, au lieu que le plan de l'Histoire des Voyages la représente comme ronde.

Cette dernière figure doit être absolument abandonnée; elle est d'un temps moyen entre les premiers temps de la découverte par les François & les derniers, indiqués par les plans de 1722 & 1752: d'ailleurs la figure ronde ne s'accorde nullement avec les dimensions que divers auteurs, soit anciens, soit modernes, ont données de cette île, en convenant tous au moins à la faire plus longue que large. Voici une Table de ces dimensions.

	FLACOURT & RENNEFORT.	CORNEILLE.	LE GENTIL.	SAUGRAIN & la Martinière.	LENGLET.	HUBNER.
Longueur..	....	25 lieues....	....	15 lieues....	....	30 lieues.
Largeur...	....	14 lieues....	....	10 lieues....	....	20 lieues.
Circuit....	....	11 journées..	57 lieues....	40 lieues....	60 lieues.	

Selon la carte de M. Denyon & celle de 1752, l'île Bourbon a dix-neuf lieues de longueur du nord-ouest-quart-nord au sud-est-quart-sud, & de largeur quatorze lieues: celle de

Flacourt lui donne vingt-deux lieues d'une heure pour la même longueur, & quinze à seize lieues pour la largeur; au lieu que celle de l'Histoire des Voyages étant ronde, a seize lieues en tout sens; c'est ce qui se voit dans ma Carte de comparaison, & c'est ce qui prouve que le plan de M. Denyon, joint aux petites corrections de 1752, est ce que nous avons de meilleur sur l'île Bourbon: ainsi le doute que les savans Auteurs anglois de l'Histoire universelle témoignent dans leur Tome XXII, *page 217, in-4.°* en assurant qu'il est difficile de décider par les Cartes si l'île Bourbon est ronde ou longue, ce doute est entièrement levé.

Qu'il me soit permis de témoigner ici la reconnoissance que je dois à plusieurs amateurs du progrès des Sciences, à qui j'ai fait part du dessein que j'avois de perfectionner les plans particuliers de ces îles comparées.

M. de Bombarde, connu des Savans par son goût pour l'Histoire Naturelle & la Géographie, m'a communiqué un plan de l'île de France, dont le détail est précieux & sur lequel j'appliquerai les observations Astronomiques & les opérations Géométriques de M. de la Caille, que M. Maraldi son ami m'a communiquées pour la perfection de cet Ouvrage. Je les emploierai sous le nom de l'auteur qui les a faites & sous les yeux de l'illustre Académicien dépositaire de ses Papiers.

Je dois aussi à M. Bouvet, connu par les découvertes des terres australes & par la sagesse de son gouvernement dans l'île Bourbon, plusieurs morceaux très-intéressans relativement à ces îles, qu'il a recueillis ou fait exécuter.

Je me flatte que de l'emploi de tous ces Mémoires, il en résultera une parfaite connoissance de ces deux îles: je me propose cependant d'en exposer seulement les détails en grand pour l'usage du Ministère, après les avoir mis sous les yeux de la Compagnie; mais je compte dresser deux Cartes de ces îles par extrait, de grandeur *in-4.°*, qui comprendront le géographique nécessaire pour que les Savans en puissent faire usage, soit pour l'Histoire, soit pour des vues Physiques.

ADDITIONS

AUX CALCULS DE L'ÉCLIPSE DU SOLEIL du 1.er Avril 1764.

Par M. LE MONNIER.

J'AI fait les calculs de la grandeur de cette Éclipse * & je les ai communiqués à l'Académie peu de temps avant nos vacances, dans le dessein de trouver le terme ou limite oriental de l'Éclipse annulaire, & d'ajouter plus de certitude & de lumière aux résultats de ceux qui ont été publiés jusqu'ici d'après nos Tables modernes. 3 Mars 1764.

Je m'étois servi, pour les vérifier, d'une observation correspondante faite le 22 Mars 1746, & dont la fin de l'Éclipse qui est la phase la plus décisive de la part des Missionnaires a été vue & observée avec le plus grand soin, tant à Chandernagor dans le royaume de Bengale, que dans l'Observatoire de Pekin. Ces deux observations faites en des lieux si distans l'un de l'autre, s'accordent à donner l'erreur en longitude des Tables des Institutions, de $3' \frac{1}{4}$ ou de $3' \, 00''$ additive.

Jusque-là l'on ignoroit quelle pouvoit être l'erreur des différentes Tables dont on s'étoit servi; ou du moins ces erreurs, si elles avoient été prévues par les moyens que l'on vient d'indiquer, n'avoient pas été rendues publiques.

Aussi les phases de l'Éclipse prochaine du Soleil, calculées sur les Tables des Institutions, & publiées dans le Journal des Savans du mois de Décembre 1762, ces mêmes phases avoient-elles besoin d'une correction très-essentielle? j'y trouve d'abord le moment de la vraie conjonction de la Lune au Soleil le 1.er Avril au matin à $10^h \, 38' \, 41'' \frac{2}{3}$ de temps apparent, ce qui a besoin d'être rectifié de deux manières; car selon les

* Voyez aussi l'Écrit de M. *Carlier d'Épuisart*, page 5.

Tables du Soleil, construites en même temps que celles de la Lune, la Conjonction seroit à $10^h 40' 38'' \frac{1}{2}$, ce qui la retarde d'abord de 2 minutes; ensuite l'erreur des Tables déduite des Observations de l'année 1746, étant appliquée pareillement au moment de cette conjonction, je la trouve, selon les mêmes élémens corrigés, à $10^h 33' 45''$, la latitude de la Lune étant de $0^d 40' 17'' \frac{1}{2}$ boréale selon les mêmes Tables.

Ces préliminaires étant exposés, j'ignore non-seulement pourquoi la conjonction vraie s'est trouvée, selon un Mémoire lû dans l'Assemblée précédente, anticipée de 1' 20", mais aussi pourquoi la latitude y a été diminuée de 20". M. de Thury n'a donné d'autres raisons de ces différences que dans le simple exposé de son Mémoire, alléguant qu'il est parvenu à ces résultats selon ses Tables corrigées. Or la correction en longitude se peut tirer à la vérité de la période de 18 ans ou Saros Chaldaïque, & tel est assurément l'unique point d'appui d'où l'on part dans ces sortes de calculs. Mais pourquoi la latitude est-elle plus petite de 20 secondes que selon les Tables Newtoniennes? il semble que l'auteur auroit pu nous instruire plus clairement des causes qui l'ont déterminé à cette correction. Seroit-il donc permis * de se rapprocher ici trop arbitrairement, comme il semble, des autres Tables modernes, sans en adopter néanmoins les résultats?

Les Tables de M. Clairaut, dont on ne connoît pas assez les rapports avec la théorie, font la latitude de la Lune de 34 à 35" plus petite que les Tables Newtoniennes; mais sans avoir recours ici à la théorie physique, il seroit possible aussi de découvrir le terme oriental de l'éclipse annulaire par les latitudes observées actuellement aux nouvelles & pleines Lunes, & c'est à quoi il me paroît très-essentiel de se préparer aujourd'hui.

* Voyez ci-après une méthode nouvelle de corriger les erreurs des Tables en latitude, lorsque celle des Tables en longitude est déjà connue; cette méthode n'a été imaginée qu'après l'observation de l'Éclipse du 1.er Avril.



MÉMOIRE

MÉMOIRE SUR L'ÉVAPORATION DE L'EAU SALÉE.

Par M. HALLER.

IL y a six ans que je mandai à l'Académie les premiers commencemens de mes expériences : il s'y glissa même une erreur, & cinq lignes y parurent pour le terme de la plus forte évaporation *. C'étoit celle qui se fait par les épines, & non pas celle qui se fait par le simple changement de l'eau en vapeurs, dont je vais donner les Tables exactes faites pendant six années, & portées sur les registres depuis 1758 jusqu'en 1764, par les soins d'un Commis exact préposé à ce travail. 17 Nov. 1764.

Comme on n'a jamais fait des expériences aussi long-temps continuées sur l'exhalation de l'eau, & qu'elles peuvent répandre quelque jour sur l'origine des pluies, la diminution des mers & l'utilité des lacs, je vais en entretenir l'Académie.

Les vues qui m'ont porté à faire ces expériences ont commencé par être économiques. Il est assez connu, que l'on a imaginé, pour épargner le bois, de concentrer l'eau des sources foibles par le moyen des épines, qui ont succédé à la paille; on en forme deux colonnes hautes de 20 à 26 pieds, & qui s'élargissent en descendant : l'eau salée élevée par des pompes, est reçue dans des auges, dont elle descend sur les épines par de petites entailles faites à des chenaux de bois; ces entailles vont en s'élargissant, elles ne doivent pas être trop petites, parce que le tuf les fermeroit trop vîte, ni trop larges, parce

* Cette dissipation va beaucoup plus loin dans les hangars à graduation. On a des exemples, que 18 pouces d'eau se sont dissipés en quatorze jours.

qu'elles doivent répandre avec lenteur l'eau ſur les épines; pour lui donner peu de vîteſſe & pour qu'elle ait le temps de s'attacher aux épines.

Ces petites cataractes répandent l'eau dans une infinité de filets ou de gouttes ſéparées; toute la ſurface des épines en eſt mouillée: le tuf, qui a plus d'adhéſion que l'eau, s'attache à l'écorce & l'eau dilatée ſur une immenſe ſurface, s'exhale en partie & une partie deſcend dans un baſſin qui règne le long de la colonne d'épines; elle eſt repompée de nouveau & remiſe ſur les épines, juſqu'à ce qu'elle contienne $\frac{20}{100}$.e de ſel, ou même au-delà. Le baſſin eſt partagé en compartimens dont le plus éloigné reçoit l'eau telle que la fournit la Nature, & dont les ſuivans ſe rapprochent des chaudières d'autant plus que leur eau eſt plus ſalée: le nombre des compartimens eſt aſſez indifférent; tout ſe réduit à donner à l'eau du dernier compartiment la force la plus avantageuſe pour l'épargne du bois.

Le volume de l'eau eſt réduit à une petite portion de lui-même quand il eſt à vingt: le ſel de nos eaux ne paſſe guère la centième partie de l'eau, pour qu'il y ait la cinquième, il faut réduire vingt parties d'eau à une ſeule. Le temps dans lequel ſe fait cette opération n'eſt pas le même: le ſoleil & la chaleur l'accélèrent, l'humidité empêche l'exhalation, & le froid force les Ouvriers à ſuſpendre leur ouvrage, parce que l'eau étant réduite en gouttes ſe glaceroit à l'inſtant. Nous avons vu cependant, que 600 livres d'eau amenées dans un quart d'heure au hangar d'Aigle, & qui dans douze mois, montent à 21 millions 34 mille livres d'eau, s'exhalent, dans trois cents jours, dans un hangar dont la longueur eſt de 735 pieds de ce pays*, & la hauteur d'environ 20 pieds; & l'expérience a démontré, que dans le cours d'une année l'hangar dont nous avons donné la meſure ſe vide & fournit à la chaudière toute l'eau qu'il contient, environ onze fois: ce qui montre que le baſſin & les épines contiennent à peu près 1 million 912 mille 182 livres d'eau,

* Ils ſont aux pieds de Roi comme 10 à 11.

dont le pied cube pèse 46 livres de 18 onces quand elle est à $\frac{10}{100}$.e de sel, & 54 quand elle est à 18 : par la même raison, il faut environ trente-trois jours pour réduire cette quantité d'eau à la vingtième partie de son volume, & l'exhalation d'un jour est de 54 mille 890 livres, ou de 1100 pieds, en prenant 50 livres pour le poids moyen de cette eau salée : quand le soleil est dans sa force, cette exhalation est plus que double, & quatorze jours suffisent, pour vider le hangar.

Cette eau portée à contenir un cinquième de sel, est livrée à l'action du feu dans une chaudière de fer. Nous avons grand soin de diminuer la vivacité du feu ; nous ne tenons l'eau dans le degré d'ébullition qu'environ dix heures, & nous diminuons alors la quantité de bois, dans une si grande proportion, que les quatre-vingt-six heures qui restent, ne consument guère que le double des dix premières heures.

Nous croyons devoir la beauté de nos sels, leur grande blancheur & la grandeur de leurs cristaux, à la lenteur de la cuite; nous attribuons à la force du feu, le peu de beauté des sels de la Franche-comté & de la Savoie.

Préposé aux fabriques des sels de la République & résidant depuis six années presque sur les lieux, employé même du temps de mon prédécesseur plusieurs fois aux sources salées pour différentes commissions, j'ai pensé aux moyens d'épargner le sel, & d'en produire le plus qu'il seroit possible. La République paye à ses voisins 75 mille quintaux de sel par an ; elle doit souhaiter de diminuer, le plus qu'il est possible, ce tribut inévitable.

J'avois devant moi l'exemple d'un de mes prédécesseurs, qui avoit pensé à graduer le sel par le moyen de la *Subsidence;* il est sûr que l'eau salée, sur-tout quand elle est répandue dans un grand réservoir, dépose une grande partie de son sel. Il est arrivé que le puits *de la Providence*, qui recoit la source salée des Fondemens, ayant été rempli d'eau salée, que l'on n'exploitoit pas à cause de quelques réparations, se trouva, après quelques mois, contenir une eau forte de $\frac{22}{100}$.e dans sa profondeur & très-légère, on dit même d'un demi-centième à

la ſurface : comme je n'ai pas vu cette expérience, j'en vais rapporter deux autres que j'ai faites.

Les eaux de Panex ſont reçues en hiver dans un réſervoir de 106 mille pieds creuſé dans le roc, la profondeur en eſt de 7 pieds & demi : je laiſſai repoſer cette eau quarante jours, & j'en fis alors prendre une bouteille à la ſurface, une autre au milieu & une troiſième au bas du réſervoir.

J'en fis les épreuves ordinaires, & trouvai l'eau de la ſurface à $\frac{5}{400}$ & un peu moins : celle du milieu à $\frac{5}{400}$ & un peu davantage, & au fond de $\frac{1}{66}$ ou de $\frac{6}{400}$.

Cette expérience ne promettoit pas beaucoup, je ne me rebutai pas ; je voulus eſſayer ce que pourroit une colonne beaucoup plus haute, à laquelle on donneroit un plus grand terme pour la décharge du ſel. Je fis faire un tuyau de fer-blanc de la hauteur de 33 pieds, je le remplis d'eau ſalée au titre de $\frac{12}{100}$.e le 18 Avril 1760, & je ne l'ouvris que le 12 Juin. Voici ce que je trouvai.

Il s'étoit perdu 15 pouces d'eau ; il étoit difficile de deviner ce qu'elle pouvoit être devenue : ſous le 15.e pouce l'eau la plus haute du tuyau ſe trouva de $\frac{9}{100}$.e & demi. A 11 pieds de profondeur, en deſcendant, l'eau étoit preſqu'au même titre ; & à 33 pieds elle étoit à 12 & $\frac{7}{8}$.e

Ces expériences prouvent clairement qu'on ne ſauroit graduer par ſubſidence, l'eau de la ſurface ne s'affoiblit pas aſſez, on ne ſauroit la perdre, & moins encore en Suiſſe, où il eſt plus avantageux d'épargner le ſel que l'équivalent en argent.

C'eſt auſſi le défaut de la concentration que Stahl avoit conſeillé de faire par le moyen du gel ; la glace reſte ſalée dans notre climat, & le froid n'y eſt pas aſſez conſtant pour graduer une quantité d'eau un peu conſidérable.

Je trouvois cependant aux hangars garnis d'épines des défauts qui me paroiſſoient inſupportables ; le plus grand, c'eſt la perte conſidérable du ſel. J'ai vu en Allemagne les Salines de *Sulbek* & de *Salzberden* ; elles ſont à peu près de la même conſtruction que les nôtres : quand on ſuit ces hangars ſous le vent on eſt expoſé à une roſée ſalée qui fait proſpérer, dans

une assez grande largeur du terrain le plus voisin, des plantes naturellement voisines de la mer, comme le *salicornia*, le *tripolium*, le *glaux*. Dans nos Salines, on est d'une attention extrême à ne pas perdre l'eau salée; on ferme les robinets au moindre coup de vent, & on arrête les filets d'eau qui tombent sur nos épines. Nous n'avons aucunes des plantes maritimes autour de nos hangars, ni même dans tout le pays; cependant la rosée qui vient du vent, ne se fait que trop souvent apercevoir: or la moindre dissipation cause une perte énorme, dès qu'elle se fait sur une colonne longue de plus de 700 pieds & haute de 20 à 26.

Une partie de sel s'imbibe aussi dans le bois des auges, des pompes, & en un mot tout le bâtiment s'en imprègne si bien qu'on a de la peine à brûler les débris qui en proviennent.

Le feu, quelque mitigé qu'il soit, ne l'est pas encore assez; pendant le temps que l'eau est en ébullition, il s'élève avec la vapeur de l'eau une partie de l'acide marin. Je me souviens, que l'on m'a écrit de Salins que l'on croyoit cette ébullition nécessaire, parce qu'il se séparoit de l'eau quelque chose de corrosif, qu'on avoit ramassé avec du papier étendu sur la vapeur de cette eau. J'ai fait suspendre de la grosse toile, elle a reçu cette vapeur, je l'ai fait exprimer & je conserve encore une espèce d'extrait salé, qu'on a trouvé par l'inspissation; l'huile de vitriol en fait sortir l'esprit de sel.

Cet acide du sel marin en fait toute la force & toute la bonté; sans lui, ce ne seroit qu'une terre alcaline, plus propre à détruire les viandes qu'à les conserver: c'est la raison pour laquelle le sel marin tout gris, tout mêlé qu'il est d'immondices est encore meilleur que tous les sels cuits au feu: la chaleur moyenne du soleil, ne peut pas être mise au-delà de 72 pour les mois de l'année où l'on fait le sel; & ce n'est que la troisième partie de la chaleur de l'eau bouillante: c'est encore pour cette raison que les Hollandois salent mieux le hareng que les autres nations. Ils se servent pour cet usage du sel de mer dissous dans de l'eau de mer, & dont on augmente l'acide par du petit lait aigre qu'on y ajoute pendant la cuite.

Plus on force le feu, plus on diminue la quantité de véritable sel marin, & plus on augmente la partie alcaline qui attire l'humidité & qui s'engraisse à l'air; nos salines donnent moins dans ce défaut que presque toutes les autres fabriques: il s'y forme cependant une quantité très-considérable de sel amer, qui se mêle au dernier sel & qui cause une perte très-considérable, en se fondant à l'air, & en entraînant avec lui le sel culinaire. Voilà ce qui fait en partie l'énorme différence que nous trouvons entre le sel que promet la force & la quantité de l'eau salée exploitée, & le sel qu'on fait effectivement. Je l'ai calculée du 1.er Juillet 1750, au 1.er Juillet 1751, il devoit y avoir 320 mille 403 livres de sel; il n'y en eut que 214 mille 291 livres. Du 1.er Juillet 1751 au 1.er Juillet 1752, les livres promettoient 340 mille 432 livres, & le magasin n'en reçut que 263 mille 177 livres. On voit que la différence du sel promis au sel fabriqué va à 50 pour cent: il est vrai qu'il y a d'autres raisons pour cette perte; mais la fabrique y va pour beaucoup.

Les frais ne laissent pas que d'être aussi un objet. On consume pour cuire 1 million de livres de sel, environ 500 toises de bois longues de 7 pieds $\frac{1}{2}$, hautes d'autant, & larges de 4 pieds. La toise a coûté 11 francs 12 sous, argent de Suisse, ce qui fait plus de 17 livres de France; & si le bois coûte moins présentement, notre postérité pourra le payer au même prix excessif.

Les hangars de gradation sont des bâtimens immenses. J'ai fait prolonger celui d'Aigle à 1260 pieds; il y a des salines en Allemagne, où les hangars vont jusqu'à 6 mille pieds: celui d'Aigle a coûté 45 mille de nos francs, qui font 67 mille 5 cents livres de France; & ces hangars ne sont pas de durée; les épines se couvrent de tuf, j'ai été obligé de les changer après huit ans de service; le hangar est un composé de tant de pompes & de tuyaux, il a un toît si long & si considérable, l'ébranlement des machines le secoue si continuellement, qu'il est rare d'en voir qui aient duré cinquante ans.

Il eſt aiſé de calculer à peu près ces frais; on peut mettre l'intéret annuel à 7 pour cent pour le bâtiment, puiſqu'il eſt à fonds perdu, & à 14 parce qu'il ne ſubſiſte que cinquante ans, en ſuppoſant que les baſſins de la nouvelle invention dureront cent ans; cela fait 2 mille 520 écus ou 9 mille 450 livres par an. Les épines à placer dix fois dans un ſiècle, même ſeulement cinq fois, font pour le moins 40 mille livres de capital, & à 7 pour cent 2 mille 800 d'interêts. Les frais extraordinaires avec l'entretien des eaux ſeront favorablement calculés à 12 cents livres; la chaudière de fer dure vingt ans, c'eſt cinq chaudières dans un ſiècle, & comme elle coûte 2 mille 400 livres c'eſt 12 mille livres ou 840 livres par an, & le bois peut être mis à 4 mille livres : la ſomme des frais d'un hangar, tel qu'il le faut pour exploiter la quantité d'eau que nous avons dite, monte donc à 18 mille 90 livres de France ou près de 5 mille écus d'Allemagne.

Il me parut dès-lors qu'il y avoit un moyen bien ſimple, pour n'avoir plus beſoin de hangar de graduation, ni de feu, ni de machines, ni de conduites d'eau, c'eſt d'exploiter l'eau ſalée des ſources, comme on exploite celle de la mer, le ſoleil y fait tout.

Le gouvernement d'Aigle eſt plus chaud que la Saintonge & que le pays d'Aunis : il y croit de très-bons vins & des grenades, j'y ai trouvé la véritable cigale, le mantis : il eſt beaucoup plus ſec que les rivages de la mer; nous y avons eu depuis le 21 Juillet 1762 juſqu'au 2 Août, tous les jours, autour de 140 degrés de Fareinheit au ſoleil & juſqu'à 144. Tout concourt à nous promettre une évaporation plus forte que celle de ces pays maritimes.

L'eau que nous aurions à exploiter eſt trois fois plus ſalée que celle de la mer, elle tient de 11 à 12 pour cent, & la mer autour de quatre. Une évaporation trois fois plus petite ſuffit donc dans le gouvernement d'Aigle, & nous venons de voir qu'elle y eſt plus forte.

On ne l'a pas tentée, ce n'eſt pas une raiſon pour en déſeſpérer; il eſt vrai qu'il y a bien des précautions à prendre,

dont on n'a pas besoin dans les marais salans. Nous ne pouvons pas perdre de l'eau & il ne faut pas nous exposer à retarder l'évaporation par la pluie qui peut augmenter la quantité de l'eau douce, il faut d'ailleurs tâcher de faire servir six ou huit mois de l'année à faire du sel.

Dans le temps que toutes ces précautions me parurent très-possibles, je pensai au marbre si commun dans le gouvernement, pour en faire le bassin, & à l'asphalt pour en cimenter les jointures; il faudroit mettre le bassin à plat sur la terre, j'ai trouvé que la chaleur est considérablement plus forte sur la surface de la terre qu'à la hauteur médiocre d'un pied. Je crois qu'il faudroit couvrir le bassin, la nuit & pendant la pluie, d'un toît léger & mobile, qu'on pût ôter sans peine & qui pût servir à augmenter la chaleur, en se rangeant du côté du nord, & en réfléchissant les rayons du soleil; cela est aisé: je ferois un toît léger, couvert de tavillons de bois mince, mis en blanc & le placerois sur une poutre qui avançât horizontalement des deux côtés: il est vrai que cela borne la largeur du bassin de 26 à 30 pieds.

Il ne restoit plus que de faire l'expérience elle-même. Je fis faire à l'Aigle un bassin de 24 pieds ½ de longueur & large de 14, pour servir à l'évaporation, il fut couvert d'un toît fait sur les principes que viens d'exposer; j'y ajoutai un petit bassin de marbre, pour exhaler le reste d'eau extrêmement chargé qui occuperoit trop long-temps le grand bassin par une raison que je vais dire. Je préparai un autre bassin au Bévieux avec une petite auge de pierre, mais l'un & l'autre plus petit; je plaçai l'un & l'autre sur des colonnes de 18 pouces, & ne les fis que de bois, ce qui les exposoit à couler: ces préparatifs faits, on commença en 1759 à faire servir ces bassins. On les remplissoit d'une quantité d'eau donnée & d'une force connue, on pesoit le sel qui en sortoit, & les derniers restes de l'eau salée, étoient mis dans une petite auge de marbre où ils achevoient de déposer leurs sels, & des Commis exacts mesuroient tous les jours la diminution de l'eau. Je tins un registre du baromètre de la chaleur & du temps, à la vérité à trois lieues du Bevieux,

du Bévieux; généralement parlant, les saisons sont les mêmes à Roche & à cet endroit; je vais donner les Tables elles-mêmes qui ont été continuées au Bevieux pendant six années & pendant deux à Aigle.

Le sel se forme à peu près comme il se forme au feu; mais bien plus lentement, & même dans une proportion de lenteur plus grande que ne la demande la différence entre la chaleur du soleil & celle du feu; car il ne s'est formé du sel qu'après quatorze, vingt & même trente jours, au lieu qu'il se fait en moins de deux jours au feu & même dans douze heures, si l'on ne cherche que l'expédition: ce sont des petits cristaux de sel qui forment une croûte sur la surface de l'eau & qui peu à peu tombent au fond.

Le sel qui se forme au soleil diffère essentiellement de celui qui se fait au feu; celui-ci n'est qu'une échelle de cadres parfaitement quarrés placés par degrés l'un sur l'autre, & formant par conséquent une piramide en degrés par dehors & creuse dans l'intérieur: ce sel est d'un blanc transparent & sans odeur, il s'umecte aisément.

Le sel fait au soleil est composé de cubes parfaits & remplis, c'est la figure que prend naturellement le sel gemme lorsqu'il a été fondu dans de l'eau, & qu'il se forme par le repos de cette eau: ce sel est blanc, opaque, très-dur, plus pesant, sec, sans penchant à l'humidité, il sent naturellement la violette; l'acide qui en naît est plus concentré. Jai envoyé à M. Spielman, célèbre Chimiste, du sel ordinaire du Bévieux & du sel fait au soleil; l'esprit de celui-ci a saturé quatre parties d'alcali, dans le temps que l'esprit du sel ordinaire n'en a saturé que trois: aussi est-il excellent pour saler le fromage, opération qui demande un sel extrêmement sec. J'en ai distribué à des experts & m'en suis fait donner des attestations.

On obtient au soleil considérablement plus de sel de la même quantité d'eau, qu'on n'en tire par la graduation & par le feu; j'ai fai voir que l'opération ordinaire ne donne qu'environ les deux tiers du sel, que promet l'épreuve ordinaire, qui se fait en faisant évaporer sur la braise un petit bassin de

cuivre rempli de l'eau salée: mais le soleil donne souvent autant de sel que promet cette épreuve : il arrive même; & assez souvent, qu'il en donne davantage, & sur le grand nombre d'expériences le produit est égal à très-peu de chose près. Dans une des premières épreuves 1470 livres d'eau des Fondemens, fortes de $\frac{9}{100}$, devoient donner par l'épreuve du feu 176 livres, elles en donnèrent 249 au soleil.

Encore la même année, 2010 livres d'eau, fortes de $\frac{12}{100}$, devoient fournir 241 livres, elles en fournirent 256, & 1416 livres de la même force, donnèrent 308 livres, au lieu de 170. En 1760, 1650 livres de la même force donnèrent 210 livres au lieu de 198, & 2400 livres d'eau à 12 pour cent, fournirent 309 livres au lieu de 288, & 2280 livres à 11 $\frac{1}{2}$ pour cent, fournirent 276 livres au lieu de 262 & 228 autres livres, au même titre, donnèrent 284 livres. En 1762, 2460 livres d'eau, fortes de 600 $\frac{1}{2}$, ne devoient donner que 159 $\frac{90}{100}$ elles en donnèrent 160.

En 1763, 2400 livres d'eau à $\frac{10}{100}$ donnèrent 250 livres au lieu de 240, & 2400 livres à $\frac{14}{100}$ donnèrent 308 livres au lieu de 236.

En 1764, 2400 livres de la même force donnèrent les 240 livres, & cependant il resta six lignes d'eau très-fortes qu'on exploita à part.

La même année, 2400 autres livres fortes de $\frac{11}{100}$ & dont on devoit attendre 264 livres, en donnèrent 282 ; & dans une autre expérience 253 livres, sans compter 4 lignes d'eau qui resistèrent & qui ayant $\frac{1}{12}$ de la hauteur du tout, devoient pour le moins en donner encore 21 livres, ce qui feroit 275.

Dans la seconde exhalation d'Aigle, le calcul promettoit 1156 livres $\frac{68}{100}$ & on fit réellement 1379 livres. Dans la troisième, on devoit en attendre 642 livres $\frac{62}{100}$ & on en tira 769 livres ; la huitième donna 1286 livres au lieu de 1181 $\frac{84}{100}$.

La raison de cet avantage n'est pas uniquement, parce que rien ne se perd, cette raison n'est pas suffisante, il faut y ajouter que le sel que l'on fait à la petite expérience sur la braise est extrêmement

ſec, au lieu que le ſel ordinaire contient plus d'eau. Mais il faut preſque néceſſairement recourir encore à une raiſon chimique, c'eſt que la chaleur de l'eau bouillante, dépouille de ſon acide une partie de la terre alcaline du ſel culinaire, & la réduit en ſel amer: au lieu que le ſoleil y laiſſe cet acide, & ajoute par conſéquent à la quantité de ſel marin, tout ce que le feu lui ôte pour en faire de l'alcali.

Les autres matières que dépoſe l'eau ſalée expoſée au ſoleil ſont les mêmes que celles qu'elle dépoſe au feu, de la terre gypſeuſe qui s'attache au bois du baſſin, comme elle s'attache aux chaudières, & du ſel amer, qui ſe forme au fond, qui reſſemble à de la glace qui ſe fond en écume ſur la braiſe & qui à l'air tombe en pouſſière blanche; c'eſt de cette matière que ſe fait avec l'acide vitriolique le ſel d'Angleterre. Toutes ces matières ſe ſéparent plus parfaitement parce qu'elles ont près de trente-ſix jours pour ſe débarraſſer de l'eau, au lieu qu'elles s'en ſéparent en quatre-vingt-ſeize heures, & même en trente-ſix ſur le feu.

Ces expériences répétées pendant ſix années, paroiſſoient promettre beaucoup. S'il y a de l'inégalité, il peut y en avoir bien des cauſes, la plus commune, c'eſt quelque fente qui ſe trouvoit dans le baſſin & la perte de l'eau qui en réſultoit. Il eſt ſurprenant combien l'eau forte de 24 à 30 degrés fait d'efforts pour percer le bois, ſur-tout quand elle a une certaine hauteur. Nous ne paſſames plus les cinq pouces, après en avoir fait l'expérience: quand on la mettoit à neuf, l'eau perçoit les ais les plus ſains, & formoit des ſtalactites qui ſortoient du bois & qui pendoient contre la terre. Quelquefois auſſi les Commis ſe ſont trompés & ont ajouté à une exhalation le ſel né dans le petit auge de marbre & qui appartenoit à une autre opération; mais toutes les erreurs ſont rectifiées par la ſommation que j'ai fait de trente-ſix opérations complètes, & il n'y a plus de doute que l'exhalation ne fourniſſe, en pur ſel, toute la quantité que promet l'épreuve du feu ſi flatteuſe & ſi trompeuſe, à l'égard ſur-tout des ſources foibles. Le calcul promettoit au Bévieux 9108 livres en trente-ſix exhalations, & les magaſins en ont reçu 8833, ce qui ne diffère que de $\frac{1}{33}$.

Les onze expériences faites à Aigle reviennent aux mêmes principes; il devoit en résulter, par l'expérience ordinaire faite sur la braise, 6947 livres de sel, & il en résulta 6939 livres, ce qui prouve d'autant plus que c'est à Aigle, que la différence du sel calculée par les quantités & les forces de l'eau va jusqu'à un tiers du produit; & ce sont ces expériences qui prouvent le mieux, qu'il faut nécessairement admettre une perte d'acide, & par-là de sel culinaire, dans les manœuvres du feu: car l'eau de Panex exploitée à Aigle est visiblement surchargée de tuf, la perte devroit être très-grande puisqu'elle va à un tiers, elle ne peut avoir été compensée que par une plus grande quantité d'alcali auquel on a conservé la nature de sel marin, en lui laissant son acide, & qui par le feu se seroit rendu lixiviel.

Mais pour juger de l'expérience de la nouvelle méthode, il y a encore plusieurs questions à décider. Il faut voir si la grandeur du bassin destiné à l'évaporation ne deviendra pas énorme; cela tient à la vîtesse de l'évaporation: & celle-ci peut fournir de nouvelles lumières aux Physiciens, sur la quantité de vapeurs qui s'élèvent de la mer & sur leurs proportions avec les pluies. Halley & le Jésuite antagoniste de Vallisnieri n'ont fait leurs expériences que très en petit.

L'Académie pourra juger elle-même des Tables que j'ajoute à la fin de ce Mémoire: je vais en tirer quelques corollaires.

I. L'évaporation d'un jour est déterminée par trois lignes; à Aigle & au Bévieux les bornes ont été les mêmes; les chaleurs les plus fortes n'ont pas passé ce terme: je crois cependant l'exhalation physique un peu plus grande. Les hommes ne sont pas assez exacts: la Nature profite de tous les momens; il n'est pas sûr que les ouvriers aient toujours découvert le bassin avec le lever du soleil; & quand quelque nuage l'a fait couvrir, ils n'auront pas toujours été assez prompts pour le découvrir avec le retour du soleil. Peut-être l'évaporation physique ira-t-elle jusqu'à quatre lignes, sur-tout pour les eaux douces, car on va voir que l'eau exhale moins à proportion qu'elle est plus salée. L'exhalation économique ne passe pas trois lignes.

II. Il ne s'exhale presque rien en hiver: les plus beaux

jours, & les vents du nord ne font rien pour l'évaporation de l'eau; c'est un préjugé dont il faudra se défaire, fondé sur ce que le vent enlève l'eau; mais il n'y a que la chaleur qui la résolve en vapeurs. Du 10 Octobre 1760 au 7 Février 1761, l'évaporation n'a pas passé 10 lignes, c'est l'ouvrage de trois jours en été. Du 7 Février 1761 au 8 Mars, il n'a exhalé que 7 lignes, malgré les approches du printemps: trente jours n'ont fait que ce que trois jours feroient en été. Du 1.er Novembre 1759 au 31 Janvier 1760, l'exhalation de quatre-vingt-douze jours a été de 8 lignes: & en 1760 dans le cours du mois de Février, de 3 lignes. A Aigle, l'évaporation depuis le mois de Novembre 1759 jusqu'au 1.er Avril 1760 a été d'un quart de ligne pendant quelques jours & entièrement nulle presque tout le reste de ce temps: elle a été à peu près nulle après le 16 Octobre 1761.

III. Le mois de Mars ramène l'évaporation, elle y a été assez forte quelquefois, & elle a monté jusqu'à son terme suprême de trois lignes, mais rarement: quand il ne pleut que la moitié du jour, il y a eu une demi-ligne & même une ligne d'évaporée: la somme du mois a été de 13 lignes en 1760; en 1761 il y a eu 8 lignes d'évaporées; je crois qu'on peut admettre près de 15 lignes pour le terme moyen de l'évaporation du mois de Mars.

IV. En Avril, l'évaporation a été de 42 lignes en 1760, de 30 en 1761, de 48 en 1762, de 28 en 1763, & de 30 en 1764; & l'exhalation moyenne de ce mois est de 35 lignes $\frac{2}{5}$.

V. L'exhalation de Mai a été de 56 lignes & demie en 1759, de 38 lignes en 1760, de 37 lignes en 1761, de 28 lignes en vingt-deux jours de 1763, ce qui fait 37 lignes pour le mois; de 44 lignes en vingt-cinq jours de 1764, ce qui fait 52 lignes pour tout le mois; le terme moyen pour ce mois est à peu près de 48 lignes.

VI. L'exhalation de Juin a été de 40 lignes en 1759, de 46 lignes en 1760, de 29 lignes en 1761, de 57 lignes en 1762, de 32 lignes en 1763, de 59 lignes en 1764,

ce qui donne 44 lignes pour le moyen terme qui eſt au-deſſous du vrai, étant naturel que le mois de Juin favoriſe l'évaporation plus que le mois de Mai, par la longueur des jours & la force du ſoleil.

VII. Il en eſt de même de Juillet; ſon évaporation eſt de 48 lignes en 1759, de 51 lignes en 1760, de 58 lignes en 1761, de 41 lignes en 1762, de 50 lignes en 1763, & de 28 lignes en vingt-deux jours de 1764, ce qui fait 40 lignes pour tout le mois: le milieu eſt 47, ce qui eſt trop peu pour le mois le plus chaud de l'année.

VIII. L'évaporation baiſſe en Août, les jours y ſont déjà plus courts; il s'y eſt exhalé 35 lignes en 1759, 26 lignes en 1760, 42 lignes en 1761, 30 lignes en 1762, 44 lignes en 1763: l'évaporation d'Août n'étoit pas finie en 1764 dans le temps que j'écrivis ce Mémoire, le milieu ſur cinq années eſt de 35 lignes $\frac{1}{2}$.

IX. En Septembre, il s'eſt exhalé 12 lignes en dix-huit jours de 1759, ce qui donne 20 lignes pour le mois entier; 15 lignes en quinze jours de 1760, ce qui feroit 30 lignes pour le mois, 28 lignes en 1761, 29 lignes en 1762, & 13 lignes en dix-neuf jours de 1763, ce qui fait 25 lignes $\frac{1}{2}$ pour le terme moyen.

X. En Octobre, il ne s'eſt exhalé que 11 lignes en 1759, mais 9 lignes en neuf jours de 1761, ce qui en feroit 31 pour le mois entier; je mets le milieu à 15 lignes comme en Mars.

L'exhalation phyſique va plutôt au-delà tant par la raiſon que j'en ai donnée, que parce qu'on a perdu régulièrement un jour par mois à ſortir le ſel du baſſin & quelquefois deux.

XI. L'exhalation moyenne économique depuis le mois de Mars juſqu'à celui d'Octobre peut donc être miſe à 261 lignes, & je crois bien que l'exhalation phyſique va à 300 lignes.

XII. Il eſt important pour un Entrepreneur, & il n'eſt pas inutile pour un Phyſicien, de ſavoir que l'évaporation n'avance pas d'un même pas au commencement d'une expérience & à la fin. L'eau moins ſalée s'évapore conſidérablement plus vîte que l'eau dont la ſalure eſt plus forte; dans le courant du mois

de Juin 1760, l'eau naturelle a perdu en treize jours 21 lignes, & l'eau extrêmement chargée qu'on avoit mis dans le petit baſſin de marbre, n'a exhalé que 12 lignes. En Juillet, ce même reſte a diminué de 21 lignes, & l'eau naturelle de 31 dans le même eſpace de quinze jours. En 1761, dans le même mois de Juillet & dans dix-ſept jours, l'eau chargée n'a baiſſé que de 8 lignes, & l'eau naturelle de 18. En douze jours du mois d'Août, l'eau concentrée a perdu 11 lignes, & l'eau naturelle 17. En huit jours de Septembre, il s'eſt exhalé 14 lignes de la ſource naturelle, & en huit jours, 6 lignes de l'eau renforcie. En 1762, en vingt-huit jours du mois d'Août, l'eau naturelle a exhalé 28 lignes, & l'eau du baſſin de marbre 13. En Mai 1763, l'eau concentrée n'a baiſſé que de 10 lignes en vingt jours, & l'eau naturelle de 25. Du 17 Juillet au 4 Août de la même année, l'eau du baſſin de marbre a perdu 20 lignes, & celle du baſſin de bois 34. En dix-ſept jours du mois d'Août, l'eau de la ſource a exhalé 27 lignes, & celle du baſſin de marbre 18 lignes. En 1764 & en dix-huit jours du mois de Juin, l'eau de la ſource a perdu 36 lignes, & l'eau concentrée ſeulement 19 lignes.

Cette expérience eſt ſans exception; mais comme on ne ſépare pas exactement au même degré de ſalure, l'eau que l'on tranſporte au petit baſſin, la différence a été tantôt de 2 à 1, & tantôt de 3 à 2; la proportion de la ſalure des deux eaux peut être miſe en général de 24 à $11\frac{1}{2}$.

La lenteur de l'évaporation de l'eau concentrée ſe doit attribuer uniquement à l'adhéſion qui attache l'eau au ſel, & peut-être ſur-tout au ſel amer qui ſe concentre dans la dernière eau du baſſin: cette adhéſion doit être plus forte que celle des parties de l'eau élémentaire entr'elles. Il faut avoir quelque égard à cette différence en Phyſique: l'eau de la mer doit moins s'exhaler que celle d'un lac, toutes choſes égales; en économie, elle nous oblige à tenir, avec le grand auge d'exhalaiſon, un petit auge pour évaporer le reſte du grand baſſin, & pour ne pas faire perdre au grand auge, un temps qu'il mettroit à évaporer l'eau concentrée, au lieu d'expédier le double de l'eau naturelle. Cet

auge peut être petit, il suffit qu'il ait la dixième partie de la surface du grand auge.

Je me rapproche du calcul qu'il convient de faire pour déterminer les frais que causeroient l'établissement d'un bassin d'exhalation.

J'ai dit que je conseillerois de le faire en marbre : il paroît que cette pierre résiste ; elle a tenu bon au Bévieux, contre l'eau concentrée, depuis six années.

La grandeur du bassin ordinaire se calcule aisément. Nous faisons environ un million de livres de sel par an au Bévieux, l'eau y est à peu près à 11 pour cent ; le pied cube d'une eau pareille, pèse 56 livres de 16 onces & au-delà ; cela fait au plus 1 million 802 mille pieds cubes d'eau, mettons 18 mille pour la rondeur des chiffres.

Nous n'avons admis que 182 lignes d'exhalation pour une campagne, ce n'est que les deux tiers du vrai ; mais il faut s'armer contre les accidens, tels que seroient les années pluvieuses & l'affoiblissement accidentel de l'eau des sources. Je mets cette évaporation à 15 pouces, pour la commodité du calcul. Pour évaporer 18 mille pieds cubes d'eau, il suffiroit donc d'un bassin, dont la surface seroit de 14 mille 400 pieds, & la profondeur de 15 pouces d'eau concentrée ; mais il seroit dangereux, même en marbre, d'admettre 15 pouces d'eau : j'en ai dit la raison, je n'y mets donc que 9 pouces ; il faudra donc un bassin de 30 mille pieds de surface & de cette profondeur, je ne donnerois à ce bassin que 25 pieds de large, sur 1200 pieds de long. Il faut y ajouter les bouts qui feront 2450 de circonférence en les élevant d'un pied.

Le pied de marbre travaillé suivant l'exigence de notre bassin, coûte 10 creutzers (7 sous 6 deniers) livré sur les lieux ; je compterai 7 sous 6 deniers pour l'asphalt, le toit & les poutres à mettre en travers, c'est trop de beaucoup ; mais il ne faut pas se tromper en se flattant. Le pied de bâtiment ira donc à 15 sous de France, & la somme totale à 24338 livres de France, ce qui fait 16225 francs de Suisse ; ce qui va environ à 6500 écus d'Allemagne : j'y ajoute un petit auge qui en coûtera environ

environ 700. La somme de la dépense sera 7 mille écus d'Allemagne, ce qui fait 17500 francs de Suisse, ou 26250 livres de France.

L'entretien de ce bâtiment sera d'une très-petite dépense: rétablir le toit tous les dix ans, asphalter quelques jointures dérangées; voilà tout ce qu'on peut prévoir.

Nous avons mis la dépense annuelle d'un bassin de graduation ordinaire à 18900 livres par an.

La conservation du sel ne peut pas être évaluée au juste: on ne dira pas trop en la mettant à 5 pour cent: car personne jusqu'ici n'a pu égaler par les manœuvres ordinaires le produit réel au produit que promet l'évaporation sur la braise. Les cinq pour cent font 50 mille livres sur une fabrique d'un million de livres, ce qui à 5 francs le quintal, fait 2500 francs ou 3750. Le profit d'une année en donne 22650 livres de France par an: ajouté à la dépense anéantie, il égale à peu près la première dépense.

Je ne prévois d'autre difficulté qu'une année extrêmement pluvieuse. Pour parer à cet inconvénient, il faudroit conserver une chaudière avec ses appartenances & environ une quatrième partie du bâtiment de cuite, tel qu'il est présentement: cette année rentreroit dans la règle ordinaire, sans qu'il y eût la moindre nouvelle dépense.

On peut exécuter ces idées dans tous les pays dont la chaleur sera à peu près la même que dans le Gouvernement d'Aigle & où le ciel ne sera pas trop pluvieux: l'eau qu'on exploite doit tenir 8 centièmes pour le moins, & une source plus foible augmenteroit trop la surface du bassin d'exhalaison.

Je crois cependant d'après mon expérience pouvoir conseiller à tout possesseur de salines, de ne faire graduer ses eaux qu'à 12 pour cent dans la manipulation ordinaire, & de mettre cinq jours à les cuire dans la chaudière. Il sera de plus beau sel, il en sera davantage & n'y mettra pas plus de bois.

Il me reste encore quelques éclaircissemens à donner sur les Tables d'exhalations, qui sont les pièces justificatives de ce Mémoire.

Je n'y ai ajouté les Tables météorologiques que pour deux ans : le Gouvernement d'Aigle, dont je me suis trouvé chargé ne m'a pas permis d'y donner le temps nécessaire dans le reste de ma préfecture : je n'en extrais que quelques observations.

I. L'hiver de 1758 à 1759 a été extrêmement doux, à peine y a-t-on vu de la neige pendant quelques heures & les fleurs n'ont pas disparu de nos bosquets. Il n'y a eu de froid qu'en Janvier. Tout le mois de Février & de Mars 1759, le thermomètre a été au-dessus de 40 de Farenheit à l'ombre; il a été à 55 le 10 de Février. Les poiriers ont fleuri à la fin du mois, & j'ai fait semer des avoines en Février. Le 8 d'Avril, les pommiers étoient en pleine fleur, les maronniers avoient de grandes feuilles & des fleurs le 22. En Mai, le thermomètre se soutint au-dessus de 50 & alla jusqu'à 67. En Juin, il se soutint au-dessus de 60, il alla à 77. En Juillet, ayant passé les 70 pendant presque tout le mois; la chaleur devient incommode dès qu'il les passe : il n'alla qu'à 73 $\frac{1}{2}$ en Août. Dans l'hiver qui suivit, le thermomètre ne fut que fort peu de temps sous le terme de glace, il ne le passa que de 5 degrés de Christin. En été 1760, il se trouva à 75 le 5 de Juillet & ne passa pas ce terme. En hiver 1761, le froid fut le plus fort au mois de Janvier, le thermomètre fut à 10 degrés le 21 & à 12 le 23. Nous eumes en Juillet plusieurs fois le 28 & 29 de Reaumur, & la même chaleur revint au mois de Septembre. En Mai 1762, le thermomètre de Fareinheit fut à 124, 126, 114 & 122; du 23 au 26 de Mai, & du 21 au 3 d'Août de 114 au 144 où il monta le 24 de Juillet. Il est vrai que la chaleur nous affectoit, & le 27 il survint une forte tempête avec de la grêle.

II. Pour le baromètre, il s'y fit un changement assez considérable des premières années aux dernières. Au commencement de 1759 jusqu'au mois de Juin 1760, le baromètre se tint entre 26 & 27 pouces d'Angleterre, & ne passa guère ce terme. Mais depuis 1762, le mercure s'éleva davantage, passa presque toujours le 27, & alla quelquefois jusqu'à 27 $\frac{16}{24}$: il eut cependant ses grandes variations par les vents du sud &

par les orages assez fréquens dans ce pays où la force des vents est extrême; elle y déracine les arbres, enlève les bâtimens, & a renversé le 16 Mars 1760, le hangar de gradation d'Aigle dont il abattit 660 pieds, en brisant toutes les colonnes & les contreforts dont il étoit appuyé. Le mercure descendit à 26,3 le 2 de Janvier 1760; à 26,1 le 18 de Septembre; à 26,0 le 19 avec une pluie de sud. Le 10 Novembre il revint encore à 26 & le 11 à 25,20; ce qui est le plus grand abaissement que j'aie observé: il fut encore à 25,22 & 21 par un grand orage du sud-ouest le 5 Décembre. Par un orage du 21 Septembre 1761, il redescendit à 26,2. En 1762, les 14 & 15 de Décembre il revint à 26,5 & 4, toujours par les vents de sud: mes observations lui donnent du jeu de 25,20 à 27,16, ce qui fait un pouce $\frac{20}{24}$ ou 22 lignes.

TABLE

DES QUANTITÉ ET QUALITÉ DE L'EAU DE LA SOURCE DU FONDEMENT, Qui s'est évaporée au bassin d'exhalaison, au Bévieux, depuis le 25 Avril 1759.

Ledit jour, on a mis dans le bassin environ 162 seillées ou 1620 mesures de Berne, d'eau de la source, à 9 pour cent, qui l'a remplie à la hauteur de 8 pieds $\frac{1}{2}$. Cela fait au moins 3460 livres de 18 onces.

AVRIL 1759.

Jours du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
26	1 $\frac{1}{2}$	58	....	beau temps.	
27	1 $\frac{1}{2}$	59			
28	3	59			
29	1 $\frac{1}{2}$	60			
30	1 $\frac{1}{2}$	58	....	temps couvert.	

MAI 1759.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	″	″	....	il a plu tout le jour.	
2	″	″	....	couvert.	
3	1 ½	″	....	remis au beau après-midi.	
4	1 ½	″	....	vent de sud.	
5	1	″	....	pluie.	
6	1 ½	″	....	couvert.	
7	1 ½	57	....	beau temps.	
8	2	60	....	un peu de pluie.	
9	2	″	....	beau temps, mais tendant à la pluie.	
10	″	59	....	forte pluie.	
11	1 ½	58	....	beau temps.	
12	1 ½	59	....	de même.	
13	1 ½	″	....	de même.	
14	2	″	....	de même, avec un vent très-fort d'est.	
15	3	63	....	beau temps.	
16	3	67	....	orage au sud-ouest, le temps y étant ici.	
17	3	64	....	beau temps.	
18	2	″	....	de même.	
19	2	62	....	de même.	
20	3	60	....	de même, avec un vent d'est.	
21	2	″	....	de même.	
22	3	63	....	beau temps.	
23	2	64	....	de même.	
24	3	63 ½	....	de même. Hauteur du Therm. au soir.	
25	2	67	....	beau temps.	
26	2	″	....	de même.	
27	2	64	....	avec un peu de nuages.	
28	3	64	....	beau temps.	
29	1	65	....	de même ; pluie le soir.	
30	2	″	26. 13	couvert.	
31	3	64	12	de même.	

JUIN 1759.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes	Degrés.	pouc. lign.		
1	1	65	26. 11	couvert.	
2	"	63	12	tendant à la pluie.	
3	2	63	½	beau; brouillards à la cime des mont.	
4	2	62	16	couvert, & pluie le soir.	
5	1	61 ½	16	beau temps; nuées au haut des mont.	
6	2	61	16 & soir 14	temps couvert; pluie au soir.	
7	"	62	16	beau le matin; pluie après midi.	
8	"	"	soir 18	temps couvert & sans vent.	
9	3	64	20	beau temps; nuées au haut des mont.	
10	2	65	17	pluie.	
11	1	"	"		
12	2	"	"		
13	"	"	"		
14	"	64	15	pluie.	
15	"	63	19 & 21	il a plu tout le jour.	
(16)	"	59	21	temps au beau; neige aux montagnes.	
17	3	61	"	beau temps.	
18	3	"	"		
19	3	70	22	beau temps & chaud.	
20	3	71	"	de même.	
21	3	"	"	*absent.*	
22	2	72	20 & 18	de même.	
23	1	70	16 & 15	le ciel se couvrit; il plut le soir.	
24	"	"	"	le ciel couvert; il plut le soir.	
25	"	66	22	le ciel couvert; il plut le soir.	
26	1	64	22 ½	beau temps; il a neigé sur les mont.	
27	2	65	21	beau temps.	
28	"	"	16	couvert; pluie après midi.	
29	"	"	16	pluie & un gros vent la nuit.	
30	1	63	14 & 12	le soleil se montra, mais la pluie suivit.	

(16) Ledit jour, on a sorti le sel du bassin de la première évaporation; il y en a eu... 292 ℔

Il est resté, après avoir sorti le sel, ¼ de pouce d'eau dans le bassin d'exhalaison.

Le même jour, on remit environ 49 seillées d'eau salée venant de la source du Fondement, au petit bassin d'exhalaison; y étant resté ¼ de pouce de vieille eau, on y en a mis 2 ¼ pour faire les trois pouces qui y sont actuellement au 12 pour cent en qualité.

JUILLET 1759.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre		ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*		
1	〃	62	26.	12	couvert.	
2	〃	61		13	il plut.	
3	1	〃		20	beau temps ; nuées au milieu des mont.	
4	1	61		22	beau temps.	
5	2	63	27.	〃	très-beau.	
6	1	64		〃	de même.	
(7)	1	66		〃	grande chaleur.	
8	3	72 ½	26.	22	de même.	
9	3	72		〃	de même.	
10	3	〃		〃	*absent.*	
11	3	〃		〃	*absent.*	
12	2	73		21	beau temps & grande chaleur.	
13	2	75		〃		
14	2	76		〃		
15	2	75		〃		
16	1	65 ½		21 ½	il plut & tonna après-midi.	
17	2	74		21	couvert.	
18	1	〃		22	*absent.*	
19	2	73 ½		〃	beau temps & chaud.	
20	2	74		〃		
(21)	1	〃		21		
22	2	76		21		
23	3	77		21		
24	2	76		18	le ciel se couvrit, & il plut le soir.	
25	3	〃		〃	*absent.*	
26	2	〃		〃	*absent.*	
27	1	75		15	pluie & tonnerre.	
28	1	77		15	ciel couvert.	
29	2	〃		〃	*absent.*	
30	〃	73 ½		16	couvert.	
31	2	〃		〃		

(7) Ledit jour, on a sorti le sel, consistant en.................................... 217ᵗᵗ
A la fin de cette seconde évaporation, il est resté un demi-pouce d'eau. Le même jour, on y a remis environ 51 seillées (1530ᵗᵗ) & 2 pots d'eau salée de la source; y étant resté un demi-pouce de vieille eau, on y en a mis 2 pouces 7 lignes, pour faire les trois pouces & une ligne qui y sont actuellement au 12 pour cent en qualité.

(21) Ledit jour, on a sorti le sel du bassin d'exhalaison de la 3ᵉ évaporation, consistant en.. 249ᵗᵗ
A la fin de cette 3.ᵉ évaporation, il est resté un quart de pouce d'eau. Le 22, on a remis environ 67 seillées (2010ᵗᵗ) d'eau salée de la source, au 12 pour cent; y étant resté un quart de pouce de vieille eau, on y a laissé entrer encore trois pouces & un quart, pour faire les trois pouces & demi qui y sont actuellement.

AOUST 1759.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	2	"	26. "		
2	1	"	"		
3	"	"	18	les montagnes couvertes, & pluie.	
4	3	66	20	beau temps.	
5	2	68	21		
6	1	"	20	le soleil presque couvert; il plut le soir.	
7	1	"	"	*absent.*	
8	"	"	"		
9	2	68 ½	18	beau temps.	
10	1	70	"		
11	2	71	18		
12	2	"	"		
13	1	73 ½	"	temps couvert, mais chaud.	
(14)	"	"	"		
15	"	70	"	pluie.	
16	2	"	"		
17	3	"	"	beau temps.	
18	1	71	26	il plut tout le jour.	
19	"	68	16	temps couvert.	
20	1	"	13	pluie le soir.	
21	"	"	"	*absent.*	
22	1	67	18		
23	1	"	14	couvert; pluie le soir.	
24	2	"	16	couvert sans pluie.	
25	1	"	"	*absent.*	
26	1	"	"		
27	"	65	14	beau temps.	
28	"	64	13	beau temps.	
29	2	"	17	de même.	
30	1	"	19	de même; mais pluie le soir.	
31	"	"	18	temps couvert.	

(14) Ledit jour, on a sorti le sel, consistant en.......................... 256#

Il est resté, à la fin de cette quatrième évaporation, un demi-pouce d'eau.

Le même jour, on a remis dans le bassin environ 56 seillées (1701#) & 7 pots d'eau salée de la source, au 12 pour cent; y étant resté un demi-pouce de vieille eau, on y en a mis encore deux pouces & demi, pour faire les trois pouces qui y sont actuellement.

SEPTEMBRE 1759.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	1	63	26. 18 ½	beau temps.	
2	1	62	//	beau temps.	
3	//	//	//	de même; mais le ciel s'est couvert.	
4	//	//	18	couvert; pluie le soir.	
5	1	64	19	beau temps.	
6	//	//	//	*absent.*	
7	1	//	21	il plut une partie du jour.	
8	2	65	22	beau temps.	
9	2	//	//		
10	1	66	20		
11	1	69	//		
(12)	//	//	//		
13	1	70	21 ½		
14	2	69	21 ½	beau temps.	
15	//	//	20 ½		
16	1	67	16 ½	pluie.	
17	//	67	//	beau temps.	
18	1	//	//	de même.	
19	//	//	//		
20	1	//	//		
21	1	//	//		
22	//	64	19	couvert.	
23	//	62	19		
24	//	61	10	il plut tout le jour.	
25	1	59	11	de même.	
26	1	//	14	temps couvert.	
27	1	//	16	beau temps.	
28	//	60	17		
29	1	59	//		
30	1	60	16		

(12) Ledit jour, on a sorti le sel de la cinquième évaporation, consistant en........ 185#

Il reste à la fin de cette cinquième évaporation 8 lignes d'eau.

Le même jour, on a remis environ 54 seillées (1620#) d'eau salée de la source, dans le bassin d'exhalaison; y étant resté huit lignes de vieille eau, on y en a mis encore deux pouces quatre lignes, pour faire les trois pouces qui y sont présentement au 11 ½ pour cent.

OCTOBRE

OCTOBRE 1759.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre		ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*		
1	1	59	26.	16	beau temps.	
2	1	//		//		
3	//	//		//	pluie le soir.	
4	//	58		16 ½	pluie.	
5	//	57		18 ½	beau temps.	
6	1	//		//		
7	½	//		//		
8	//	56		22		
9	½	57		22 ½		
10	½	56		//		
11	½	//		23		
12	1	//		20		
13	½	//		//		
14	//	57		13	temps couvert; pluie le soir.	
15	½	58		12	pluie.	
16	½	//		//	beau temps.	
17	½	//		//		
18	½	//		12		
19	½	56		//		
20	//	//		15	temps couvert.	
21	½	55		19	beau temps.	
22	½	//		19	couvert.	
23	½	//		10	beau temps.	
24	½	//		//		
25	//	//		16	couvert; il plut le soir.	
26	//	//		15	couvert, & il plut la nuit.	
27	//	54 ½		15	de même.	
28	//	//		10	couvert & pluie; beaucoup de vent.	
29	//	55		15	couvert.	
30	//	//		18	il plut le matin.	
(31)	//	//		19	beau temps.	

(31) Ledit jour, on a sorti le sel, consistant en................................ 1 ₤

Il est resté à la fin de cette sixième évaporation, dix lignes d'eau.

On remit ensuite environ 47 seillées & 2 pots d'eau salée de la source, au 12 pour cent; y étant resté 10 lignes de vieille eau, on y en a remis encore 2 pouces 3 lignes, pour faire les 3 pouces 1 ligne qui y sont actuellement.

Depuis le 1.er Novembre jusqu'à la fin de Janvier 1760, on a découvert le bassin d'exhalaison; pendant trente-neuf jours, il ne s'est évaporé que huit lignes.

Le 1.er Février, on l'a découvert; pendant douze jours; il ne s'est évaporé que trois lignes.

MARS 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	½	39	26. 16	froid & beau; il a gelé.	
2	½	38 ½	//		
3	½	39	15		
4	½	//	10 3/7	couvert.	
5	1	41	15		
6	1	40	18	beau temps.	
7	1	40 ½	20		
8	½	38	22 ½		
9	½	40	21 ½		
10	½	//	19		
11	1	41	//		
12	1	//	//		
13	½	43 ½	17	la pluie commence.	
14	//	47	19	un peu de pluie sans vent.	
15	1	49	18 3/7	de même; les torrens s'enflèrent.	
16	½	//	16	couvert.	
17	½	43 ½	10		
18	//	//	//	il plut.	
19	1	45	17	beau temps; il gela cette nuit.	
20	½	44	18	de même.	
21	//	43	12	couvert.	
22	//	42	10	pluie mêlée d'un peu de neige.	
23	//	42	13	pluie mêlée de soleil.	
24	//	//	13 & 15	beau temps.	
25	//	//	16	beau temps; mais il plut le soir.	
26	//	41	15	couvert, & de la neige le soir.	
27	½	42	13	beau temps, & couvert le soir.	
28	½	//	//	il a gelé la nuit. ciel couvert.	
29	1	41 ½	16	froid & beau; il gela.	
30	1	43	19	de même.	
31	1	44	18	beau temps, mais sans gelée.	

AVRIL 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	1 ½	45	26. 13	beau temps; le soir couvert.	
2	1	49	14	beau temps.	
3	1 ½	//	//		
(4)	//	//	//		
5	3	//	//		
6	2	//	//		
7	2	//	//		
8	2	//	//		
9	2	//	//		
10	2	//	//		
11	2	//	//		
12	2	//	//		
13	1	//	//		
14	2	//	//	*absent.*	
15	2	//	//		
16	2	//	//		
17	1	//	//		
18	//	//	//		
19	1	//	//		
20	1	//	//		
21	1	//	//		
(22)	2	//	//		
23	1	//	//		
24	2	//	//		
25	1	63	6	beau temps.	
26	2	67	5		
27	1	63	7		
28	//	60	11		
29	//	//	10	il plut le soir.	
30	1	//	//	beau temps.	

(4) Ledit jour, on a sorti le sel du bassin d'exhalaison de la 1.re évaporation, consistant en..	250#
A la fin de cette première évaporation, il est resté 6 lignes d'eau qu'on a transporté dans la pierre, dont le produit consistoit en..................................	58
TOTAL DU SEL de cette première évaporation..........	308
On remit le même jour environ 550 pots d'eau, graduée au 12 pour cent, dans le bassin d'exhalaison, pour les 3 pouces d'eau qu'il y a actuellement.	
(22) On a sorti le sel du bassin d'exhalaison de la 2.e évaporation de 1760, consistant en..	167
A la fin de cette seconde évaporation, il est resté un demi-pouce d'eau dans le bassin, qu'on a transporté dans la pierre.	

MAI 1760.

Jours du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	1	//	26. //	*absent ;* il a fait beau temps.	167#
2	1	60	12	beau temps & un peu couvert.	
3	1	61 ½	11	beau temps.	
4	1	61	//		
5	2	63	10		
6	1	65	7	couvert.	
7	1	65 ½	10	beau temps.	
8	//	//	12		
9	2	//	//		
10	//	//	//	*absent :* il a plu beaucoup.	
11	//	//	//	de même.	
12	//	61	15	couvert.	
13	1	//	//	beau temps.	
14	2	60	14	temps un peu couvert.	
15	1	60	18		
(16)	//	//	16		

(16) Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en........................ 43#

TOTAL du Produit de cette seconde évaporation.................. 210#

AVRIL.

Le 22 dudit mois, l'on a remis environ 760 pots (2280#) de Berne, d'eau graduée au 11 ½ pour cent, dans le bassin d'exhalaison, pour faire les 4 pouces qui y sont actuellement.

23	2	//	26. //	*absent.*	
24	3	//	//		
25	2	63	6	beau temps.	
26	3	64	5		
27	1	63	6		
28	//	60	11		
29	//	//	10	il plut le soir	
30	2	//	//	beau temps.	

MAI 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre		ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*		
1	1	"	"	"	*absent ;* mais il a fait beau temps.	
2	2	60	26.	12	beau temps, un peu couvert.	
3	3	61 ½		11	beau temps.	
4	2	61		"		
5	2	63		10		
6	2	65		7	couvert.	
7	2	65 ½		10	beau temps.	
8	"	"		12		
9	2	"		12		
10	"	"		"	il a beaucoup plu.	
11	"	"		"	de même.	
12	"	61		15	couvert.	
13	1	"		"	beau temps.	
14	2	60		14	un peu couvert.	
15	2	60		18		
16	2	"		16		
17	2	63		15		
18	1	"		13	il plut le soir & pendant la nuit.	
19	"	61		12	beau temps.	
20	2	59		14	le soir beau temps.	
(21)	"	"		13	temps couvert & obscur.	
22	"	58		12	de même ; avec de la pluie.	
23	"	56		14	temps couvert.	
24	1	"		12	gelée le matin, & beau temps le soir.	
25	2	56		9	couvert & froid.	
26	1	"		5	beau temps.	
27	"	59		7		
28	2	"		9	beau temps, & ensuite couvert.	
29	2	"		14	beau temps.	
30	1	64		15	de même.	
31	1	"		"	pluie, tonnerre & grêle sur les montag.	

(21) Ledit jour, on en a sorti le sel de la troisième évaporation, consistant en....... 251 ⁿ

A la fin de cette troisième évaporation, il est resté 5 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.

JUIN 1760.

JOURS du Mois.	Évapo-ration.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	1	68	〃	beau temps sans vent.	251#
2	2	69	26. 14½		
3	2	70	〃		
4	1	71	〃		
5	〃	70	13	il plut le soir.	
Le 6 dudit mois, on a sorti le sel, consistant en..........					25#
TOTAL du Produit de la troisième évaporation........					276#

MAI.

Le 21 dudit mois, on a remis au bassin d'exhalaison environ 760 pots (2280#) de Berne, d'eau de la source, au 11½ pour cent, pour faire les quatre pouces qui y sont actuellement.

21	〃	59	26. 13	temps couvert & obscur.	
22	〃	58	12	de même, avec de la pluie.	
23	3	56	14	couvert.	
24	3	〃	12	gelée le matin, & beau temps le soir.	
25	2	〃	19	couvert.	
26	2	〃	5	beau temps.	
27	〃	59	7		
28	2	〃	9	beau temps, ensuite couvert.	
29	3	〃	14	beau temps.	
30	2	64	15		
31	2	〃	〃	*absent*, pluie, tonnerre, & grêle sur les montagnes.	

JUIN 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	3	68	26. 15	beau temps ſans vent.	
2	3	69	14 ½		
3	3	70	//		
4	2	71	//		
5	//	70	13	il plut le ſoir.	
6	//	68	//	il a plu la nuit, temps couvert.	
7	2	//	//	temps inconſtant; il plut le ſoir.	
8	1	//	14	beau temps, mêlé de pluie.	
9	2	//	//	beau temps.	
10	2	70	15		
11	2	69	14	beau temps après une petite pluie.	
12	2	69	13	beau temps.	
13	//	70	11	pluie.	
14	1	68	//	de même.	
15	//	//	10		
16	2	//	//	il plut, mais moins fort.	
(17)	//	66	12	il plut beaucoup le ſoir.	
18	2	65	13 ½	après-midi le temps ſe remit au beau.	
19	//	//	12	il plut le ſoir.	
20	1	64	13	temps couvert, mêlé au beau temps.	
21	1	65	13	beau temps.	
22	1	66	//	couvert; orage, tonnerre & grêle le ſoir.	
23	1	//	10	couvert; il plut le ſoir.	
24	1	65	7	temps couvert.	
25	1	//	//	pluie.	
26	1	//	//	le temps ſe remit au beau.	
27	//	66	//	beau temps; mais il plut le ſoir.	
28	//	//	//	il plut tout le jour.	
29	2	63 ½	17	couvert.	
30	1	//	//	*abſent.*	

(17) Ledit jour, on a ſorti le ſel du baſſin d'exhalaiſon de la quatrième évaporation, conſiſtant en 260ᵗ

A la fin de cette exhalaiſon, il eſt reſté un quart de pouce d'eau dans le baſſin, qu'on a tranſportée dans la pierre.

JUILLET 1760.

Jours du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre		ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*		
1	2	〃	26.	18	beau temps.	260℔
2	1	〃		15	*abſent;* il plut le ſoir.	
3	〃	70		〃	il plut beaucoup le ſoir.	
4	1	〃		17	beau temps.	
5	1	75		16	beau temps; il fit fort chaud.	
6	1	71		17	ciel couvert, & orage le ſoir.	
7	1	〃		18	beau temps.	
8	〃	72		17		
Ledit jour, on a en ſorti le ſel, conſiſtant en..............................						24.
TOTAL du produit de la quatrième évaporation..............................						284℔

JUIN.

Le 18 dudit mois, on a remis environ 770 pots de Berne (2210℔) d'eau de la ſource, dans le baſſin d'exhalaiſon, au 12 ½ pour cent, pour faire les quatre pouces qui y ſont actuellement.

19	〃	65	26.	12	il plut le ſoir.
20	2	64		〃	couvert, & beau temps.
21	3	65		13½	beau temps.
22	2	66		〃	couvert, pluie le ſoir, orage & grêle.
23	1	〃		10	couvert, & pluie le ſoir.
24	2	65		7	couvert.
25	2	〃		〃	pluie.
26	2	〃		〃	le temps ſe remit au beau.
27	〃	66		〃	beau temps, & pluie le ſoir.
28	〃	〃		〃	il plut tout le jour.
29	3	63½		17	couvert.
30	2	〃		〃	*abſent.*

JUILLET 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	3	"	26. 18	beau temps.	
2	2	"	16	*absent*, il a plu le soir.	
3	"	70	"	il plut beaucoup le soir.	
4	2	75	17	beau temps & chaud.	
5	2	"	16	couvert, & orage le soir.	
6	1	71	17	beau temps.	
7	2	"	17		
8	1	72	17		
9	1	70	18		
10	2	68	16	couvert, & pluie le soir.	
11	"	"	14	pluie.	
12	"	65	"	pluie jusqu'à midi, & couvert ensuite.	
13	2	63 ½	17	beau temps.	
14	1	65	16		
15	1	66	"		
(16)	1	68	17		
17	2	"	"	*absent*, il a fait chaud & beau temps.	
18	2	"	"	de même.	
19	1	"	"	beau temps.	
20	2	"	16		
21	2	75	15	beau temps.	
22	1	73 ½	14	pluie le soir.	
23	1	71	15	beau temps.	
24	1	"	"	*absent*.	
25	2	"	"	*absent*.	
26	"	66	13	couvert, & pluie le soir.	
27	1	64	12	de même, & neige sur les montagnes.	
28	2	"	17	beau temps.	
29	2	"	19		
30	1	"	15		
(31)	"	69	10	il a plu la nuit, le ciel couvert.	

(16) Ledit jour, on a sorti le sel de la cinquième évaporation, consistant en.....	267 £
A la fin de cette exhalaison il est resté 5 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.	
(31) Ledit jour, on a sorti le sel, consistant en........................	34 £
TOTAL du produit de la cinquième évaporation..................	301 £

JUILLET 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre.	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
(16)	1	//	26. //		
17	2	//	//	*absent.*	
18	3	//	//		
19	2	68	17	beau temps.	
20	2	75	16		
21	3	//	15		
22	3	73 ½	14	il plut le soir.	
23	3	71	15	beau temps.	
24	2	//	//		
25	2	//	//		
26	//	66	13	il plut le soir.	
27	1	64	12	de même, & neige sur les montagnes.	
28	2	//	17	beau temps.	
29	3	65	19		
30	2	//	15		
31	1	69	10	il a plu la nuit, le ciel couvert.	

(16) Ledit jour, on a remis au bassin d'exhalaison environ 800 pots de Berne, d'eau de la source salée du Fondement, au 12 pour cent, pour faire les 4 pouces & 1 ligne qui y sont actuellement.

AOUST 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre		ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*		
1	2	71	26.	7	il plut vers la nuit.	
2	"	69		10	de même.	
3	"	67		15	pluie le matin, & le temps se remit.	
4	2	69		"	beau temps.	
5	1	"		10	forte pluie.	
6	2	68		14	beau temps.	
7	2	69		18		
8	1	71		15	pluie & tonnerre.	
9	"	"		"	*absent.*	
10	1	"		"		
(11)	"	70		20	couvert; il plut le soir.	
12	"	67		20	nuages aux montagnes, & disparoissent.	
13	2	70		16	beau temps, & couvert le soir.	
14	1	68		11	couvert.	
15	1	66		13	le temps se remet.	
16	1	"		"	pluie, & ensuite beau temps.	
17	1	"		12	beau temps.	
18	1	"		11		
19	2	65		14		
20	"	"		"	le temps menace de la pluie.	
21	1	67		16	beau temps.	
22	1	68		15		
23	1	"		"	*absent.*	
24	1	69		"		
25	"	74		10	grande chaleur, & orage le soir.	
26	1	66		5	le temps se remit au beau.	
27	"	"		"	pluie universelle.	
28	"	"		"	le temps un peu meilleur.	
29	"	69		6	couvert sans pluie.	
30	"	"		"	pluie.	
31	1	62		7	beau temps.	

(11) Ledit jour, on a sorti le sel du bassin d'exhalaison de la sixième évaporation, consistant en . . . . 284^{l}

A la fin de cette évaporation, il est resté 5 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.

SEPTEMBRE 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre		ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*		
1	1	"	26.	"	*absent* ; il a fait beau temps.	284#
2	2	"		"	de même.	
3	"	61		19	beau temps.	
4	1	"		17		
5	2	"		"		
6	1	60		"		
7	1	"		"	couvert.	
8	1	"		"	il plut le soir	
9	"	"		"	beau temps.	
Ledit jour 9, on en a sorti le sel, consistant en...........................						25#
TOTAL du Produit de la sixième évaporation......................						309#

AOUST.

Le 12 dudit mois, on a remis dans le bassin d'exhalaison, 800 pots de Berne, (2400#) d'eau de la source salée du Fondement, au 11 ½ pour cent, pour faire les 4 pouces & 1 ligne qui y sont actuellement.

13	2	"	"	*absent.*
14	3	"	"	
15	2	"	"	
16	3	"	"	
17	1	"	"	
18	1	"	"	
19	3	"	"	
20	"	"	"	
21	2	"	"	
22	3	"	"	
23	2	"	"	
24	1	"	"	
25	"	"	"	
26	2	"	"	
27	"	"	"	
28	"	"	"	
29	"	"	"	
30	"	"	"	
31	1	"	"	

SEPTEMBRE 1760.

JOURS du Mois.	Évaporation.	Thermomètre de *Fahrenheit*, à 10h du matin.	Baromètre d'Angleterre	ÉTAT DU CIEL.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	*Degrés.*	*pouc. lign.*		
1	2	"	26. "	absent.	
2	1	"	"		
3	"	"	"		
4	2	"	"		
5	1	"	"		
6	1	"	"		
7	1	"	"		
8	1	"	"		
9	1	"	"		
10	1	"	"		
11	1	"	"		
12	1	"	"		
13	"	"	"		
14	"	"	"		
15	"	"	"		
16	2	"	"		
17	1	"	"		
18	1	"	"	pluie.	
19	"	"	"	absent.	
20	"	"	"		
21	"	"	"		
(22)	"	"	"		
23	"	61 ½	7	il plut le soir.	
24	1	62	7	beau temps avec nuages.	
25	"	"	"	forte pluie & orage.	
26	1	"	"	beau; la chaleur fut à 91d au Soleil.	
27	"	61	13	temps couvert & obscur.	
28	1	"	11		
29	"	"	"		
30	1	"	16		

(22) Ledit jour, on en a sorti le sel de la septième évaporation, consistant en....... 255lt

A la fin de cette septième évaporation, il est resté 6 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.

OCTOBRE 1760.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	255 ₶
1	1	
2	1	
3	1	
4	1	

Depuis le 4 Octobre 1760, jusqu'au 7 Février 1761, il ne s'est évaporé que 6 lignes.

Le 10 Mars, on en a sorti le sel, consistant en............ 29 ₶

TOTAL du produit de la septième évaporation...... 284 ₶

SEPTEMBRE.

Le 23, on a remis environ 597 pots d'eau de la source salée du bassin d'exhalaison, au 12 pour cent, pour faire les 3 pouces & 1 ligne qui y sont actuellement.

24	1
25	//
26	2
27	//
28	1
29	//
30	2

OCTOBRE.

1	1
2	1
3	1
4	1
5	2

Suite d'OCTOBRE.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
6	//	
7	1	
8	//	
9	2	
10	//	
11	//	
12	//	

Depuis le 13 dudit, jusqu'au 7 Février 1761, il ne s'est évaporé que 10 lignes.

FÉVRIER 1761.

8	1
9	//
10	//
11	//
12	//
13	//
14	1
15	//
16	//
17	//
18	1
19	//
20	//
21	//
22	1
23	//
24	//
25	//
26	//
27	//
28	1

MARS 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	"	
2	"	
3	"	
4	1	
5	"	
6	"	
7	"	
8	1	
Le 9, on en a sorti le sel, consistant en...............		119.
Il est resté 5 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.		
10	"	
11	"	
12	"	
13	1	
14	"	
15	"	
16	1	
17	"	
18	"	
19	"	
20	1	
21	"	
22	1	
23	"	
24	"	
25	"	
26	1	
27	"	
28	"	
29	1	
30	"	
31	1	

AVRIL 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	1	
2	"	
3	1	
4	1	
5	"	
Le 6, on en a sorti le sel, consistant en...............		11.
Du bassin, comme ci-devant...		119.
		130.

MARS.

Le 10, on a remis environ 600 pots de Berne d'eau salée de la source du Fondement, au bassin d'exhalaison, au 12 ½ pour cent en qualité, pour faire les trois pouces qui y sont actuellement.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
11	"	
12	"	
13	1	
14	"	
15	"	
16	1	
17	"	
18	"	
19	"	
20	"	
21	"	
22	1	
23	"	
24	1	
25	"	
26	1	
27	"	
28	2	
29	1	
30	2	
31	1	

AVRIL 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	1	
2	//	
3	2	
4	1	
5	2	
6	2	
7	//	
8	1	
9	2	
10	//	
11	2	
12	1	
13	1	
14	//	
15	2	
15	//	
17	2	
Le 18, on en a sorti le sel de la seconde évaporation, consistant en…………………		237^{#}
Il est resté un demi-pouce d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.		
19	1	
20	1	
21	//	
22	2	
23	//	
24	//	
25	//	
26	2	
27	1	
28	//	
29	2	
30	1	

MAI 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	237^{#}
1	//	
2	//	
3	2	
4	1	
5	1	
6	1	
Le 7, on en a sorti le sel, consistant en……………		22.
TOTAL du produit de la seconde évaporation……..		259^{#}

AVRIL.

Le 18 dudit mois, on a remis 850 pots d'eau de la source salée du Fondement, au bassin d'exhalaison, au 10 $\frac{1}{2}$ pour cent en qualité, pour faire les 4 pouces 1 ligne qui y sont actuellement.

Jours du Mois.	Évaporation.
19	2
20	1
21	//
22	2
23	3
24	3
25	3
26	2
27	1
28	//
29	2
30	1

MAI 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	2	
3	2	
4	1	
5	2	
6	2	
7	2	
8	1	
9	1	
10	1	
11	″	
12	1	
13	1	
14	1	
15	2	
16	2	
17	1	
18	1	
19	2	
20	″	
21	2	
22	1	
Le 23, on en a sorti le sel de la troisième évaporation, consistant en........................		250 ₶
Il est resté un demi-pouce d'eau, qu'on a transportée dans la pierre.		
24	1	
25	2	
26	1	
27	1	
28	″	
29	2	
30	″	
31	″	

JUIN 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	250 ₶
1	″	
2	″	
3	″	
4	2	
5	″	
6	2	
7	″	
8	″	
9	2	
10	1	
11	1	
12	″	
13	″	
14	″	
15	″	
16	″	
17	″	
18	1	
19	″	
20	1	
21	1	
22	1	
23	″	
Le 24, on en a sorti le sel, consistant en...............		28.
TOTAL du produit de la troisième évaporation......		278 ₶

MAI 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
23	〃	

Ledit jour, on a mis au bassin d'exhalaison environ 814 pots de Berne, d'eau de la source salée du Fondement, pour faire les 4 pouces qui y sont actuellement au 11 $\frac{1}{2}$ pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
24	2	
25	3	
26	2	
27	2	
28	〃	
29	2	
30	1	
31	〃	

JUIN 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	〃	
2	〃	
3	〃	
4	2	
5	3	
6	〃	
7	〃	
8	2	
9	3	
10	2	
11	2	
12	1	
13	〃	
14	〃	
15	〃	
16	1	
17	〃	
18	1	
19	〃	
20	2	
21	2	
22	2	
23	1	
24	2	
25	2	
26	1	

Le 27, on en a sorti le sel de la quatrième évaporation, consistant en......................	209 ₤

Il est resté 7 lignes d'eau, qu'on a transportée dans la pierre.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
28	〃	
29	〃	
30	〃	

JUILLET 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	209 ₤
1	1	
2	2	
3	1	
4	//	
5	1	
6	2	
7	1	
8	2	
9	1	
10	1	
11	1	
12	1	
13	//	
14	1	
Le 15, on en a sorti le sel, consistant en..............,		24.
TOTAL du produit de la quatrième évaporation.....		233 ₤

JUIN.

Le 27, on a remis environ 792 pots de Berne, d'eau de la source salée du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les quatre pouces qui y sont actuellement au 12 pour cent.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
28	//	
29	1	
30	//	

JUILLET 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	3	
3	1	
4	//	
5	2	
6	3	
7	1	
8	2	
9	3	
10	2	
11	3	
12	2	
13	//	
14	1	
15	2	
16	2	
17	2	
18	3	
19	1	
20	2	
21	2	
22	2	
23	//	
Le 24, on en a sorti le sel de la cinquième évaporation, consistant en......................		251 ₤
Il est resté un demi-pouce d'eau, qu'on a transportée dans la pierre.		
25	2	
26	1	
27	1	
28	1	
29	1	
30	1	
31	2	

AOUST 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	251 ₤
1	1	
2	2	
3	1	
4	1	
5	″	
6	″	
7	1	
8	1	
9	1	
10	1	
11	″	
12	1	
Le 13, on en a forti le fel, confiftant en...............		25 ₤
TOTAL du produit de la cinquième évaporation......		276 ₤

JUILLET.

Le 24, on a remis environ 860 pots de berne, d'eau de la fource falée du Fondement, dans le baffin d'exhalaifon du Bévieux, pour faire les 4 pouces & 1 ligne qui y font actuellement au 11 ½ pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
25	3	
26	2	
27	2	
28	3	
29	2	
30	3	
31	2	

AOUST 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	2	
3	3	
4	2	
5	2	
6	″	
7	″	
8	1	
9	2	
10	1	
11	″	
12	2	
13	1	
14	2	
15	″	
16	1	
17	″	
18	″	
19	1	
20	2	
21	1	
22	1	
Ledit jour, on en forti le fel de la fixième évaporation, confiftant en......................		243 ₤
Il eft refté un demi-pouce d'eau dans le baffin, qu'on a tranfportée dans la pierre.		
23	1	
24	2	
25	2	
26	1	
27	2	
28	1	
29	2	
30	1	
31	″	

SEPTEMBRE 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	243[£]
1	1	
2	//	
3	1	
4	//	
5	2	
6	//	
7	1	
8	1	

Le 9, on en a sorti le sel, consistant en............... 19[£]

Total du produit de la sixième évaporation....... 262[£]

Aoust.

Le 22 dudit mois, on a remis au bassin d'exhalaison environ 800 pots d'eau de la source salée du Fondement, pour faire les 4 pouces qui y sont actuellement au 12 pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
23	2	
24	2	
25	3	
26	2	
27	3	
28	1	
29	2	
30	1	
31	//	

SEPTEMBRE 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	1	
3	2	
4	1	
5	2	
6	1	
7	2	
8	2	
9	1	
10	2	
11	1	
12	//	
13	2	
14	1	
15	//	
16	1	
17	//	
18	//	
19	//	
20	//	
21	//	
22	//	
23	//	
24	//	
25	1	
26	1	
27	2	
28	//	
29	1	
30	//	

OCTOBRE 1761.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	"	

Le 2, on en a forti le sel, consistant en . . . . 262 ₤

Il est resté 5 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.

Depuis le 3 dudit mois, jusqu'au 9 Novembre qu'on a commencé à ne plus découvrir la pierre, il s'est évaporé 5 lignes.

Depuis le 9 Novembre 1761, jusqu'au 24 Mars 1762, ladite pierre est restée fermée.

MARS 1762.

24	"
25	"
26	"
27	"
28	1
29	1
30	"
31	"

AVRIL 1762.

1	1
2	"
3	1
4	"
5	1
6	1
7	"

Suite d'AVRIL 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	262 ₤
8	1	
9	1	
10	"	
11	2	
12	1	
13	1	

Le 14, on en a forti le sel, consistant en . . . . 20 ₤

TOTAL du produit de la septième évaporation . . . . 282 ₤

OCTOBRE 1761.

Le 3 dudit mois, on a remis au bassin d'exhalaison, environ 540 pots d'eau de la source salée du Fondement, pour faire les 3 pouces qui y sont actuellement au 12 ½ pour cent en qualité.

Depuis le 3 dudit mois, jusqu'au 9 Novembre, on a découvert le bassin d'exhalaison 38 jours, pendant lequel temps il s'est évaporé 6 lignes.

Depuis le 9 Novembre 1761, jusqu'au 24 Mars 1762, le bassin est resté fermé.

MARS 1762.

24	1
25	"
26	2
27	"
28	2
29	1
30	2
31	"

AVRIL 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	1	
2	//	
3	1	
4	//	
5	2	
6	2	
7	//	
8	2	
9	1	
10	2	
11	2	
12	1	
13	2	
14	1	
15	1	
Le 16, on en a sorti le sel, consistant en...............		143[ℓ]
Il est resté 4 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.		
16	1	
17	2	
18	1	
19	2	
20	1	
21	2	
22	1	
23	2	
24	1	
25	2	
26	1	
27	1	
Le 28, on en a sorti le sel, consistant en...............		11[ℓ]
TOTAL du produit de la première évaporation de 1762..		154[ℓ]

AVRIL 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
16	1	
Ledit jour, on a remis environ 900 pots d'eau de la source salée du Fondement, au bassin d'exhalaison, pour faire les quatre pouces & quatre lignes qui y sont actuellement au 11 pour cent en qualité.		
17	2	
18	1	
19	2	
20	2	
21	3	
22	2	
23	3	
24	2	
25	2	
26	2	
27	3	
28	2	
29	1	
30	2	

MAI 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	1	
2	//	
3	1	
4	2	
5	2	
6	2	
7	//	
8	//	
9	2	
10	2	
11	2	
12	1	
Le 13, on en a sorti le sel, consistant en..............		223 ₤
Il est resté 6 lignes d'eau, qu'on a transportée dans la pierre.		
14	1	
15	1	
16	1	
17	1	
18	1	
19	2	
20	1	
21	1	
22	1	
23	1	
24	2	
25	1	
26	1	
27	2	
28	1	
29	1	
Le 30, on en a sorti le sel, consistant en..............		26 ₤
TOTAL du produit de la seconde évaporation........		249 ₤

MAI 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
13	1	
Ledit jour, on a remis environ 820 pots d'eau de la source salée du Fondement, au bassin d'exhalaison, pour faire les 4 pouces & 2 lignes qu'il y a actuellement au 6 ½ pour cent en qualité.		
14	2	
15	2	
16	3	
17	2	
18	2	
19	2	
20	3	
21	2	
22	2	
23	2	
24	3	
25	2	
26	3	
27	2	
28	2	
29	3	
30	2	
31	2	

JUIN

JUIN 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	1	
3	1	
Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en..............		146₶
Il est resté 5 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.		
4	1	
5	1	
6	1	
7	1	
8	//	
9	2	
10	1	
11	2	
12	//	
13	2	
14	1	
15	//	
16	1	
17	1	
18	//	
19	//	
20	//	
21	//	
22	//	
23	1	
24	1	
25	1	
Le 26, on en a sorti le sel, consistant en..............		18.
TOTAL du produit de la troisième évaporation........		164₶

JUIN 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
3	2	
Ledit jour, on a remis environ 900 pots d'eau de la source salée du Fondement, au bassin d'exhalaison, pour faire les 4 pouces & 4 lignes qui y sont actuellement au 8 pour cent en qualité.		
4	3	
5	2	
6	3	
7	2	
8	//	
9	3	
10	2	
11	2	
12	//	
13	2	
14	3	
15	1	
16	2	
17	3	
18	//	
19	//	
20	//	
21	//	
22	//	
23	2	
24	1	
25	1	
26	//	
27	//	
28	1	
29	2	
30	//	

JUILLET 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	//	
3	2	
4	2	
5	//	
6	2	
7, 8, 9, 10, 11	Il est resté fermé, à cause de la réparation de l'aqueduc.	
Le 12, on en a sorti le sel, consistant en...............		176 [illegible]
Il est resté 5 lignes d'eau, qu'on a transportée dans la pierre.		
13	2	
14	2	
15	1	
16	//	
17	1	
18	1	
19	2	
20	1	
21	2	
22	1	
23	1	
24	1	
25	//	
Le 26, on en a sorti le sel, consistant en...............		14.
TOTAL du produit de la quatrième évaporation....		190 [illegible]

JUILLET 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
12	//	
Ledit jour, on a remis environ 900 pots d'eau de la source salée du Fondement, au bassin d'exhalaison, pour faire les quatre pouces & trois lignes qui y sont actuellement au 11 ½ pour cent en qualité.		
13	3	
14	3	
15	2	
16	//	
17	2	
18	2	
19	3	
20	2	
21	3	
22	3	
23	3	
24	2	
25	3	
26	3	
27	1	
28	2	
29	1	
30	2	
31	2	

AOUST 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	1	
2	1	
3	//	
Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en		228 ₶
Il est resté 7 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.		
4	1	
5	2	
6	//	
7	1	
8	1	
9	1	
10	1	
11	1	
12	//	
13	1	
14	//	
15	//	
16	//	
17	//	
18	//	
19	//	
20	//	
21	1	
22	1	
23	//	
24	//	
25	1	
26	//	
27	//	
28	//	
29	//	
30	//	
31	//	

SEPTEMBRE 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	228 ₶
1	//	
2	1	
3	1	
4	//	
5	1	
6	//	
7	//	
8	//	
9	1	
10	//	
11	//	
12	1	
13	//	
Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en		31 ₶
TOTAL du produit de la cinquième évaporation, ...		259 ₶

AOUST 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
3	1	

Ledit jour, on a remis environ 900 pots d'eau de la source salée du Fondement, au baſſin d'exhalaiſon, pour faire les 4 pouces $\frac{1}{4}$ qui y ſont actuellement au 10 $\frac{1}{2}$ pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
4	2	
5	3	
6	//	
7	2	
8	2	
9	1	
10	2	
11	1	
12	//	
13	//	
14	2	
15	//	
16	//	
17	//	
18	2	
19	//	
20	2	
21	//	
22	2	
23	2	
24	2	
25	1	
26	1	
27	//	
28	//	
29	//	
30	//	
31	//	

SEPTEMBRE 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	//	
2	1	
3	2	
4	1	
5	2	
6	2	
7	//	
8	2	
9	//	
10	2	
11	1	
12	1	
13	2	
14	1	
15	//	

Ledit jour, on en a ſorti le ſel, conſiſtant en...............		208 ℔

Il eſt reſté 6 lignes d'eau dans le baſſin, qu'on a tranſportée dans la pierre.

Depuis le 15 dudit, juſqu'au 13 Novembre qu'on a découvert la pierre, il ne s'eſt évaporé que 11 lignes.

MARS 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	208 ₶
3	//	
4	//	
5	//	
6	1	
7	//	
8	//	
9	//	
10	1	
11	//	
12	2	
13	//	
14	//	
15	//	
16	//	
17	1	
18	1	
19	//	
20	//	
21	1	
22	1	
23	//	
Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en...............		20 ₶
TOTAL du produit de la sixième évaporation.......		228 ₶

SEPTEMBRE 1762.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
15	//	

Ledit jour, on a remis environ 550 pots de Berne, d'eau de la source salée du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les 3 pouces qui y sont actuellement au 11 ½ pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
16	2	
17	//	
18	//	
19	//	
20	2	
21	1	
22	1	
23	//	
24	1	
25	//	
26	//	
27	1	
28	1	
29	1	
30	2	

Depuis le premier Octobre jusqu'au 13 Novembre, on a découvert le bassin d'exhalaison huit jours, pendant lesquels il ne s'est évaporé que 8 lignes.

Et depuis le 13 Novembre jusqu'au 3 Mars, on a laissé le bassin fermé.

MARS 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
3	//	
4	//	
5	1	
6	//	
7	//	
8	1	
9	//	
10	1	
11	//	
12	1	
13	//	
14	//	
15	//	
16	1	
17	//	
18	2	
19	//	
20	//	
21	1	
22	1	
Le 23, on en a sorti le sel, consistant en...............		133₤
Il n'est point resté d'eau dans le bassin, s'y etant toute évaporée.		
TOTAL du produit de la 1.ere évaporation de 1763....		133.
L'eau soufrée qu'on avoit mis dans la pierre, s'est convertie en sel, & en a produit..........		2.
Ce qui, joint au produit ci-dessus, fait...........		135₤
Le 29 dudit mois, on a remis environ 5,0 pots d'eau salée, telle qu'elle venoit du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les 3 pouces qui y sont actuellement au 5 pour % en qualité.		
30	//	
31	1	

AVRIL 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	//	
2	1	
3	//	
4	1	
5	//	
6	2	
7	1	
8	1	
9	2	
10	1	
11	2	
12	2	
13	2	
14	3	
15	1	
16	//	
17	//	
18	2	
19	//	
20	//	
21	2	
22	//	
23	//	
24	//	
25	2	
26	2	
27	1	
28	//	
29	//	
30	//	

MAI 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	//	
2	//	
3	//	
4	//	
5	//	
6	2	
7	//	
8	//	
Le 9, on en a sorti le sel, consistant en		66#
Il est resté 5 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.		
10	1	
11	1	
12	//	
13	1	
14	//	
15	//	
16	1	
17	//	
18	//	
19	//	
20	//	
21	1	
22	//	
23	1	
24	//	
25	2	
26	//	
27	1	
28	1	
29	//	
Le 30, on en a sorti le sel, consistant en.		9#
TOTAL du produit de la seconde évaporation		75#

MAI 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
9	//	
Ledit jour, on a remis environ 800 pots d'eau de la source salée du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les quatre pouces qui y sont actuellement au 14 pour cent en qualité.		
10	//	
11	2	
12	//	
13	2	
14	//	
15	//	
16	2	
17	//	
18	//	
19	//	
20	1	
21	2	
22	//	
23	2	
24	2	
25	2	
26	3	
27	2	
28	3	
29	2	
30	1	
31	2	

JUIN 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	″	
3	2	
4	2	
5	2	
6	″	
7	″	
8	″	
9	″	
10	″	
11	″	
12	1	
13	2	
14	2	
15	1	
16	″	
17	″	
18	″	
Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en...............		287₶
Il est resté 6 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.		
19	1	
20	2	
21	″	
22	1	
23	″	
24	″	
25	1	
26	″	
27	1	
28	″	
29	2	
30	1	

JUILLET 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	287₶
1	″	
2	1	
3	2	
4	2	
5	″	
6	1	
7	1	
8	1	
9	1	
10	″	
11	1	
Le 12, on en a sorti le sel, consistant en...............		21₶
TOTAL du produit de la troisième évaporation......		308₶

JUIN.

Le 19, on a remis environ 800 pots d'eau de la source salée du Fondement, au bassin d'exhalaison, pour faire les 4 pouces qui y sont actuellement au 12 pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
19	1	
20	2	
21	″	
22	3	
23	″	
24	2	
25	3	
26	″	
27	2	
28	5	
29	2	
30	3	
31		

JUILLET 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel
	Lignes.	
1	//	
2	2	
3	2	
4	3	
5	//	
6	1	
7	2	
8	3	
9	1	
10	//	
11	3	
12	2	
13	2	
14	2	
15	1	
16	//	
Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en...............		252 £
Il est resté 6 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.		
17	2	
18	1	
19	1	
20	1	
21	2	
22	1	
23	2	
24	//	
25	1	
26	1	
27	1	
28	//	
29	1	
30	1	
31	//	

AOUST 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	252 £
1	1	
2	2	
3	1	
4	1	
Le 5, on en a sorti le sel, consistant en..............		25 £
TOTAL du produit de la quatrième évaporation......		277 £

JUILLET.

Le 16, on a remis environ 800 pots d'eau de la source salée du Fondement, au bassin d'exhalaison, pour faire les 4 pouces qui y sont actuellement au 12 pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.
17	2
18	1
19	2
20	2
21	3
22	2
23	3
24	//
25	2
26	1
27	3
28	1
29	2
30	1
31	1

AOUST 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	1	
3	2	
4	1	
5	2	
6	2	
7	//	
8	2	
9	1	
10	2	
11	1	
12	1	
Ledit jour, on en a forti le sel, confiftant en...............		246[#]
Il eft refté 6 lignes d'eau dans le baffin, qu'on a tranfportée dans la pierre.		
13	2	
14	//	
15	1	
16	1	
17	1	
18	1	
19	2	
20	2	
21	1	
22	//	
23	2	
24	1	
25	1	
26	//	
27	1	
28	1	
Le 29, on en a forti le fel, confiftant en...............		29.
TOTAL du produit de la cinquième évaporation....		275[#]

AOUST 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
12	2	
Ledit jour, on a remis environ 800 pots d'eau de la fource falée du Fondement, au baffin d'exhalaifon, pour faire les quatre pouces qui y font actuellement au 10 pour cent en qualité.		
13	3	
14	//	
15	2	
16	2	
17	3	
18	1	
19	3	
20	2	
21	1	
22	//	
23	//	
24	2	
25	1	
26	1	
27	2	
28	1	
29	//	
30	2	
31	//	

SEPTEMBRE 1763.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	1	
2	2	
3	″	
4	″	
5	″	
6	1	
7	2	
8	″	
9	2	
10	1	
11	″	
12	1	
13	″	
14	″	
15	″	
16	1	
17	″	
18	1	
19	1	
20	″	
Le 20, on en a sorti le sel, consistant en..............		233 £

Il est resté 6 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a transportée dans la pierre.

Depuis le 20 dudit mois, jusqu'au 13 Novembre, on a découvert la pierre neuf jours, pendant lesquels il s'est évaporé environ 9 lignes.

Et dès-lors on l'a laissée couverte jusqu'au 11 Mars 1764.

MARS 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	233 £
12	″	
13	1	
14	″	
15	1	
16	″	
17	2	
18	″	
19	″	
20	1	
21	1	
22	″	
23	1	
Le 24, on en a sorti le sel, consistant en..............		17 £
TOTAL du produit de la sixième évaporation.......		250 £

SEPTEMBRE 1763.

Le 20 dudit mois, on a remis environ 550 pots d'eau salée du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les 3 pouces qui y sont actuellement au 11 $\frac{1}{2}$ pour cent en qualité.

Depuis le 20 Septembre, jusqu'au 13 Novembre, on a découvert le bassin d'exhalaison vingt jours, pendant lesquels il s'est évaporé environ 24 lignes.

Et dès-lors, le bassin est resté couvert jusqu'au 11 Mars 1764.

MARS 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
12	//	
13	1	
14	//	
15	2	
16	//	
17	2	
18	//	
19	//	
20	2	
21	//	
22	1	
23	1	
24	//	
Ledit jour, on en a forti le fel, confiftant en...............		71 ₤
Il eft refté 3 lignes d'eau dans le baffin, qu'on a tranfportée dans la pierre.		
25	1	
26	//	
27	//	
28	1	
29	//	
30	1	
31	//	

AVRIL 1764.

1	1	
2	//	
3	2	
4	//	
5	1	
6.	//	
7	//	
8	1	

Suite d'AVRIL 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	71 ₤
9	//	
10	1	
11	1	
12	//	
13	//	
14	//	
15	1	
16	//	
17	//	
18	//	
19	//	
20	//	
21	//	
22	2	
23	1	
24	1	
Le 25, on en a forti le fel, confiftant en..............		12.
TOTAL du produit de la première évaporation de 1764..		83 ₤

MARS.

Le 24 dudit mois, on a remis environ 800 pots d'eau falée, venant du réfervoir du Fondement, au baffin d'exhalaifon au Bévieux, pour faire les 4 pouces qui y font actuellement au 10 pour cent en qualité.

25	1
26	//
27	1
28	1
29	1
30	2
31	1

AVRIL 1764.		
Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	1	
3	1	
4	1	
5	2	
6	//	
7	1	
8	3	
9	2	
10	1	
11	//	
12	//	
13	1	
14	//	
15	1	
16	//	
17	//	
18	//	
19	//	
20	//	
21	2	
22	1	
23	2	
24	2	
25	2	
26	//	
27	//	
28	//	
29	2	
30	3	

MAI 1764.		
Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	//	
2	2	
3	2	
4	2	
5	//	
Ledit jour, on en a forti le fel, confiftant en...............		240ᵗᵗ
Il eft refté 6 lignes d'eau dans le baffin, qu'on a tranfportée dans la pierre.		
6	1	
7	2	
8	1	
9	2	
10	//	
11	1	
12	2	
13	//	
14	1	
15	//	
16	2	
17	//	
18	1	
19	//	
20	//	
21	1	
22	2	
23	//	
24	1	
Le 25, on en a forti le fel, confiftant en...............		20ᵗᵗ
TOTAL du produit de la feconde évaporation........		260ᵗᵗ

MAI 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
5	//	
Ledit jour, on a remis environ 800 pots d'eau salée, venant du réservoir du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les quatre pouces qui y sont actuellement au 11 pour cent en qualité.		
6	2	
7	3	
8	2	
9	3	
10	2	
11	2	
12	3	
13	2	
14	2	
15	2	
16	//	
17	2	
18	1	
19	//	
20	2	
21	//	
22	2	
23	3	
24	2	
25	2	
26	1	
27	2	
28	1	
29	1	
Le 30, on en a sorti le sel, consistant en...............		250 [lb]
Il est resté 6 lignes d'eau, qu'on a transportée dans la pierre.		
31	2	

JUIN 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	250 [lb]
1	1	
2	1	
3	2	
4	1	
5	1	
6	1	
7	2	
8	1	
9	1	
10	//	
11	//	
12	1	
13	1	
14	2	
15	//	
16	1	
17	1	
Le 18, on en a sorti le sel, consistant en...............		20.
TOTAL du produit de la troisième évaporation.......		270 [lb]

MAI.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
Le 30, on a remis environ 800 pots d'eau de la source salée du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les quatre pouces qui y sont actuellement au 11 pour cent en qualité.		
31	2	

JUIN 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	3	
2	2	
3	2	
4	1	
5	2	
6	3	
7	2	
8	2	
9	2	
10	//	
11	//	
12	2	
13	3	
14	3	
15	2	
16	2	
17	3	
18	2	
19	3	
20	2	
21	2	
22	//	
Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en..............		260#

Il est resté environ quatre lignes d'eau dans le bassin, qu'on a mis dans l'auge de graduation.

Le même jour, on a mis environ 60 pots d'eau de la source du Fondement, dans la pierre, pour faire les quatre pouces qui y sont actuellement au 11 ½ pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
23	3	
24	2	
25	//	
26	2	

Suite de JUIN 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
27	3	
28	2	
29	2	
30	2	

JUILLET.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
1	2	
2	2	
3	//	
4	2	
5	1	
6	1	
7	2	
8	2	
9	//	
10	1	
11	2	
12	1	
13	//	
14	1	
15	1	
16	2	
17	2	
18	1	
19	//	
20	2	
21	1	
22	1	
23	1	
24	1	
25	//	
Ledit jour, on en a sorti le sel, consistant en..............		22#

JUIN 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
22	//	

Ledit jour, on a remis environ 800 pots d'eau de la source salée du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les 4 pouces qui y sont actuellement au 11 ½ pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
23	3	
24	2	
25	//	
26	2	
27	3	
28	2	
29	1	
30	3	

JUILLET.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
1	2	
2	2	
3	//	
4	2	
5	2	
6	1	
7	2	
8	2	
9	//	
10	1	
11	2	
12	1	
13	//	
14	1	
15	1	
16	2	
17	2	

Suite de JUILLET.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
18	1	
19	//	
20	2	
21	1	
22	1	

Le 23, on en a sorti le sel, consistant en............... 253 ₶

Il est resté 4 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a été obligé de transporter dans le bâtiment de graduation, à cause que l'évaporation de sa pierre n'étoit pas finie, & que d'ailleurs il importoit de ne pas l'embarrasser avec ce reste, afin de l'avoir libre pour la seconde épreuve ordonnée.

Le 23 du même mois, on a remis environ 800 pots d'eau salée venant du Fondement, dans le bassin d'exhalaison au Bévieux, pour faire les 4 pouces qui y sont actuellement au 11 pour cent en qualité.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
24	2	
25	3	
26	2	
27	3	
28	2	
29	3	
30	2	
31	1	

AOUST

AOUST 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	2	
2	3	
3	//	
4	3	
5	1	
6	//	
7	//	
8	//	
9	//	
10	2	
11	//	
12	4	
13	1	
14	2	
15	//	
16	//	
17	//	
18	1	
19	//	
20	//	
21	//	
22	//	
23	1	
24	2	
25	2	
26	1	
27	1	
28	2	
29	1	
30	1	
Le 31, on en a sorti le sel, consistant en		212ᵗ

Il est resté 2 lignes d'eau dans le bassin, qu'on a été obligé de transporter dans l'auge de graduation, à cause que l'évaporation de l'eau de la pierre n'étoit pas finie.

AOUST 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
2	2	

Ledit jour, on a mis environ 36 pots d'eau de la source salée du Fondement, dans la pierre d'exhalaison, pour faire les 2 ½ pouces qui y sont actuellement au 12 pour cent en qualité.

A cette date, il ne restoit au bassin d'exhalaison que 2 ½ pouces au 18 pour cent en qualité; en sorte que la hauteur de l'eau étoit la même dans le bassin & dans la pierre, & par contre la qualité différente, comme on le voit ci-dessus.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
3	//	
4	3	
5	1	
6	//	
7	2	
8	//	
9	//	
10	2	
11	//	
12	//	
13	2	
14	1	
15	//	
16	//	
17	//	
18	1	
19	//	
20	//	
21	//	
22	//	
23	1	
24	2	

Suite d'Aoust.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
25	1	
26	1	
27	1	
28	2	
29	1	
30	1	
31	1	

SEPTEMBRE 1764.

Jours du Mois.	Évaporation.	Produit de l'eau en Sel.
	Lignes.	
1	"	
2	"	
3	"	
4	"	
5	"	
6	"	
Ledit jour, on en a ſorti le ſel, conſiſtant en...............		13^{l}
Il eſt reſté une ligne d'eau dans la pierre, qu'on a tranſportée dans l'auge de graduation.		



NOUVELLES RECHERCHES SUR LES VERRES OPTIQUES;

Pour servir de suite à la Théorie qui en a été donnée dans le Volume III des Opuscules Mathématiques.

Par M. D'ALEMBERT.

PREMIER MÉMOIRE,

Où l'on donne les dimensions d'un objectif qui paroît préférable à ceux qu'on a proposés jusqu'ici.

(1.) J'AI communiqué à l'Académie, au mois de Décembre 1765, les dimensions de deux excellens objectifs, composés de trois lentilles, deux de verre commun, & une de cristal d'Angleterre, placée au milieu des deux autres, & immédiatement appliquée contre elles. Je vais expliquer dans ce Mémoire les principes sur lesquels la construction de ces objectifs est fondée. Ces principes sont la suite de la théorie que j'ai donnée dans le Volume III de mes Opuscules, sur les lunettes Achromatiques; mais avant que d'entrer dans ce détail, je crois devoir remettre mes principales formules sous les yeux de l'Académie; je les présenterai même sous une forme tout-à-la-fois plus générale & plus simple, & j'y ajouterai plusieurs remarques intéressantes qui ne se trouvent point dans l'ouvrage cité; remarques principalement relatives au cas où l'objet est placé hors de l'axe de la lentille. Lû en Janvier 1766.

(2.) Cet exposé aura d'ailleurs une autre utilité; il mettra le lecteur à portée de juger plus aisément de la simplicité de ma méthode, dans laquelle je n'employe point, comme ont fait d'autres Géomètres, la considération des images formées au foyer

de l'objectif, considération qui ne sert, ce me semble, qu'à rendre la solution générale plus embarrassée.

(3.) En effet, cette méthode oblige à regarder l'image de l'objet comme une surface, & à déterminer cette surface par la projection des rayons rompus sur un plan perpendiculaire à l'axe de la lentille; ce qui rend nécessairement les figures & le calcul plus compliqués; il en résulte de plus, pour anéantir entièrement l'aberration de sphéricité, quatre équations de condition, dont deux sont impossibles, au lieu de trois seulement qui sont nécessaires, & dont il n'y en a qu'une d'impossible.

(4.) Cette méthode d'ailleurs ne porte pas dans l'esprit toute la lumière ni toute la satisfaction qu'on pourroit desirer. D'abord, elle ne fait point voir comment les conditions qui servent à détruire l'aberration de réfrangibilité, sont absolument les mêmes pour un objet placé hors de l'axe de la lentille ou pour un objet placé dans l'axe; on y suppose, ou l'on semble y supposer comme évidente, cette vérité qui a néanmoins besoin de démonstration. On fait aussi dans cette méthode une autre supposition, qui n'est, ce me semble, nullement évidente; c'est que le plan perpendiculaire à l'axe, & sur lequel l'image doit être supposée tomber, doit être placé, pour que l'image soit la plus parfaite qu'il est possible, au quart de l'espace que forme l'aberration des rayons venans de l'axe. Il est bien vrai que M. Smith, dans *l'art. 339* de son Optique, & d'autres Auteurs avant & après lui, ont démontré que ce plan donne l'image la plus parfaite pour les rayons venans de l'axe, parce que ce plan donne le plus petit espace dans lequel puissent se trouver les rayons après la réfraction; mais il faudroit prouver que ce plan a la même propriété pour les rayons qui ne viennent pas d'un objet placé dans l'axe; & c'est ce qu'on n'a point fait.

(5.) Je pourrois ajouter que la considération des images formées au foyer ou près du foyer de l'objectif est tout-à-fait illusoire; que les véritables images qu'il faut considérer, pour apprécier la confusion ou la clarté de l'objet, sont celles que cet objet forme au fond de l'œil; c'est une attention que les Opticiens n'ont pas, ce me semble, assez faite; aussi les a-t-elle engagés dans

des erreurs ſur la meſure du degré de clarté & de confuſion des images, & ſur les conſéquences qui en réſultent pour les dimenſions des ouvertures des oculaires, comme je l'ai fait voir dans le Volume III de mes Opuſcules, *chap. VI, §. VIII & XII.*

(6.) Ma méthode eſt exempte de tous ces inconvéniens. 1.° Elle détermine uniquement l'aberration par la poſition du point où le rayon rompu coupe le plan mené par l'objet & par l'axe de la lentille; ce qui ne demande qu'une figure & un calcul très-ſimple: par-là on réduit l'image de l'objet, ſi on veut en ſuppoſer une, à n'être, au lieu d'une ſurface perpendiculaire à l'axe, qu'une ſimple ligne tracée dans le plan de l'axe & de l'objet, ou qu'on y peut tracer aiſément. 2.° Ma méthode réduit les conditions néceſſaires pour anéantir l'aberration de ſphéricité, à trois équations ſeulement, dont il n'y en a qu'une d'impoſſible, & cette impoſſibilité ſaute tout d'un coup aux yeux par la nature de cette équation qui demande que la diſtance focale ſoit infinie. 3.° Enfin ma méthode fait voir d'un coup d'œil que les conditions néceſſaires pour détruire l'aberration de ſphéricité ſont abſolument les mêmes pour les objets placés hors de l'axe que pour les objets placés dans l'axe.

(7.) On ne doit point être ſurpris de me voir inſiſter ici comme je fais, ſur la ſimplicité de ma méthode pour réſoudre la queſtion dont il s'agit: la ſolution de ce problème ayant par elle-même peu de difficulté, ne peut intéreſſer les Géomètres que par ſa ſimplicité jointe à l'utilité de ſon objet.

§. I.

Formules de l'aberration pour une ſurface réfringente quand les rayons partent d'un objet placé hors de l'axe.

(1.) Soit NBQ (*fig. 1*) la ſurface réfringente ou plutôt une coupe de cette ſurface, C ſon centre, CB ſon axe, A un point radiant placé dans le plan $NBQC$, & vers lequel tendent les rayons qui tombent ſur la ſurface NBQ. Soit AA' perpendiculaire à BC; O un point quelconque de la ſurface de la lentille, OD perpendiculaire au plan $NBCQ$, & Di

perpendiculaire à BC; soit enfin OA le rayon incident, Oa le rayon réfracté qui doit évidemment couper en quelque point a la ligne ACQ, menée par A & par C dans le plan $NBCQ$. Soit de plus tirée la perpendiculaire aa' & soient nommés

Le rayon CB . . . . r,
La distance BA' . . . . δ,
La distance Ba' . . . . δ',
La ligne AA' supposée très-petite par rapport à δ . . . . α,
La ligne aa' . . . . α',
Le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant de l'air dans la surface réfringente donnée. . . . . $\frac{1}{m}$
Di . . . . η,
DO . . . . γ,

on aura *(art. 420 de l'Ouvrage cité)*

$$\frac{1}{\delta'} = \frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta} + \left[\frac{m^2}{2r} - \frac{m}{2\delta} - \frac{m^3}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right)\right]\left[\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right)^2(\gamma^2 + \eta^2) + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right)\left(\frac{2\alpha\eta}{\delta}\right)\right] + \frac{\alpha^2}{2\delta^2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right)(m - m^3).$$

(2.) En faisant, pour abréger, le coëfficient de $\gamma^2 + \eta^2$ égal à R, celui de $\frac{2\alpha\eta}{\delta}$ égal à S, celui de $\frac{\alpha^2}{\delta^2}$ égal à Q, & $\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}$ égal à B, on aura

$$\frac{1}{\delta'} = B + (\gamma^2 + \eta^2)R + \frac{2\alpha\eta S}{\delta} + \frac{\alpha^2 Q}{\delta^2}.$$

(3.) On aura de plus *(art. 405 du même ouvrage)*

$$\alpha' = \alpha\left(\frac{\delta' - r}{\delta - r}\right) = \frac{\alpha\delta'}{\delta}\left(\frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta'}}{\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}}\right) = \frac{\alpha\delta'}{\delta}\left[\frac{1}{r} - B - (\gamma^2 + \eta^2)R - \frac{2\alpha\eta S}{\delta} - \frac{\alpha^2 Q}{\delta^2}\right]:$$

$$\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}\right)=\frac{\alpha\delta'}{\delta}\times\frac{\frac{1}{r}-B}{\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}}\times\left[\frac{1-(\gamma^2+n^2)R}{\frac{1}{r}-B}\right.$$
$$\left.-\frac{2\alpha nS}{\delta\left(\frac{1}{r}-B\right)}-\frac{\alpha^2 Q}{\delta^2\left(\frac{1}{r}-B\right)}\right].$$

(4.) Cette dernière formule ſemble demander que $\frac{1}{r}-B$ ne puiſſe jamais être ni $=0$ ni très-petit, afin que les termes qui ont $\frac{1}{r}-B$ au dénominateur, ne ſoient jamais que très-petits par rapport à l'unité, ainſi que la ſolution le ſuppoſe; mais comme $\frac{1}{r}-B=m\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}\right)$ *, & que cette quantité $\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}$ ſe trouve être un facteur de chacun des termes R, S, Q, il s'enſuit que le dénominateur $\frac{1}{r}-B$ diſparoît par la ſubſtitution, en ſorte que les termes dont il s'agit reſteront toujours très-petits, ainſi qu'ils le doivent être.

(5.) Faiſant donc maintenant la ſubſtitution de $m\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}\right)$ à la place de $\frac{1}{r}-B$, & ſuppoſant

$$M=\frac{m^2}{2r}-\frac{m}{2\delta}$$
$$\mu=-\frac{m^3}{2}$$
$$\nu=\frac{m-m^3}{2}\text{; on aura}$$

$$\frac{1}{\delta'}=\frac{1-m}{r}+\frac{m}{\delta}+\left[M+\mu\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}\right)\right]$$
$$\left[\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}\right)^2(\gamma^2+n^2)+\frac{2\alpha n}{\delta}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\delta}\right)\right]$$

* Il eſt viſible par cette équation que le cas de $\frac{1}{r}-B=0$ ſeroit celui où $\frac{1}{\delta}$ ſeroit $=\frac{1}{r}$, c'eſt-à-dire, où l'objet ſeroit placé au centre, ou à la hauteur du centre de la ſurface réfringente.

$+ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right) \frac{\nu \alpha^2}{\delta^2}$; & $\alpha' = \frac{\alpha m \delta'}{\delta} \Big[1 - (\gamma^2 + n^2) \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right) \times \left[\frac{M}{m} + \frac{\mu}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right)\right] - \frac{2\alpha n}{\delta} \left(\frac{M}{m} + \frac{\mu}{m}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right)\right) - \frac{\alpha^2 \nu}{m \delta^2} \Big]$.

(6.) On peut remarquer dans cette formule, 1.° que le coëfficient de la quantité $\frac{2\alpha n}{\delta}$ dans la valeur de $\frac{1}{\delta'}$ étant multiplié par $\frac{\delta'}{\delta}$, eſt au ſigne près le même que le coëfficient de $\gamma^2 + n^2$ dans la valeur de α'. 2.° Que le coëfficient de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ dans la valeur de α' eſt égal, en ſubſtituant pour M & μ leurs valeurs, à $\frac{m}{2r} - \frac{1}{2\delta} - \frac{m^2}{2r} + \frac{m^2}{2\delta} = \left(\frac{1-m}{2}\right) \left(\frac{m}{r} - \frac{1+m}{\delta}\right)$; or ſi on fait la diſtance focale $= R$, on a $\frac{1}{R} = \frac{1-m}{r}$: donc le coëfficient de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ eſt $\frac{m}{2R} + \frac{m^2 - 1}{2\delta}$ dans la valeur de α'.

§. II.

Formules de l'aberration pour les miroirs.

(1.) Si la ſurface NBQ, au lieu d'être réfringente, étoit réfléchiſſante, alors il faudroit faire $m = -1$ *(art. 177 de l'ouvrage cité)*, & on aura

$$M = \frac{1}{2r} + \frac{1}{2\delta}$$

$$\mu = + \frac{1}{2}$$

$$\nu = 0$$

$\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta} = \frac{2}{r} - \frac{1}{\delta}$; $M + \mu\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right) = \frac{1}{r}$; & par conſéquent $\frac{1}{\delta'} = \frac{2}{r} - \frac{1}{\delta} + \frac{1}{r}$

$$[(\gamma^2 + \eta^2)(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^2 + \frac{2\alpha\eta}{\delta}(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})];$$

$$\& \alpha' = -\frac{\alpha\delta'}{\delta}[1 + (\gamma^2 + \eta^2)(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})\frac{1}{r} + \frac{2\alpha\eta}{\delta r}].$$

(2.) Ces formules nous seront très-utiles dans la suite pour comparer l'aberration des lunettes achromatiques, avec celle des télescopes catoptriques. Quant à présent nous nous contenterons de remarquer que le coëfficient de $\frac{\alpha^2}{\delta^2}$ disparoît ici dans les valeurs de $\frac{1}{\delta'}$ & de α'; ce qui prouve que les rayons qui tombent extrêmement près du point B, où l'on peut supposer $\gamma = 0$; & $\eta = 0$, aboutissent tous sensiblement au même point, quel que soit α, pourvu que δ demeure la même; & que α soit très-petit; ce qui n'a pas lieu pour les valeurs de $\frac{1}{\delta'}$ & de α', lorsque la surface au lieu d'être réfléchissante est réfringente, comme on le voit évidemment par les formules du *§. 1, art. 5.*

(3.) On voit aussi 1.° que le coëfficient de $\gamma^2 + \eta^2$ dans la valeur de α, multiplié par $\frac{\delta'}{\delta}$, est le même, au signe près, que celui de $\frac{2\alpha\eta}{\delta}$ dans la valeur de $\frac{1}{\delta'}$, comme dans les surfaces réfringentes, *art. 6*, §. *1.* 2.° Que dans la valeur de α' le coëfficient $\frac{2\alpha\eta}{\delta r}$ est $= \frac{\alpha\eta}{\delta}$ multiplié par $\frac{1}{R}$, R étant la distance focale; j'appelle ainsi la distance du foyer, lorsque les rayons incidens sont parallèles.

§. III.

Formules de l'aberration pour deux surfaces réfringentes, l'objet n'étant pas supposé dans l'axe.

(1.) Si on a une seconde surface réfringente $N'B'Q'$ (*fig. 2*) placée à la distance très-petite $BB' = \epsilon$ de la première; que

le rayon réfracté par cette seconde surface rencontre en α le plan $NBQC$, & qu'après avoir mené la perpendiculaire $\alpha\alpha'$ on nomme le rayon de cette seconde surface . . . . r'
Le rapport des sinus d'incidence & de réfraction en entrant dans cette surface . . . . $\frac{1}{m'}$
$B'\alpha'$ . . . . δ''
$\alpha\alpha'$ . . . . α'';
enfin qu'on prenne pour M', μ', ν', des quantités formées de r' $\delta' - \varepsilon$, & m', comme les quantités M, μ, ν, ont été formées ci-dessus de r, δ, m; on aura après la seconde réfraction

$$\frac{1}{\delta''} = \frac{1 - m'}{r'} + \frac{m'}{\delta' - \varepsilon} + \left[M' + \mu'\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\delta' - \varepsilon}\right)\right] \left[\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\delta' - \varepsilon}\right)^2 (\gamma^2 + \pi^2) + \frac{2\alpha'\pi}{\delta' - \varepsilon}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\delta' - \varepsilon}\right)\right] + \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\delta' - \varepsilon}\right) \frac{\nu'\alpha'^2}{(\delta' - \varepsilon)^2}.$$

$$\alpha'' = \frac{\alpha' m' \delta''}{\delta' - \varepsilon}\left[1 - (\gamma^2 + \pi^2)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\delta' - \varepsilon}\right) \left[\frac{M'}{m'} + \frac{\mu'}{m'}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\delta' - \varepsilon}\right)\right] - \frac{2\alpha'\pi}{\delta' - \varepsilon}\left[\frac{M'}{m'} + \frac{\mu'}{m'}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{\delta' - \varepsilon}\right)\right] - \frac{\alpha'^2 \nu'}{m'(\delta' - \varepsilon)^2}\right].$$

(2.) Si ε est fort petit, on pourra mettre simplement δ' au lieu de $\delta' - \varepsilon$ dans les termes affectés de $\gamma^2 + \pi^2$, $\alpha'\pi$ & α', & pour $\frac{\alpha'}{\delta'}$ sa valeur approchée $\frac{\alpha m}{\Delta}$ tirée du §. I ci-dessus *(art. 5)*; dans les autres termes on mettra $\frac{1}{\delta'} + \frac{\varepsilon}{\delta'^2}$ au lieu de δ'; & substituant ensuite pour $\frac{1}{\delta'}$ sa valeur $\frac{1 - m}{r} + \frac{m}{\Delta}$, on aura:

$$\frac{1}{\delta''} = \frac{1 - m'}{r'} + m'\left(\frac{1 - m}{r} + \frac{m}{\Delta}\right) + m'\varepsilon \left(\frac{1 - m}{r} + \frac{m}{\Delta}\right)^2 + (\gamma^2 + \pi^2)\left[Mm' \times \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\Delta}\right)^2\right.$$

$+ \mu m' (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^3 + M' [\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} + m (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})]^2 + \mu' [\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} + m (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})]^3]$
$+ \frac{2 \alpha n}{\delta} [M m' (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}) + \mu m' (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^2$
$+ M' m (\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} + m (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})) + \mu' m (\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} + m (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}))^2] + \frac{\alpha^2}{\delta^2} [\nu m' (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}) + \nu' m^2 [\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} + m (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})]]$;
& $\alpha'' = \frac{\alpha m m' \delta''}{\delta} [1 + \epsilon (\frac{1 - m}{r} + \frac{m}{\delta}) - (\gamma^2 + n^2) [\frac{M'}{m'} (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}) + \frac{\mu}{m} (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^2$
$+ \frac{M'}{m'} (\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} + m (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})) + \frac{\mu'}{m'} (\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} + m (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}))^2] - \frac{2 \alpha n}{\delta} [\frac{M}{m} + \frac{\mu}{m} (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}) + \frac{M' m}{m'} + \frac{\mu' m}{m'} (\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} (\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}))] - \frac{\alpha^2}{\delta^2} (\frac{1 - m'^2 m^2}{2})]$; quantité dans laquelle on a substitué pour ν & ν' leurs valeurs $\frac{m - m^3}{2}$ & $\frac{m' - m'^3}{2}$ afin d'avoir un résultat plus simple.

(3.) On remarquera dans ces formules, 1.° que le coëfficient de $\gamma^2 + n^2$ dans la valeur de α'' est égal à celui de $\frac{2 \alpha n}{\delta}$ dans la valeur de $\frac{1}{\delta''}$, ce dernier coëfficient étant multiplié par $\frac{\delta''}{\delta}$; c'est ce que nous avons déjà remarqué ci-dessus pour le cas d'une surface unique, réfringente ou réfléchissante. 2.° Que le coëfficient de $\frac{2 \alpha n}{\delta}$ dans la valeur de α'' est égal après les réductions, à $\frac{\alpha m m' \delta''}{\delta} \times [m m' (\frac{1 - m'}{2 r'} + \frac{m' - m m'}{2 r})$

$- \frac{1}{2\delta} (1 - m''m^2)]$; & on remarquera de plus que $\frac{1 - m'}{r'}$ $+ \frac{m' - m m'}{r}$ eſt $= \frac{1}{R}$, R étant la diſtance focale après deux réfractions ; j'appelle toujours diſtance focale celle qui répond à $\delta = 0$. 3.° Que le coëfficient de $\frac{\alpha^2}{\delta^2}$ dans la valeur de $\frac{1}{\delta''}$ eſt $\frac{m m'}{2}$ $[(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})(1 - m''m^2)$ $+ (m''m - m)(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'})]$.

(4.) Si les rayons incidens ſont parallèles, il faudra faire $\delta = \infty$, & effacer tous les termes où δ ſe rencontre ſans α ; je dis ſans α, parce que $\frac{\alpha}{\delta}$ n'eſt pas nulle quoique δ ſoit infinie ; $\frac{\alpha}{\delta}$ étant l'angle que les rayons incidens au point B font avec l'axe de la lentille.

§ IV.

Conditions néceſſaires pour anéantir les deux aberrations.

(1.) Il faut pour cela que δ'' & α'' ſoient l'une & l'autre conſtantes ; ce qui donne les équations ſuivantes :

1.° La partie de la valeur de $\frac{1}{\delta''}$ qui ne contient ni n ni γ devra être telle que ſa différentielle ſoit $= 0$.

2.° Dans cette même valeur de $\frac{1}{\delta''}$ le coëfficient de $\gamma^2 + n^2$ doit être $= 0$.

3.° Dans cette même valeur, le coëfficient de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ doit être $= 0$.

4.° Dans la valeur de α'', puiſque δ'' eſt déjà ſuppoſé conſtant, il faudra que la différentielle des termes qui ne contiennent ni γ, ni δ, ni α, ſoit $= 0$.

5.° Le coëfficient de $\gamma^2 + n^2$ doit être $= 0$, ce qui donne la même équation que celle du n.° 3, puiſque ce coëfficient

est le même que celui de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ dans la valeur de $\frac{1}{\delta'''}$.

6.° Le coëfficient de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ dans la valeur de α'' doit être $= 0$.

(2.) Ces conditions forment donc en tout cinq équations, qui donneront r, r' & ϵ en R, aussi-tôt que α & δ seront données; c'est ce qui sera suffisamment développé & détaillé dans la suite de ce Mémoire.

(3.) Mais il faut remarquer 1.° que la sixième ou plutôt la cinquième condition (car les six se réduisent à cinq) est impossible à remplir, au moins si δ est infinie, puisqu'elle donneroit (§. *III, art. 3*) $\frac{1}{R} = 0$, ou $R = \infty$; d'où l'on voit qu'il est impossible, au moins après deux réfractions seulement, d'anéantir entièrement l'aberration en largeur; 2.° que comme l'épaisseur ϵ est supposée très-petite par rapport aux autres quantités, il faut que la valeur de ϵ qui proviendra des conditions précédentes soit très-petite par rapport à celle de r & de r'. 3.° Que si on veut que les valeurs trouvées de r, r', ϵ soient indépendantes de la valeur de $\frac{\alpha}{\delta}$, comme elles le doivent être pour que l'objectif soit propre à toutes les situations de l'objet, alors il faudra faire deux équations de plus, qui consisteront à faire $= 0$ la différence des coëfficiens de $\frac{\alpha^2}{\delta^2}$ dans les valeurs de $\frac{1}{\delta'''}$ & de α''. 4.° Que comme on a cinq équations ou plutôt quatre, car il y en a une d'impossible, & qu'on n'a que trois indéterminées r, r', ϵ, on a plus d'équations que d'inconnues, lorsqu'il n'y a que deux surfaces réfringentes; & qu'ainsi, en supposant même que la valeur de ϵ se trouve très-petite comme elle le doit être, ce ne sera que par hasard que les valeurs trouvées de r, r', ϵ, seront propres à anéantir l'aberration autant qu'il sera possible. Il faut donc plus de deux surfaces & même plus de trois pour anéantir autant qu'il sera possible, les aberrations de réfrangibilité & de sphéricité.

(4.) Voyons donc maintenant quelles doivent être les équations

lorſqu'il y a plus de deux ſurfaces réfringentes. Pour en venir plus aiſément à bout, nous chercherons d'abord l'aberration d'une lentille de matière quelconque; enſuite nous en ſuppoſerons une ſeconde, & une troiſième, à une très-petite diſtance de la première. Cette conſidération abrège & ſimplifie le calcul, comme nous l'avons fait voir dans *l'art. 437 de l'ouvrage cité.*

§. V.

Formules de l'aberration pour une ſeule lentille.

(1.) On voit par les formules du §. III, que dans le cas où $m' = \frac{1}{m}$, c'eſt-à-dire où le rayon repaſſeroit dans l'air après la ſeconde réfraction, ce qui eſt le cas d'une lentille ſimple, on auroit

$$\frac{1}{\delta''} = (\frac{1}{m} - 1)(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}) + \frac{1}{\delta} + \frac{\epsilon}{m} (\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta})^2 + (\gamma^2 + \eta^2) [\frac{M}{m}(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^2 + \frac{\mu}{m}(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^3 + \frac{M'}{m'^2}(\frac{m'}{\rho} - \frac{m'}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^2 + \frac{\mu'}{m'^3}(\frac{m'}{\rho} - \frac{m'}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^3] + \frac{2\alpha\eta}{\delta}[\frac{M}{m}(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}) + \frac{\mu}{m}(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^2 + \frac{M'}{m'^2}(\frac{m'}{\rho} - \frac{m'}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}) + \frac{\mu'}{m'^3}(\frac{m'}{\rho} - \frac{m'}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^2 + \frac{\alpha^2}{\delta^2}(\frac{m'-m}{2})(\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}).$$

Et $\alpha'' = \frac{\alpha\delta''}{\delta}[1 + \epsilon(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta} - (\gamma^2 + \eta^2)[\frac{M}{m}(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}) + \frac{\mu}{m}(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta})^2 + \frac{M'}{m'^2}(\frac{m'}{\rho} - \frac{m'}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}) + \frac{\mu'}{m'^3}$

$\left(\frac{m'}{r'} - \frac{m'}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right)^2\Big] - \frac{2\alpha n}{\delta} \times \left(\frac{m'-1}{2}\right)$
$\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right)$.

(2.) Dans cette valeur α'', le terme où étoit $\frac{\alpha^2}{\delta^2}$ a disparu, & si on nomme R la distance focale, on voit que le coëfficient du terme $-\frac{2\alpha n}{\delta}$ est $\frac{r}{2R}$.

(3.) Mettons dans ces formules, pour plus de simplicité, α' au lieu de α'', & δ' au lieu de δ'', en sorte que δ' & α' soient ce que deviennent δ & α, non plus après la première, mais après la seconde réfraction; & nous aurons en supposant de plus $P = \frac{r}{m} = m'$, & $\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \frac{1}{\lambda}$, les équations suivantes *(art. 438 du même ouvrage)*

$\Big[\frac{1}{\delta'} = \frac{P-1}{\lambda} + \frac{P}{\delta} + (\gamma^2 + n^2)\Big[\frac{3P - 1 - 2m}{2\delta\delta\lambda}$
$+ \frac{4P-4m}{2\delta r\lambda} + \frac{1+2P-3P^2}{2\delta\lambda\lambda} + \frac{P+1-2m}{2rr\lambda}$
$+ \frac{1+P-2P^2}{2r\lambda\lambda} + \frac{P-P^2}{2\lambda^3}\Big]\Big] + \frac{2\alpha n}{\delta}\Big[\frac{P-P^2}{2\lambda^2}$
$+ \frac{P-m}{2\lambda r} + \frac{1}{2\delta\lambda}\left(1 + m - 2P\right)\Big]$ * $+ \frac{\alpha^2}{\delta^2}$
$\left(\frac{P-m}{2\lambda}\right) + \epsilon\left(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}\right)^2$.

Et $\alpha' = \frac{\alpha\delta'}{\delta}\Big[1 + \epsilon\left(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}\right) - (\gamma^2$
$+ n^2)\Big[\frac{P-P^2}{2\lambda^2} + \frac{P-m}{2\lambda r} + \frac{1}{2\delta\lambda}(1 + m - 2P)\Big]$
$- \frac{2\alpha n}{\delta}\left(\frac{P-1}{2\lambda}\right)\Big]$.

* Dans l'*art. 441 de l'ouvrage cité*, le coëfficient de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ est $\frac{P-P^2}{2\lambda^2} + \frac{1-m}{2\lambda r} + \frac{1}{\delta}\left(\frac{m-P}{2\lambda}\right)$; mais on a omis par mégarde le terme $\left(\frac{P-1}{2\lambda}\right)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\delta}\right)$ qui résulte de l'opération indiquée dans cet article; cette omission qui ne touche en rien au fond de la méthode, étant réparée, donne des résultats beaucoup plus simples.

§. VI.

Formules de l'aberration pour plusieurs lentilles très-proches l'une de l'autre & de différentes matières.

(1.) Si on place une seconde lentille à une distance très-petite de la première; qu'on nomme dans cette seconde lentille r', m', P', λ', ϵ' &c.* les quantités analogues à celles qui ont été nommées r, m, P, &c. dans la première, & qu'on suppose pour abréger

$$\frac{3P - 2m - 1}{2\lambda} = \varpi,$$

$$\frac{4P - 4m}{2r\lambda} + \frac{1 + 2P - 3P^2}{2\lambda\lambda} = \zeta,$$

$$\frac{P + 1 + 2m}{2rr\lambda} + \frac{1 + P - 2P^2}{2rr\lambda} + \frac{P^3 - P^2}{2\lambda^3} = \vartheta,$$

$$\frac{P - m}{2\lambda r} + \frac{P - P^2}{2\lambda^2} = \theta,$$

$$\frac{1 + m - 2P}{2\lambda} = \xi,$$

$$\frac{P - m}{2\lambda} = \nu,$$

$$\frac{(1 - m)^2}{mrr} = \sigma,$$

$$\frac{1 - 2m}{r} = \pi,$$

$$\frac{P - 1}{\lambda} = \rho, \text{ on aura}$$

$$\frac{1}{\delta''} = \frac{P - 1}{\lambda} + \frac{P' - 1}{\lambda'} + \frac{\alpha}{\delta} + (\gamma^2 + n^2)\left(\frac{\varpi}{\delta^2} + \frac{\xi}{\delta} + \vartheta + \frac{\varpi'}{\delta'\delta'} + \frac{\xi'}{\delta'} + \vartheta'\right) + \frac{2\alpha n}{\delta}$$

* Dans cette nouvelle dénomination, r' n'indique plus comme ci-dessus le second rayon de la première lentille, mais le premier rayon de la seconde, & ainsi du reste; on pourra si l'on veut nommer ρ, ρ', ρ'' &c. les rayons de la seconde surface de chaque lentille, en sorte qu'on ait $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\lambda}$, $\frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\lambda'}$, $\frac{1}{r''} - \frac{1}{\rho''} = \frac{1}{\lambda''}$ &c.

$(\theta + \frac{\xi}{\delta} + \theta' + \frac{\xi'}{\delta'}) + \frac{\alpha^2}{\delta^2}(\nu + \nu') + \sigma\varepsilon + \frac{\pi\varepsilon}{\delta} + \frac{m\varepsilon}{\delta\delta} + \sigma'\varepsilon' + \frac{\pi'\varepsilon'}{\delta'} + \frac{m'\varepsilon'}{\delta'\delta'} + e(\frac{P-1}{\lambda} + \frac{1}{\delta})^2$;

& $\alpha'' = \frac{\alpha\delta''}{\delta}[1 - (\gamma^2 + n^2)(\theta + \frac{\xi}{\delta} + \theta' + \frac{\xi'}{\delta'} - \frac{2\alpha n}{\delta}(\frac{P-1}{2\lambda} + \frac{P'-1}{2\lambda'}) + \varepsilon(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}) + \varepsilon'(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{\delta'}) + e(\frac{P-1}{\lambda} + \frac{1}{\delta})]$.

(2.) On voit aisément, par ces deux formules, comment on peut trouver les valeurs de α''', &c. & de δ''', &c. pour tant de lentilles qu'on voudra, & de telle matière réfractive qu'on jugera à propos; par exemple, on aura pour trois lentilles *(art. 439 de l'ouvrage cité)*:

$\frac{1}{\delta'''} = \frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'} + \frac{P''-1}{\lambda''} + \frac{1}{\delta} + (\gamma^2 + n^2)[\frac{\varpi}{\delta^2} + \frac{\xi}{\delta} + \vartheta + \frac{\varpi'}{\delta'^2} + \frac{\xi'}{\delta'} + \vartheta' + \frac{\varpi''}{\delta''^2} + \frac{\xi''}{\delta''} + \vartheta''] + \frac{2\alpha n}{\delta}(\theta + \frac{\xi}{\delta} + \theta' + \frac{\xi'}{\delta'} + \theta'' + \frac{\xi''}{\delta''}) + \frac{\alpha^2}{\delta^2}(\nu + \nu' + \nu'') + \varepsilon(\sigma + \frac{\pi}{\delta} + \frac{m}{\delta\delta}) + \varepsilon'(\sigma' + \frac{\pi'}{\delta'} + \frac{m'}{\delta'\delta'}) + \varepsilon''(\sigma'' + \frac{\pi''}{\delta''} + \frac{m''}{\delta''^2}) + e(\frac{P-1}{\lambda} + \frac{1}{\delta})^2 + e'(\frac{P'-1}{\lambda} + \frac{1}{\delta'})^2$; & $\alpha''' = \frac{\alpha\delta'''}{\delta}[1 - (\gamma^2 + n^2)(\theta + \frac{\xi}{\delta} + \theta' + \frac{\xi'}{\delta'} + \theta'' + \frac{\xi''}{\delta''}) - \frac{2\alpha n}{\delta}(\frac{P-1}{2\lambda} + \frac{P'-1}{2\lambda'} + \frac{P''-1}{2\lambda''}) + \varepsilon(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta}) + \varepsilon'(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{\delta'}) + \varepsilon''(\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{\delta''}) + e(\frac{P-1}{\lambda} + \frac{1}{\delta}) + e'(\frac{P'-1}{\lambda'} + \frac{1}{\delta'})]$.

(3.) Dans ces formules, on se souviendra que $\frac{1}{\delta'} = \frac{p-1}{\lambda} + \frac{1}{\delta}$, $\frac{1}{\delta''} = \frac{p'-1}{\lambda'} + \frac{1}{\delta'} = \frac{p-1}{\lambda} + \frac{p'-1}{\lambda'} + \frac{1}{\delta}$, & ainsi de suite.

(4.) Si δ étoit infinie, c'est-à-dire si les rayons incidens étoient parallèles, il faudroit faire $\frac{1}{\delta} = 0$, c'est-à-dire effacer les termes où $\frac{1}{\delta}$ se rencontre, sans effacer néanmoins *(art. 4, §. III)* ceux où se trouve $\frac{\alpha}{\delta}$ & ses puissances; & si δ étoit négatif, c'est-à-dire si les rayons tomboient divergens sur la lentille, au lieu qu'on les a supposés convergens, il faudroit faire $\frac{1}{\delta}$ négatif, c'est-à-dire changer les signes des termes où se trouve $\frac{1}{\delta}$ avec une dimension impaire.

(5.) On peut remarquer que cette supposition de δ négatif est la seule conforme à la Nature, les rayons ne tombant jamais que divergens sur la première lentille; mais la supposition de δ positif est un peu plus commode pour le calcul, parce qu'on n'est point obligé dans les formules générales de donner aux termes affectés de $\frac{1}{\delta'}$, $\frac{1}{\delta''}$ &c. des signes différens de ceux où se trouve $\frac{1}{\delta}$, ce qu'il faudroit faire si on supposoit les rayons divergens lorsqu'ils tombent sur la première lentille; au reste, pour n'être jamais dans le cas de mettre mal-à-propos un signe pour un autre, il n'y aura qu'à, si l'on veut, substituer dans nos formules, au lieu de $\frac{1}{\delta'}$, $\frac{1}{\delta''}$, &c. leurs valeurs $\frac{p-1}{\lambda} + \frac{1}{\delta}$; $\frac{p-1}{\lambda} + \frac{p'-1}{\lambda'} + \frac{1}{\delta'}$, &c. & mettre ensuite dans le résultat $-\frac{1}{\delta}$ au lieu de $\frac{1}{\delta}$ lorsque la distance δ ne sera

pas infinie, car alors les rayons tombent toujours divergens sur la première lentille.

§. VII.

Conséquences qui résultent de ces formules.

(1.) Si l'on fait $R =$ à la distance focale, on aura $\frac{1}{R} = \frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'}$, &c; ainsi le coëfficient de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ dans la valeur de l'aberration latitudinale, est $=$ à $\frac{1}{2R}$; d'où il est clair:

1.° Que ce coëfficient ne peut être jamais détruit, & que par conséquent il est impossible de détruire entièrement l'aberration latitudinale, soit qu'on suppose δ infinie ou non.

2.° Que ce coëfficient sera le même, si $\frac{1}{R}$ est constant, pour les rayons de toutes les couleurs, c'est-à-dire si $\frac{dP}{\lambda} + \frac{dP'}{\lambda'} = 0$ ou $\frac{1}{\lambda'} = -\frac{k}{\lambda}$, en faisant $\frac{dP}{dP'} = k$.

(2.) Le coëfficient de $\frac{\alpha^2}{\delta^2}$ dans la valeur de $\frac{1}{\delta''}$ est $= \frac{1}{2R} + \frac{1-m}{2\lambda} + \frac{1-m'}{2\lambda'}$, &c. lequel ne pourra jamais être constant si R est constant, puisque $\frac{1}{\lambda'} = -\frac{dP}{\lambda dP} = -\frac{k}{\lambda}$ donne $d\left(\frac{1-m}{\lambda} + \frac{1-m'}{\lambda'}\right) = \frac{dP}{PP\lambda} + \frac{dP'}{P'P'} \times -\frac{k}{\lambda} = \frac{dP}{\lambda}\left(\frac{1}{PP} - \frac{1}{P'P'}\right)$.

(3.) Si γ & $n = 0$, c'est-à-dire si le rayon tombe dans le plan $NBQC$ & au point B, on aura (*fig.* 3) $aa' = \frac{a\delta''}{\delta}$; & si γ seulement est $= 0$, c'est-à-dire si le rayon tombe dans le plan $NBQC$, on aura (en supposant qu'on ait fait $= 0$ les coëfficiens de $\gamma^2 + n^2$ & de $\frac{2\alpha n}{\delta}$ dans la valeur de $\frac{1}{\delta''}$)

$$\frac{1}{\delta''} = \frac{p-1}{\lambda} + \frac{p'-1}{\lambda} + \frac{1}{\delta} + \frac{\alpha^2}{\delta^2}\left(\frac{1}{2R} + \frac{1-m}{2\lambda} + \frac{1-m'}{2\lambda'}\right) \ \& \ \alpha'' = \frac{\alpha\delta''}{\delta}\left[1 - \frac{2\alpha n}{\delta}\left(\frac{1}{2R}\right)\right].$$

(4.) D'où l'on voit que pour les rayons d'une même couleur $\frac{1}{\delta''}$ eſt conſtant quelle que ſoit n, & que $\frac{2\alpha n}{\delta} \times \frac{1}{2R} \times \frac{\alpha\delta''}{\delta}$ ou $a u = \frac{\alpha^2 n \delta''}{\delta\delta R} = \frac{\alpha^2 n}{\delta\delta}$; donc $o a' =$ à très-peu près $B a' \times \frac{\alpha^2}{\delta^2}$; donc $o a'$ eſt conſtante pour les rayons d'une même couleur qui ſont dans le plan de l'axe. Donc tous ces rayons ſe coupent après la réfraction (au moins ſenſiblement) en un même point p.

(5.) Il eſt aiſé de voir auſſi que ſi on ſuppoſe tous les rayons rompus projetés ſur le plan $NBQC$ qui paſſe par l'axe des lentilles & par l'objet, toutes ces projections (dans la même hypothèſe) ſe couperont ſenſiblement au même point p qu'on vient de déterminer; & que par conſéquent ſi on fait paſſer par le point p une ligne perpendiculaire au plan dont on vient de parler, tous les rayons rompus aboutiront ſur cette ligne, qu'on pourra regarder à quelques égards, ſi l'on veut, comme l'image du point lumineux placé hors de l'axe; ce qui prouve de nouveau que les Géomètres qui ont conſidéré dans ce problème l'image de l'objet comme une ſurface, ſe ſont écartés de la vraie méthode pour réſoudre la queſtion, puiſque cette image conſidérée ſoit dans le plan de l'axe, ſoit dans un plan perpendiculaire à l'axe & paſſant par la ligne $p o$, peut ſe réduire toujours à une ligne droite.

(6.) Ce point p peut ſe trouver aiſément par une opération fort ſimple; car puiſque $o a'$ ou $p a = \frac{\alpha^2 \delta''}{\delta^2} = \frac{\alpha''^2}{\delta''}$ (à cauſe de $\frac{\alpha}{\delta} = \frac{\alpha'}{\delta'}$) on aura *(figure 4)*, en tirant la ligne droite $B A a$ & la perpendiculaire $a' p$, $a p$ égal à très-peu près à $\frac{a d^2}{B d} = \frac{\alpha''^2}{\delta''}$ ou $\frac{\alpha''^2}{R}$.

(7.) Il eſt aiſé de voir enfin que tous les rayons qui tomberont ſur les points O (*fig. 3*) éloignés du plan $NBQC$ de la même diſtance DO, ſe couperont ſenſiblement après la réfraction en un même point; car la diſtance de ce point de concours au point p, ſera $= \frac{DO \times pu}{Du} =$ à très-peu près (*fig. 4*) $\frac{DO \times pa}{Ba}$, c'eſt-à-dire conſtante.

(8.) Pour anéantir l'aberration de réfrangibilité, il faudra faire $\frac{dP}{\lambda} + \frac{dP'}{\lambda'} + \frac{dP''}{\lambda''}$, &c. $= 0$, & ſi cette condition eſt obſervée, l'aberration de réfrangibilité ſera nulle, tant en longueur qu'en largeur, quelle que ſoit δ, ce qui eſt évident; car puiſque $\frac{1}{\delta}$ n'a d'autre coëfficient que l'unité dans la valeur de $\frac{1}{\delta'''}$, & que δ''' eſt ſuppoſé conſtant, $\alpha''' = \frac{\alpha\,\delta'''}{\delta}$ le ſera évidemment auſſi, puiſque α eſt conſtant pour tous les rayons partans d'un même point.

(9.) Faiſant abſtraction de l'épaiſſeur pour faciliter d'abord le calcul (nous reviendrons dans la ſuite ſur cet objet), on aura évidemment 1.° l'équation

$$\frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'} + \frac{P''-1}{\lambda''}, \&c. = \frac{1}{R};$$

$$2.^\circ \quad \frac{dP}{\lambda} + \frac{dP'}{\lambda'} + \frac{dP''}{\lambda}, \&c. = 0;$$

3.° une équation pour détruire le coëfficient de $\gamma^2 + \eta^2$ dans la valeur de $\frac{1}{\delta''}$; 4.° une autre pour détruire celui de $\frac{2\alpha\eta}{\delta}$ dans la même formule, ou, ce qui eſt la même choſe, celui de $\gamma^2 + \eta^2$ dans la valeur de α''.

(10.) Or comme ces équations donneront les quatre rayons des ſurfaces, il eſt viſible qu'il faudroit ſuppoſer plus de quatre rayons pour avoir des objectifs plus parfaits, c'eſt-à-dire dans leſquels la différence des coëfficiens de $\frac{\alpha^2}{\delta^2}$, de $\gamma^2 + \eta^2$ & de

$\frac{2an}{\delta}$ fût $=$ o; il eſt vrai que cette condition eſt peu eſſentielle, car ces coëfficiens étant déjà très-petits, les quantités qu'ils affectent (toujours multipliées par ces coëfficiens) deviendroient très-petites & comme inſenſibles par la différentiation. Nous remettons donc à un autre temps la conſidération de cet objet, ainſi que d'autres remarques moins eſſentielles qui réſultent des formules précédentes.

§. VIII.

Formules de l'aberration pour deux lentilles de différentes matières très-proches l'une de l'autre, en négligeant leur diſtance & l'épaiſſeur des lentilles.

(1.) Si on a deux lentilles de différentes matières & des épaiſſeurs ε, ε', ſéparées l'une de l'autre par le petit intervalle e; alors à cauſe de $\frac{1}{\lambda'} = -\frac{k}{\lambda}$, on aura en faiſant d'abord abſtraction des quantités ε, ε', e, & ſuppoſant:

$$A = P + 1 - 2m$$
$$B = 1 + P - 2P^2$$
$$C = P^3 - P^2 - k(P-1)^2(3P' - 1 - 2m') - k^2(P - 1)(1 + 2P' - 3P'^2) - k^3(P'^3 - P'^2)$$
$$D = 4k(P' - m')(P - 1) + k^2(1 + P' - 2P'^2)$$
$$E = -k(P' + 1 - 2m')$$
$$F = P - m$$
$$H = (m' - P')k$$
$$K = P - P^2 + k^2(P' - P'^2) + k(P - 1)(2P' - 1 - m').$$

On aura, dis-je, pour l'aberration longitudinale $(\gamma^2 + x^2)$

$\times \left(\frac{A}{2rr\lambda} + \frac{B}{2r\lambda\lambda} + \frac{C}{2\lambda^3} + \frac{D}{2r'\lambda^2} + \frac{E}{2r'^2\lambda} \right)$ $+ \frac{2\alpha n}{\delta} \left(\frac{F}{2r\lambda} + \frac{K}{2\lambda\lambda} + \frac{H}{2r\lambda'} \right)$; & pour l'aberration latitudinale, $\frac{F}{2r\lambda} + \frac{K}{2\lambda\lambda} + \frac{H}{2r'\lambda}$ multiplié par $\gamma^2 + n^2$, plus la quantité indeſtructible $\frac{2\alpha n}{2\delta R}$, le tout multiplié par $- \frac{\alpha R}{\delta}$.

(2.) Dans ce cas de deux lentilles très-proches l'une de l'autre, ſi on ſuppoſe chacune des deux aberrations $= 0$, on aura $\frac{1}{r'} = - \frac{F}{Hr} - \frac{K}{H\lambda}$, & $\frac{AHH + EFF}{rr}$ $+ \frac{2FEK - FDH + BHH}{r\lambda} + \frac{EKK - KDH + CHH}{\lambda\lambda} = 0$.

(3.) Ces équations ſerviront à déterminer r & r' en λ; à l'égard des autres rayons, que j'appelle ρ & ρ', ils ſeront déterminés par les équations $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\lambda}$, $\frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'}$ $= \frac{1}{\lambda'} = - \frac{k}{\lambda}$; ce qui donne $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\lambda}$ & $\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{r'} + \frac{k}{\lambda}$: on aura de plus pour déterminer λ en R l'équation $\frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'} = \frac{1}{R}$, ou $\frac{P-1}{\lambda}$ $+ (P'-1) \times - \frac{k}{\lambda} = \frac{1}{R}$.

(4.) Si on ſuppoſe ſeulement $\frac{1}{r'} = - \frac{F}{Hr} - \frac{K}{H\lambda}$, l'aberration reſtante ſera proportionnelle à $\frac{AHH + EFF}{2HHrr}$ $+ \frac{2FEK - FDH + BHH}{2HHr\lambda} + \frac{EKK - KDH + CHH}{2HH\lambda\lambda}$; formule qui nous ſera utile dans la ſuite.

(5.) Si les deux lentilles ſont immédiatement appliquées l'une contre l'autre, alors $\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\lambda}$; ce qui donne

pour l'aberration longitudinale $(\gamma^2 + \eta^2) \frac{A+E}{2rr\lambda} + \frac{B+D-2E}{2r\lambda\lambda} + \frac{C-D+E}{2\lambda^3} + \frac{2\alpha\eta}{\delta}\left(\frac{F+H}{2r\lambda} + \frac{K-H}{2r'\lambda}\right)$, & pour l'aberration latitudinale, $-\frac{\alpha R}{\delta}\left[\left(\frac{F+H}{2r\lambda} + \frac{K-H}{2r'\lambda}\right)(\gamma^2 + \eta^2) + \frac{2\alpha\eta}{2\delta^2}\right]$.

(6.) Il eſt clair que dans ce cas on ne peut ſuppoſer les deux aberrations à la fois égales à zéro, puiſqu'on n'a qu'une ſeule quantité $\frac{1}{r}$ à déterminer en $\frac{1}{\lambda}$, & non pas deux comme dans le paragraphe précédent; c'eſt pourquoi on fera égale à zéro celle des deux aberrations qui, étant détruite, rendra l'objectif plus parfait: c'eſt un point que nous pourrons diſcuter dans une autre occaſion.

§. IX.

Formules pour trois lentilles immédiatement appliquées l'une contre l'autre, dont la première & la troiſième ſoient de la même matière.

(1.) Suppoſons maintenant un objectif formé de trois lentilles contiguës, dont celle du milieu ſoit d'une matière différente des deux autres & appliquée immédiatement contre elles; ſoit ſuppoſé, par les raiſons expliquées dans l'*article 269 du Tome III de nos Opuſcules*, $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{p}$, $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\lambda}$, & par conſéquent à cauſe de l'aberration de réfrangibilité ſuppoſée nulle, $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'}$ ou $\frac{1}{\lambda'} = -\frac{k}{\lambda}$.

(2.) On trouvera par les formules précédentes & par celles des *articles 270 & 276 de l'ouvrage cité*, que l'aberration longitudinale

longitudinale de sphéricité sera représentée par une quantité de cette forme $(\gamma^2 + n^2)\ \frac{A'}{2rr\lambda} + \frac{B'}{2pr\lambda} + \frac{C'}{2r\lambda\lambda} + \frac{D'}{2pp\lambda} + \frac{E'}{2p\lambda\lambda} + \frac{F'}{2\lambda^3}) + \frac{2\alpha n}{\delta}\ (\frac{G'}{2r\lambda} + \frac{L'}{2p\lambda} + \frac{M'}{2\lambda\lambda}$; & l'aberration latitudinale sera égale à $(\frac{G'}{2r\lambda} + \frac{L'}{2p\lambda} + \frac{M'}{2\lambda\lambda})\ (\gamma^2 + n^2)$, en faisant abstraction du terme constant indestructible, & du coëfficient constant $\frac{\alpha R}{\delta}$.

(3.) Si l'on fait dans ces formules $\frac{1}{p} = \frac{1}{\lambda}$; c'est-à-dire $\frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = 0$, ce cas se réduira à celui du §. VIII, en sorte qu'on aura $A' = A + E$

$$B' + C' = B + D - 2\ E$$
$$D' + E' + F' = C - D + E;$$
$$G' = F + H$$
$$L' + M' = K - H.$$

(4.) Or on trouve (*art. 270 de l'ouvrage cité*, en remarquant que m' est ici pour M):

$$B' = k\ (\frac{2}{m} - \frac{2}{m'} + \frac{4m}{m'} - \frac{4m'}{m})$$
$$D' = k\ (\frac{2m'}{m^2} - \frac{2}{2m} - \frac{2}{2m'})$$
$$E' = k^2\ (\frac{2m}{m'^2} - \frac{2}{2m} - \frac{2}{2m'})$$
$$L' = k\ (P'm - Pm').$$

(5.) D'où il sera aisé de tirer par un calcul très-simple les valeurs de $A', C', F'\ G', M'$; celles de A, B, C, D, E, F, K, H, étant supposées connues.

(6.) L'avantage de cette méthode, consiste en ce qu'ayant trouvé les coëfficiens A, B, C, &c. pour le cas de deux lentilles de différente matière très-proches l'une de l'autre, on a

très-promptement les coëfficiens A', C', F', G', M' pour le cas de trois lentilles contiguës, dont les deux extérieures sont de la même matière ; il ne faut pour cela que trouver les coëfficiens B', D', E', L', dont le calcul est heureusement très-court.

(7.) On aura donc

$$A' = A + E$$
$$C' = B + D - 2E - B'$$
$$F' = C - D + E - D' - E'$$
$$G' = F + H$$
$$M' = K - H - L'.$$

(8.) Dans le cas de trois lentilles contiguës, si l'on fait les deux aberrations égales à zéro, autant qu'il est possible, on aura $\frac{1}{r} = -\frac{L'}{G'p} - \frac{M'}{G'\lambda}$, & $\frac{A'L'L' - B'L'G' + D'G'^2}{pp}$

$$+ \frac{2A'M'L' - B'M'G' - C'L'G' + E'G'^2}{p\lambda}$$
$$+ \frac{A'M'^2 - C'M'G' + F'G'^2}{\lambda\lambda} = 0.$$

(9.) On aura donc $\frac{1}{p}$ en $\frac{1}{\lambda}$; de-là $\frac{1}{r}$ en $\frac{1}{\lambda}$ par l'équation $\frac{1}{r} = -\frac{L'}{Gp} - \frac{M'}{G'\lambda}$; & les rayons ρ, r', ρ', par les équations $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{p}$, $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'} = -\frac{k}{\lambda}$; $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\lambda}$; ce qui donne

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p}$$
$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{\rho} + \frac{k}{\lambda}$$
$$\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{r'} + \frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda}.$$

(10.) Enfin R étant supposée la distance focale, on aura λ en R par l'équation $\frac{P-1}{\lambda} + \frac{(P'-1)\times -k}{\lambda} = \frac{1}{R}$.

(11.) Si on se borne à l'équation $\frac{1}{r} = -\frac{L'}{G'p} - \frac{M'}{G'\lambda}$, l'aberration restante sera proportionnelle à

$$\frac{A'L'L' - B'L'G' + D'G'^2}{2G'^2pp} + \frac{2A'M'L' - B'M'G' - C'L'G' + E'G'^2}{2G'^2p\lambda} + \frac{A'M'^2 - C'M'G' + F'G'^2}{2G'^2\lambda\lambda}.$$

§. X.

Application des formules précédentes à trois lentilles, immédiatement appliquées l'une contre l'autre, deux de verre commun & celle du milieu de cristal d'Angleterre.

(1.) Nous supposerons, quant à présent, comme dans les *Mémoires de l'Académie de 1757 & 1762*, que le rapport des sinus dans le verre commun est 1,55; que le rapport des mêmes sinus dans le cristal d'Angleterre est 1,6; enfin que $\frac{dP}{dP'} = \frac{2}{3}$.

(2.) Soit donc $P = 1{,}55$; $P' = 1{,}6$; $k = \frac{2}{3}$;

on aura

$$\begin{aligned} A &= +\ 1{,}2596 \\ B &= -\ 2{,}2550 \\ C &= +\ 1{,}2024 \\ D &= +\ 0{,}3100 \\ E &= -\ 0{,}9000 \\ F &= +\ 0{,}9048 \\ K &= -\ 0{,}7016 \\ H &= -\ 0{,}6500. \end{aligned}$$

(3.) Par conséquent

$$\begin{aligned} A + E &= +\ 0{,}3596 \\ B + D - 2E &= -\ 0{,}1450 \\ C - D + E &= -\ 0{,}0076, \end{aligned}$$

(4.) Donc
$$A' = + 0,3596$$
$$B' = + 0,1029$$
$$C' = - 0,2479$$
$$D' = - 0,0980$$
$$E' = + 0,0681$$
$$F' = + 0,0223$$
$$G' = + 0,2548$$
$$L' = + 0,0424$$
$$M' = - 0,0940.$$

(5.) De-là on tire aisément les valeurs des quantités $A' L''$, $B' L' G'$, &c. dans la formule de l'*art.* 8, §. *IX*, ce qui donne

$$- \frac{0,0068279}{pp} + \frac{0,0066979}{p\lambda} - \frac{0,0013123}{\lambda\lambda} = 0.$$

(6.) D'où résulteront deux valeurs de $\frac{1}{p}$, savoir

$$\frac{1}{p} = + \frac{0,7114}{\lambda}, \quad \frac{1}{p} = + \frac{0,2696}{\lambda}.$$

(7.) La première valeur de $\frac{1}{p}$, donne

$$\frac{1}{r} = + \frac{1}{\lambda} \times 0,2506$$
$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} = - \frac{1}{\lambda} \times 0,4608$$
$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\lambda} = + \frac{1}{\lambda} \times 0,2058$$
$$\frac{1}{\rho'} \text{ ou } \frac{1}{r'} + \frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}$$
$$= - 0,0828.$$

(8.) La seconde valeur de $\frac{1}{p} = + \frac{0,2696}{\lambda}$, donne

$$\frac{1}{r} = + \frac{1}{\lambda} \times 0,3240$$
$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} = + \frac{1}{\lambda} \times 0,0544$$
$$\frac{1}{r'} = + \frac{1}{\lambda} \times 0,7210$$

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{r'} + \frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{r} + \frac{k}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}$$
$$= -\frac{1}{\lambda} \times 0{,}0094.$$

(9.) Or $\lambda = 0{,}15\ R$, puisque l'on a (§. *IX*, *art.* 10)

$$\frac{P-1}{\lambda} - \frac{2 \times (P'-1)}{3\lambda} = \frac{1}{R}$$

ou $$\frac{0{,}55}{\lambda} - \frac{2 \times 0{,}6}{3\lambda} = \frac{1}{R}.$$

(10.) Donc $r = +\ 0{,}5986\ R$

$\rho = -\ 0{,}3255\ R$

$r' = +\ 0{,}7288\ R$

$\rho' = -\ 1{,}8116\ R.$

(11.) Ou bien $r = +\ 0{,}4630\ R$

$\rho = +\ 2{,}7574\ R$

$r' = +\ 0{,}2081\ R$

$\rho' = -\ 15{,}594\ R.$

(12.) Le premier de ces objectifs a cela d'avantageux, qu'aucune des surfaces n'a un rayon trop grand ni trop petit, & que la courbure de la surface qui a le plus petit rayon est beaucoup plus petite que dans les objectifs proposés jusqu'ici, objectifs dans lesquels deux rayons au moins sont au-dessous de $\frac{1}{5}$ R * ; au lieu qu'ici le plus petit rayon n'est guère que $\frac{1}{3}$ R dans le premier objectif, & tous les autres rayons sont beaucoup plus grands.

(13.) Le second objectif a l'un de ses rayons beaucoup plus petit que le plus petit rayon du premier; mais cet objectif en récompense a deux autres rayons plus grands que R, & dont même l'un surpasse 15 R; au lieu que le plus grand rayon de l'autre n'est pas $=$ 2 R. Je crois donc que ces deux objectifs ont (au moins dans la théorie) chacun leurs avantages réciproques; l'expérience nous apprendra celui qu'on doit préférer; nous pourrons donner d'ailleurs dans la suite quelques vues utiles

* Voyez les Mémoires de l'Académie de 1762, *pages 613* & *615*.

pour en faire la comparaison ; nous nous contenterons seulement de remarquer quant-à-présent que la grandeur du dernier rayon du second objectif peut le rendre plus difficile à construire que le premier : ainsi c'est à la construction de ce premier objectif que nous exhortons principalement les Artistes de s'appliquer.

(14.) Les valeurs des rayons r, ρ, r', ρ', données ci-dessus, peuvent n'être pas d'une exactitude bien rigoureuse dans les dernières décimales ; mais cette considération est ici de peu d'importance, l'objectif proposé ayant cet avantage, que des erreurs, mêmes considérables, commises dans les valeurs des rayons, ne nuisent presque pas sensiblement à sa bonté ; c'est ce que je ferai voir dans la suite de ce Mémoire, sauf à donner dans un autre (si la chose peut être utile) des valeurs encore plus exactes des rayons de cet objectif.

(15.) Le 7 Février 1765, M. Short a appris à la Société Royale, que M. Dollond le fils avoit construit une lunette achromatique de trois pieds & demi de foyer, portant trois pouces & demi d'ouverture & grossissant cent cinquante fois le diamètre des objets. L'objectif de cette lunette est composée de deux lentilles convexes de *crown-glass*, & d'une concave de *flint-glass* placée au milieu ; ce qui revient assez au premier des deux objectifs dont j'ai donné les dimensions. Mais on ne nous dit point suivant quelles proportions M. Dollond le fils a construit cet objectif ; il paroît même qu'il n'y est parvenu que par une espèce de tatonnement, auquel cas il pourroit n'avoir pas encore donné à cet objectif les véritables dimensions nécessaires pour qu'il produise le plus grand effet possible. On voit d'ailleurs par mes calculs, qu'outre cet objectif, composé de deux lentilles convexes & d'une concave, il y en a un autre qui étant bien construit, paroît devoir faire le même effet, & qui est composé d'un ménisque de verre commun ou *crown-glass*, d'une lentille convexe de la même matière, & d'un ménisque de cristal d'Angleterre ou *flint-glass* placé entre-deux.

(16.) Je dois cependant observer que les dimensions des objectifs proposés, sont dépendantes des suppositions de $P = 1,55$; $P' = 1,6$; $\frac{dP'}{dP} = \frac{3}{2}$; suppositions d'après

lesquelles on a déjà formé d'excellens objectifs composés de deux lentilles très-proches l'une de l'autre: ainsi on ne pourra employer en toute sûreté nos formules que sur des matières semblables à celles dont les objectifs proposés dans les *Mémoires de l'Académie de 1762*, ont été formés; objectifs dans lesquels les valeurs de P, P', & $\frac{dP'}{dP}$ étoient celles qu'on vient de supposer. Mais il faut remarquer que si on commettoit une erreur tant soit peu considérable dans la valeur de $\frac{dP'}{dP}$, il pourroit en résulter beaucoup d'inconvéniens dans la construction des surfaces qui composent l'objectif. Par exemple, si $\frac{dP'}{dP}$, au lieu d'être $\frac{3}{2}$, étoit $= \frac{32}{20}$, on peut trouver par un calcul assez facile, que l'aberration de réfrangibilité ne seroit plus nulle, mais qu'elle seroit à celle d'une lentille bi-convexe isocèle de verre commun, à peu-près comme $\frac{100}{225}$ à $\frac{20}{11}$, c'est-à-dire comme 11 à 45; cet inconvénient & les moyens par lesquels on y peut remédier, seront un des objets d'un second Mémoire. Je me bornerai, quant à présent, à faire sentir en quoi consistent les avantages de l'objectif proposé, sur ceux qu'on a construits jusqu'ici, au moins d'après la théorie.

(17.) Au reste, comme les valeurs de P, de P' & de $\frac{dP'}{dP}$ peuvent n'être pas absolument les mêmes dans toutes les espèces de verre commun, de cristal d'Angleterre, & d'autres matières semblables, il sera très-bon, si on veut avoir les objectifs les plus parfaits qu'il sera possible, de mesurer la quantité précise de ces valeurs pour les matières qu'on emploie à la construction de ces objectifs, & de substituer ensuite ces valeurs dans nos formules pour déterminer les courbures qui en résultent dans les surfaces de l'objectif: l'utilité principale de notre travail est dans ces formules mêmes & dans les conséquences qu'on en peut tirer; l'application du calcul numérique à ces formules est principalement l'affaire des Artistes, suivant le degré de réfraction des matières dont ils feront usage;

objet sur lequel ils ne sont pas d'accord, soit par la différence des matières mêmes, soit par le plus ou le moins d'exactitude de leurs observations.

§. X I.

Avantages de l'objectif proposé dans le Paragraphe précédent.

(1.) Cet objectif a cela d'avantageux, que quand on commettroit des erreurs considérables dans les valeurs de $\frac{1}{p}$ & de $\frac{1}{r}$, l'aberration resteroit encore très-petite ou du moins assez peu considérable pour ne produire qu'une altération insensible dans la netteté & le degré de lumière de l'objet; c'est ce que nous allons prouver.

(2.) Nous avons vu ci-dessus (*§. II, art. 1*) que l'aberration longitudinale dans un miroir dont le rayon est *r*, est proportionnelle à $\frac{y^2 + n^2}{r^3}$; or la distance focale étant *R*, on a $R = \frac{r}{2}$: donc, toutes choses d'ailleurs égales, l'aberration longitudinale du miroir est proportionnelle à $\frac{1}{8R^3} =$ (à cause de $\lambda = 0{,}15\,R$) $\frac{0{,}003375}{8\lambda^3} = \frac{0{,}000423}{\lambda^3}$,

(3.) Cette quantité est, comme l'on voit, très-petite; & comme l'effet des télescopes catoptriques est considérable, ces télescopes n'ayant que cette seule aberration, du moins pour les objets placés dans l'axe, on peut en conclure qu'un objectif achromatique sera excellent quand son aberration longitudinale ne sera pas plus grande que 0,000423.

(4.) Dans le même miroir, l'aberration latitudinale sera $\frac{y^2 + n^2}{r^2}$ (*§. II, art. 1*), c'est-à-dire proportionnelle à $\frac{1}{4R^2}$ ou $\frac{0{,}0225}{4\lambda^2} = 0{,}0056$,

(5.)

(5.) Ainſi toutes les fois que l'aberration latitudinale ne ſera pas plus grande que 0,0056 dans l'objectif achromatique, on pourra en conclure que cet objectif eſt excellent.

(6.) Il faut de plus remarquer que dans ces miroirs, lorſque l'objet eſt placé hors de l'axe, il y a une partie de l'aberration longitudinale proportionnelle (§. *II, art. 1*) à $\frac{2\alpha n}{\delta rr}$, en ſuppoſant δ infinie; c'eſt-à-dire à $\pm\frac{\alpha\zeta}{2\,\delta\,R^2}$, en prenant ζ pour le demi-diamètre de l'ouverture, qui donne la plus grande valeur poſſible de $\frac{2\alpha n}{\delta r^2}$, n étant ſuppoſé ſucceſſivement poſitif & négatif; ainſi cette partie de l'aberration pourroit aller à $\pm\frac{\alpha\zeta}{\delta}\times 0{,}0112$; quantité beaucoup plus conſidérable que l'aberration 0,000423 pour les objets placés dans l'axe.

(7.) Mais comme cette aberration 0,0112 pour les rayons obliques, ne paroît point nuire à l'effet des téleſcopes catoptriques, & ne les empêche pas de ſupporter des oculaires d'un foyer beaucoup plus petit que ne feroit un objectif ſimple de lunette ordinaire; nous pouvons en conclure qu'un objectif achromatique dans lequel l'aberration latitudinale ne ſera pas plus grande que 0,0056, & l'aberration longitudinale plus grande que 0,000423 pour les objets placés dans l'axe, ſera un objectif excellent; car l'aberration longitudinale totale de cet objectif ne ſera jamais $> \frac{\zeta^2 R^2}{\lambda^3}\times 0{,}000423 \pm \frac{2\alpha n R^2}{\delta\lambda^2}\times 0{,}0056$, c'eſt-à-dire plus grande que l'aberration du téleſcope.

(8.) Comme l'imperfection des objectifs bi-convexes ordinaires, ſimples & non achromatiques, vient principalement de l'aberration de réfrangibilité, & que l'aberration de ſphéricité y eſt beaucoup moins conſidérable, nous allons chercher l'aberration de ſphéricité de ces ſortes d'objectifs; & nous pourrons en conclure qu'un objectif achromatique ſera très-bon, quand ſon aberration de ſphéricité ne ſera pas plus grande que celle d'un objectif ſimple bi-convexe iſocèle.

(9.) L'aberration longitudinale d'une lentille bi-convexe; en supposant $P = \frac{31}{20}$, est *(art. 172 de l'Ouvrage cité)* $\frac{25236}{12400\, r^3} =$ (à cause de $\frac{2(11)}{20r} = \frac{1}{R}$ & de $R = \frac{100\,\lambda}{15}$) $= \frac{25236}{12400} \times \frac{10^3}{11^3} \times \frac{0{,}003375}{\lambda^3} = \frac{0{,}0051605}{\lambda^3}$.

(10.) Quant à l'aberration latitudinale, elle sera égale à $\frac{P - P^2}{2\,\lambda^2} + \frac{P - m}{2\,\lambda\, r} = \frac{P - 1}{2\,\lambda} \left(- \frac{P}{\lambda} + \frac{P + 1}{Pr}\right) =$ (à cause de $\frac{P - 1}{\lambda} = \frac{1}{R}$ & de $\frac{1}{r} = \frac{1}{2\,\lambda}$) $- \frac{1}{4RR} \times \left(\frac{P + 1 - 2PP}{P(P - 1)}\right) = \frac{-0{,}0225}{4\,\lambda\lambda} \times \frac{-2{,}2550}{1{,}55 \times 0{,}55} = \frac{+0{,}014879}{\lambda\lambda}$.

(11.) D'où on peut conclure, par les mêmes raisons que dans l'*art. 7*, qu'un objectif achromatique sera encore très-bon, quand son aberration longitudinale, pour les objets placés dans l'axe, ne sera pas plus grande que 0,0051605, & son aberration latitudinale plus grande que 0,014879.

(12.) Venons maintenant à l'objectif proposé dans le *§. X*, & d'abord supposons $\frac{1}{r} = - \frac{L'}{Gp} - \frac{M'}{G'\lambda}$, pour que l'aberration en largeur soit toujours détruite autant qu'il est possible: faisons ensuite dans l'équation de l'*art. 8, §. IX*, le coëfficient de $\frac{1}{pp} = \alpha$; celui de $\frac{1}{p\lambda} = \mathfrak{C}$, celui de $\frac{1}{\lambda\lambda} = \gamma$, on aura *(art. 11, §. IX)* $\frac{\alpha}{2G'Gpp\lambda} + \frac{\mathfrak{C}}{2G'Gp\lambda^2} + \frac{\gamma}{2G'G\lambda^3}$ pour l'aberration longitudinale; donc si on suppose que $\frac{1}{p}$ soit la valeur propre à rendre cette aberration $= 0$, on aura $\frac{1}{p}$ égal à $\frac{-\mathfrak{C} \pm \sqrt{(\mathfrak{C}^2 - 4\alpha\gamma)}}{2\,\alpha\,\lambda}$; mettons présentement dans l'expression de l'aberration, $\frac{1}{p} + \frac{\mathfrak{C}'}{\lambda}$ à la place de $\frac{1}{p}$, & l'aberration sera $\pm \frac{\mathfrak{C}' \sqrt{(\mathfrak{C}^2 - 4\alpha\gamma)}}{2\,\lambda^3\, G'^2} + \frac{\alpha\,\mathfrak{C}'^2}{2\lambda^3 G'^2}$.

(13.) Or puisque $G' = + 0,2548$, on aura $G'^2 = 0,06492304$, & de plus (*§. X, art. 5*) $\alpha = - 0,0068279$, $\beta = + 0,0066979$, $\gamma = - 0,0013123$; donc $\sqrt{(\beta^2 - 4\alpha\gamma)} = \pm 0,0030166$; donc l'aberration est égale à $\frac{\beta'}{2\lambda^3}\left(\pm \frac{0,030166}{0,0649230} - \frac{0,0068279\,\beta'}{0,0649230}\right) = \frac{\beta'}{\lambda^3} \times (\pm 0,023232 - 0,05258\,\beta')$.

(14.) Supposons que le radical $\sqrt{(\beta^2 - 4\alpha\gamma)}$ ait le signe $+$, ce qui donne $\frac{1}{p} = \frac{0,2696}{\lambda}$, & faisons $\beta' = - \frac{1}{10}$, on aura l'aberration $= \frac{1}{\lambda^3} \times 0,0028490$, qui est presque la moitié moindre que l'aberration longitudinale d'une lentille bi-convexe isocèle de même foyer.

(15.) Et si on suppose $\beta' = - \frac{1}{100}$, on aura l'aberration $= \frac{1}{\lambda^3} \times 0,00023758$, qui est presque la moitié plus petite que l'aberration longitudinale d'un télescope catoptrique.

(16.) Si on supposoit $\beta' = + \frac{1}{10}$ ou $+ \frac{1}{100}$, le radical $\sqrt{(\beta^2 - 4\alpha\gamma)}$ ayant toujours le signe $+$, c'est-à-dire, $\frac{1}{p}$ étant $= + \frac{0,2696}{\lambda}$, l'aberration seroit encore beaucoup moindre, savoir, dans le premier cas $\frac{1}{\lambda^3} \times 0,0017974$, & dans le second $\frac{1}{\lambda^3} \times 0,00022706$.

(17.) Si la quantité radicale $\sqrt{(\beta^2 - 4\alpha\gamma)}$ est supposée avoir le signe $-$, ce qui donne $\frac{1}{p} = + \frac{0,7114}{\lambda}$, les conclusions seront les mêmes, avec cette différence qu'il faudra prendre $\beta' = + \frac{1}{10}$ ou $\beta' = + \frac{1}{100}$ dans le cas des *art. 14 & 15*, c'est-à-dire dans le cas où l'on voudra que les

deux parties de l'aberration aient le même signe, pour rendre l'aberration plus grande; & $ϛ' = -\frac{1}{10}$ ou $ϛ' = -\frac{1}{100}$ dans le cas de l'*art. 16*, pour rendre les deux parties de différens signes & l'aberration plus petite: il faudra seulement changer le signe du dernier résultat; en sorte que l'aberration sera dans les deux premiers cas $-\frac{0{,}0028490}{\lambda^3}$ & $-\frac{0{,}00023758}{\lambda^3}$, & dans les deux autres $-\frac{0{,}0017974}{\lambda^3}$ & $-\frac{0{,}00022706}{\lambda^3}$.

(18.) On verra de plus que si $ϛ' = +\frac{1}{2}$ dans le cas où la quantité 0,023232 a le signe $+$, ou si $ϛ = -\frac{1}{2}$ dans le cas où cette quantité a le signe $-$ (erreur sans comparaison plus grande que celle de $ϛ = \pm\frac{1}{10}$) l'aberration sera $-$ 0,00153, qui est beaucoup plus petite que celle d'une lentille bi-convexe isocèle. Le nouvel objectif qui résulteroit de cette hypothèse sera donc encore très-bon, pourvu que quelques-uns des rayons n'aient pas alors une courbure trop grande ou trop petite; c'est ce que nous examinerons plus bas.

§ XII.

Autres objectifs excellens, composés de trois lentilles.

(1.) Il est aisé de voir par le paragraphe précédent, qu'on pourroit commettre de très-grandes erreurs dans la valeur de $\frac{1}{r}$, sans que l'objectif cessât d'être excellent; car l'aberration latitudinale seroit nulle ou insensible, en faisant $\frac{1}{r} = -\frac{P}{G'p} - \frac{M'}{G'\mu}$; & l'aberration longitudinale seroit fort au-dessous de celle d'une lentille simple de même foyer, si $ϛ'$ étoit $= \pm\frac{1}{10}$, & fort au-dessous même de celle d'un télescope catoptrique si $ϛ'$ étoit $= \pm\frac{1}{100}$.

(2.) Il eſt vrai que dans ce cas ſi on ſuppoſe que $\frac{\mathfrak{C}'}{\lambda}$ ſoit l'erreur commiſe dans la valeur de $\frac{1}{p}$, il faudra, pour que l'aberration en largeur ſoit nulle, comme on le ſuppoſe, que l'erreur commiſe dans la valeur de $\frac{1}{r}$ ſoit égale à la quantité

$$-\frac{\mathfrak{C}'\cdot L'}{G'\lambda} = -\frac{\mathfrak{C}'\times 424}{2548} = -\mathfrak{C}'\times 0{,}1664;$$

d'où il s'enſuit que l'erreur commiſe dans la valeur de $\frac{1}{\rho}$ $= \frac{1}{r} - \frac{1}{p}$, ſera $-\mathfrak{C}'\times 1{,}1664$; dans la valeur de $\frac{1}{r'}$ elle ſera auſſi $-\mathfrak{C}'\times 1{,}1664$; & enfin dans celle de $\frac{1}{\rho'}$ elle ſera $-\mathfrak{C}'\times 0{,}1664$.

(3.) Pour rendre l'objectif encore meilleur, on pourra y joindre cette condition, que la courbure d'aucune des ſurfaces ne ſoit plus petite que dans le cas où l'aberration eſt $= 0$, afin d'éviter les erreurs qui pourroient naître de cette augmentation de courbure; d'où il eſt aiſé de voir 1.° que dans le cas de $\frac{1}{p} = +\frac{0{,}7114}{\lambda}$, il faut que $\mathfrak{C}'$ ſoit négatif, afin que le rayon ρ, qui eſt donné par l'équation $\frac{1}{\rho} = -\frac{0{,}4608}{\lambda} - \frac{\mathfrak{C}'\times 1{,}1664}{\lambda}$ devienne plus grand. 2.° Que dans le cas de $\frac{1}{p} = +\frac{0{,}2696}{\lambda}$, il faut que $\mathfrak{C}'$ ſoit poſitif, afin que le rayon r' de la troiſième ſurface, donné par l'équation $\frac{1}{r'} = +\frac{0{,}7210 - \mathfrak{C}'\times 1{,}1664}{\lambda}$ devienne plus grand.

(4.) Soit donc $\mathfrak{C} = -\frac{1}{10}$ & $\frac{1}{p} = +\frac{0{,}7114}{\lambda}$, on aura

$$\frac{1}{r} = \frac{0{,}2506 + 0{,}0166}{\lambda} = +\frac{0{,}1672}{\lambda}, \text{ ou } r =$$

à peu-près $\frac{15.R}{27} = \frac{5R}{9}$.

$$\frac{1}{\rho} = - \frac{0,4608 - 0,1166}{\lambda} = - \frac{0,3442}{\lambda}; \text{ ou}$$

$\rho =$ à peu près $- \frac{15 R}{35} = - \frac{3 R}{7}$.

$$\frac{1}{r'} = + \frac{0,2058 + 0,1166}{\lambda} = + \frac{0,3224}{\lambda} \text{ ou}$$

$r' =$ à peu-près $\frac{15 R}{32} = R \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{30}\right)$.

$$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0,0828 - 0,0166}{\lambda} = - \frac{0,0662}{\lambda}; \text{ ou}$$

$\rho' =$ à peu-près $- \frac{150 R}{66} = - \frac{25 R}{11}$; & l'aberration sera (§. *XI, art. 17*) $= - \frac{0,0017974}{\lambda^3}$, qui n'est pas le tiers de l'aberration d'une lentille bi-convexe isocèle.

(5.) Soit ensuite $\zeta' = + \frac{1}{10}$, & $\frac{1}{p} = + \frac{0,2596}{\lambda}$, on aura

$$\frac{1}{r} = + \frac{0,3240 - 0,0166}{\lambda} = + \frac{0,3074}{\lambda}; \text{ ou}$$

$\rho =$ à peu-près $\frac{15 R}{31}$.

$$\frac{1}{\rho} = + \frac{0,0544 - 0,1166}{\lambda} = - \frac{0,0622}{\lambda}; \text{ ou}$$

$\rho =$ à peu-près $- \frac{15 R}{6}$.

$$\frac{1}{r'} = + \frac{0,7210 - 0,1166}{\lambda} = + \frac{0,6044}{\lambda}, \text{ ou}$$

$r' =$ à peu-près $\frac{15 R}{60} = \frac{R}{4}$.

$$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0,0094 + 0,0166}{\lambda} = - \frac{0,0260}{\lambda}, \text{ ou}$$

$\rho' =$ à peu-près $- \frac{75 R}{13}$, & l'aberration sera la même que dans l'article précédent. On peut remarquer ici que le second rayon ρ est devenu négatif, de positif qu'il étoit dans le cas de l'*art. 8, §. X*; ce qui donne un objectif de la même forme que celui de l'*art. 7, §. X*, & qui fera, à peu de chose près, le même effet.

(6.) Voyons maintenant dans quelles limites ces objectifs peuvent être renfermés, en n'exigeant pas nécessairement la condition énoncée dans l'*article 3* ci-dessus, que la courbure des surfaces ne soit pas plus petite que dans le cas de l'aberration nulle; condition au reste que nous n'avons ajoutée que pour donner à l'objectif un plus grand degré de perfection, & qui, comme nous le verrons plus bas, ne paroît pas absolument essentielle à la bonté de cet objectif, du moins si on n'a pas besoin d'un objectif très-parfait.

§. XIII.

Limites dans lesquelles peuvent être renfermés les objectifs du Paragraphe précédent.

(1.) Puisque $\frac{\alpha}{2G'Gp^2\lambda} + \frac{\beta}{2G'^2p\lambda\lambda} + \frac{\gamma}{2G'^2\lambda^3}$ est l'aberration, & qu'elle est nulle dans le cas où $\frac{1}{p} = \frac{-\beta \pm \sqrt{(\beta^2 - 4\alpha\gamma)}}{2\alpha}$, elle sera la plus grande dans le cas où on aura $\frac{2\alpha}{p} + \frac{\beta}{\lambda} = 0$; ce qui donne l'aberration égale à $\frac{4\alpha\gamma - \beta^2}{8\alpha\lambda^3G'^2} = \frac{-0{,}00000910}{8\times -0{,}0068729\lambda^3\times 0{,}064923} = + \frac{0{,}0025492}{\lambda^3}$: or cette quantité est plus grande que l'aberration du télescope, mais plus petite de la moitié que celle de la lentille bi-convexe.

(2.) Donc toutes les valeurs de $\frac{1}{p}$, qu'on prendra entre $+\frac{0{,}7114}{\lambda}$ & $+\frac{0{,}2696}{\lambda}$, donneront une très-petite aberration, & par conséquent un très-bon objectif: il faudra seulement avoir attention que les valeurs de $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{p'}$ qui en résulteront ne soient pas trop petites ni trop grandes; trop petites, parce que les termes négligés dans le calcul de l'aberration

pourroient alors produire un effet sensible; trop grandes, parce que les surfaces auroient trop de difficultés dans leur construction.

(3.) Donc, puisque la différence de 0,7114 & 0,2696 est $=$ 0,4418, en sorte que 0,2696 $=$ 07114 $-$ 0,4418 & 0,7114 $=$ 0,2696 $+$ 0,4418; il est clair que C' doit être supposé négatif dans le cas où $\frac{1}{p} = \frac{0,7114}{\lambda}$, & positif dans celui où $\frac{1}{p} = + \frac{0,2696}{\lambda}$, afin que les valeurs de $\frac{1}{p}$ supposées $= \frac{0,7114 + C'}{\lambda}$ & $\frac{0,2696 + C'}{\lambda}$, ne sortent point des limites 0,7114 & 0,2696; nous verrons plus bas le moyen d'étendre plus loin ces limites. On aura donc quant-à-présent, 1.° en supposant $n =$ ou $<$ que l'unité,

$$\frac{1}{r} = + \frac{0,2506 + n \times 0,4418 \times 0,1664}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho} = - \frac{0,4608 - n \times 0,4418' \times 1,1664}{\lambda},$$

$$\frac{1}{r'} = + \frac{0,2058 + n \times 0,4418 \times 1,1664}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0,0828 - n \times 0,4418 \times 0,1664}{\lambda},$$

2.° $$\frac{1}{r} = + \frac{0,3240 - n \times 0,4418 \times 0,1664}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho} = + \frac{0,0544 - n \times 0,4418 \times 1,1664}{\lambda},$$

$$\frac{1}{r'} = + \frac{0,7210 - n \times 0,4418 \times 1,1664}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0,0094 + n \times 0,4418 \times 0,1664}{\lambda},$$

(4.) De plus, il est aisé de voir que lorsque $n = 1$ dans le premier cas, les valeurs de r, ρ, r', ρ', deviennent celles du §. *X, art. 8*, & que lorsque $n = 1$ dans le second cas, elles deviennent celles de l'*art.* 7 du même §. *X*, puisqu'alors l'aberration est nulle, 0,7114 $-$ C' étant $=$ 0,2696, & 0,2696 $+$ C' étant $=$ 0,7114; d'où il s'ensuit 1.° que 0,4418 $\times$ 0,1664 $=$ 0,3240 $-$ 0,2506 $=$

$+$

+ 0,0734; 2.° que 0,4418 × 1,1664 = 0,4608 + 0,0544 = 0,5152 : ce qui se peut encore voir autrement, en considérant que 0,4418 × 1,1664 = 0,4418 + 0,4418 × 0,1664 = 0,4418 + 0,0734 = 0,5152.

(5.) Donc on aura, en supposant n positif, & égal ou plus petit que l'unité :

$$\frac{1}{r} = + \frac{0,2506 + 0,0734\,n}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\rho} = - \frac{0,4608 - 0,5152\,n}{\lambda}$$

$$\frac{1}{r'} = + \frac{0,2058 + 0,5152\,n}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0,0828 - 0,0734\,n}{\lambda}$$

ou $$\frac{1}{r} = + \frac{0,3240 - 0,0734\,n}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\rho} = + \frac{0,0544 - 0,5152\,n}{\lambda}$$

$$\frac{1}{r'} = + \frac{0,7210 - 0,5152\,n}{\lambda}$$

$$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0,0094 + 0,0734\,n}{\lambda}$$

(6.) Il est clair par ces formules, qu'on peut construire une infinité d'objectifs excellens en ne prenant pas n plus grand que l'unité, & en faisant celui du milieu de cristal d'Angleterre, & les deux autres de verre commun. Il est vrai qu'en supposant n égal à $\frac{1}{2}$, le rayon r' de la première combinaison se trouveroit $= \frac{\lambda}{0,4634}$, & par conséquent un peu plus petit que le rayon $\rho = - \frac{\lambda}{0,4608}$ dans le cas de l'aberration nulle; & qu'en supposant $n = 1$, le rayon r' seroit $= \frac{\lambda}{0,7210}$ qui est encore beaucoup plus petit. Mais comme il y a tout lieu de présumer que des objectifs dans

lesquels deux rayons sont égaux à $\pm \lambda$ ou $\pm$ 0,15 R sont encore très-bons *, je pense que ce inconvénient de r' plus grand que la valeur de ρ répondante à une aberration nulle, ne doit pas nous arrêter. D'après cette considération, on va voir qu'on peut étendre beaucoup plus loin les limites de ces objectifs.

* Mem. Acad. 1762, p. 620.

(7.) En effet, puisque dans les objectifs dont nous venons de parler, l'aberration ne monte tout au plus qu'à 0,0025492 qui n'est pas la moitié de l'aberration d'une lentille isocèle bi-convexe, on peut conclurre que l'objectif seroit encore bon, c'est-à-dire considérablement meilleur qu'une lentille bi-convexe isocèle, si l'aberration ne montoit qu'à 0,0051605 qui est l'aberration de sphéricité de cette lentille; il suffit donc que l'aberration $\pm$ 0,023232 $\mathfrak{C}'$ — 0,05258 $\mathfrak{C}'^2$ ne soit pas plus grande que $\pm$ 0,0051605, sur-tout si on ne donne pas à l'objectif achromatique composé, beaucoup plus d'ouverture qu'à l'objectif simple bi-convexe, & non achromatique.

(8.) Il est aisé de voir que la valeur de $\frac{1}{p} = -\frac{\mathfrak{C}}{2\alpha}$; qui donne la plus grande aberration positive + 0,0025492, est égale à la moitié de la somme de $+\frac{0,7114}{\lambda}$ & de $+\frac{0,2696}{\lambda}$, qui sont les deux valeurs de $\frac{1}{p}$ lorsque l'aberration $= 0$; donc $-\frac{\mathfrak{C}}{2\alpha} = +\frac{0,4905}{\lambda}$; donc en ce cas $\frac{1}{p} + \frac{\mathfrak{C}'}{\lambda} = +\frac{0,4905}{\lambda}$; donc $\frac{\mathfrak{C}'}{\lambda} = -\frac{0,2209}{\lambda}$ lorsque $\frac{1}{p} = \frac{+0,7114}{\lambda}$, c'est-à-dire lorsque la quantité 0,023232 $\mathfrak{C}'$ a le signe —; & $\frac{\mathfrak{C}'}{\lambda} = +\frac{0,2209}{\lambda}$ lorsque $\frac{1}{p} = +\frac{0,2696}{\lambda}$, c'est-à-dire lorsque la quantité 0,023232 $\mathfrak{C}'$ a le signe +.

(9.) On voit de plus qu'afin que l'aberration soit $= 0$, il faut que $\mathfrak{C}' = -$ 0,4418 dans le premier cas & + 0,4418 dans le second; or 0,4418 est $< \frac{1}{2}$, & on a vu ci-dessus

(§. *XI, art. 18*) qu'en prenant $\mathfrak{C}' = \pm \frac{1}{2}$ (favoir + dans le cas où la quantité 0,023232 a le figne +, c'eft-à-dire où $\frac{1}{p} = + \frac{0,2696}{\lambda}$, & — dans le cas où elle a le figne —, c'eft-à-dire où $\frac{1}{p} = + \frac{0,7114}{\lambda}$) l'aberration eft très-petite ; on peut s'affurer même qu'elle fera encore très-peu fenfible, & fort au-deffous de 0,0051605, fi on prend $\mathfrak{C}' = \pm 0,55$, favoir + quand la quantité 0,023232 a le figne +, & — quand elle a le figne — : or $\frac{5}{4} \times (0,4418) =$ à peu-près 0,55 ; d'où il s'enfuit que dans les formules de l'*article 5* précédent, on peut prendre n non-feulement au-deffous ou égal à l'unité, mais même $= \frac{5}{4}$ ou au-deffous, fans craindre de produire une trop grande aberration.

(10.) Cependant, comme le plus petit rayon dans le cas de $n = \frac{5}{4}$ feroit donné par l'équation $\frac{1}{r'} = + \frac{0,8498}{\lambda}$, fi on craignoit que cette valeur de r' ne fût trop petite, on pourroit prendre n un peu plus petit que $\frac{5}{4}$, afin que r' ne fût pas moindre que $\frac{1}{5} R$; mais comme le rayon r' eft égal à près de 0,18 R dans le cas même de $n = \frac{5}{4}$, on pourra, je crois, s'en tenir à cette dernière fuppofition.

(11.) Ce n'eft pas tout ; fi on fait dans la formule de l'*art. 13, §. XI*, $\mathfrak{C}' = \mp 0,15$, favoir — quand la quantité 0,023232 a le figne +, & + quand elle a le figne — ; on trouvera l'aberration $= (- 0,023232 - 0,007887) \times 0,15$, qui eft beaucoup plus petite que l'aberration de l'objectif bi-convexe : or $0,15 = 0,4418 \times \frac{1}{3}$ à très-peu près ; donc dans les premières formules de l'*art. 5* précédent, on peut faire $n = -\frac{1}{3}$, fans craindre

de produire trop d'aberration; car la plus petite valeur des rayons qui en résultera, sera donnée par l'équation $\frac{1}{\rho} = -\frac{0,4608}{\lambda} - \frac{0,5152}{3\lambda} = -\frac{0,6322}{\lambda}$, qui donne un rayon beaucoup plus grand que $\frac{1}{5} R$.

(12.) A l'égard des secondes formules du même article, on pourra n'y pas supposer n négatif, si on craint que le rayon r' donné par l'équation $\frac{1}{r'} = +\frac{0,7210}{\lambda} - \frac{0,5152n}{\lambda}$, ne soit alors trop petit; cependant le rayon r' seroit dans ce cas-là même encore plus grand que $0,16\,R$, ce qui vrai-semblablement ne produira point d'inconvénient sensible.

(13.) Donc en général, on peut supposer

$$\frac{1}{r} = +\frac{0,2506+0,0734n}{\lambda}, \quad \frac{1}{\rho} = -\frac{0,4608-0,5152n}{\lambda},$$
$$\frac{1}{r'} = +\frac{0,2058+0,5152n}{\lambda}, \quad \frac{1}{\rho'} = -\frac{0,0828-0,0734n}{\lambda},$$

n étant positif depuis zéro jusqu'à $\frac{5}{4}$, & n étant négatif depuis zéro jusqu'à $-\frac{1}{3}$, ou bien

$$\frac{1}{r} = +\frac{0,3240-0,0734n}{\lambda}, \quad \frac{1}{\rho} = +\frac{0,0544-0,5152n}{\lambda},$$
$$\frac{1}{r'} = +\frac{0,7210-0,5152n}{\lambda}, \quad \frac{1}{\rho'} = -\frac{0,0094+0,0754n}{\lambda},$$

n étant positif depuis zéro jusqu'à $\frac{5}{4}$, & même n étant négatif depuis zéro jusqu'à $n = -\frac{1}{3}$.

§. XIV.

*Méthode générale pour déterminer les limites les plus grandes de l'objectif, dans la même hypothèse que celle de l'*article 2, §. XII.

(1.) Pour présenter d'une manière encore plus simple, plus

générale & plus précise, les limites dans lesquelles les objectifs peuvent être renfermés, il suffit de remarquer que l'aberration $-\frac{0,0068279}{2(0,064923)pp}+\frac{0,0066979}{2p\lambda(0,064923)}-\frac{0,0013123}{2\lambda\lambda(0,064923)}$, ne doit pas être plus grande que 0,000423 pris positivement ou négativement, si on veut comparer l'objectif achromatique à un télescope de même foyer, & qu'elle ne doit pas être plus grande que 0,0051605, pris positivement ou négativement, si on veut comparer ce même objectif à une lentille simple bi-convexe de même foyer. Or imaginant la parabole *HBDF* (*fig. 5*) dont les abscisses *AC*, à commencer du point *A*, soient égales à $\frac{1}{p}$, & dont les ordonnées soient $\frac{\alpha}{2G'G'pp}+\frac{6}{2G'^2p\lambda}+\frac{\gamma}{2G'^2\lambda\lambda}$, il est aisé de voir 1.° que l'ordonnée de cette courbe au point *A* où $\frac{1}{p}=0$, est négative; 2.° qu'aux points *B, E,* où l'ordonnée $=0$, *AB* & *AE* sont positives & réelles; 3.° que l'ordonnée *CD,* la plus grande qui soit entre *B* & *E,* est positive & plus grande que 0,000423, mais plus petite (*article 1, §. XIII*) que 0,0051605; d'où il est aisé de conclurre que les quantités 0,000423 & 0,0051605, peuvent être, la première positive ou négative, la seconde négative seulement dans l'expression de l'ordonnée.

(5.) On fera donc $-\frac{0,0068279}{pp}+\frac{0,0066979}{p\lambda}-\frac{0,0013123}{\lambda\lambda}=\mp\frac{2\times(0,000423)}{\lambda\lambda}\times(0,064923)$,

ou bien $-\frac{0,0068279}{pp}+\frac{0,0066979}{p\lambda}-\frac{0,0013123}{\lambda\lambda}=-2\times(0,0051605)\times(0,064923)$.

(6.) Ce qui donne pour la première équation,

$$\frac{1}{p}=+\frac{0,07114}{\lambda}+\frac{0,02392}{1,36558\lambda}=+\frac{0,7114+0,0175}{\lambda}=\pm\frac{0,7289}{\lambda};$$

ou $\frac{1}{p}=\pm\frac{0,2696}{\lambda}-\frac{0,02392}{1,36558\lambda}=+\frac{0,2521}{\lambda};$

ou bien $\frac{1}{p} = + \frac{0{,}7114}{\lambda} - \frac{0{,}02590}{1{,}36558\lambda} + \frac{0{,}7114 - 0{,}0189}{\lambda} = + \frac{0{,}6925}{\lambda}$;

ou $\frac{1}{p} = + \frac{0{,}2696}{\lambda} + \frac{0{,}02590}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}2885}{\lambda}$;

& pour la feconde,

$\frac{1}{p} = + \frac{0{,}7114}{\lambda} + \frac{0{,}22119}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}7114 + 0{,}1624}{\lambda} = + \frac{0{,}8738}{\lambda}$,

& $\frac{1}{p} = + \frac{0{,}2696}{\lambda} - \frac{0{,}22179}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}1072}{\lambda}$.

(7.) D'où l'on tire

$\frac{1}{r} = + \frac{0{,}2506}{\lambda} - \frac{0{,}02392 \times 0{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}2506 - 0{,}0029}{\lambda} = + \frac{0{,}2477}{\lambda}$,

$\frac{1}{\rho} = - \frac{0{,}4608}{\lambda} - \frac{0{,}02392 \times 1{,}1664}{1{,}36558\lambda} = - \frac{0{,}4608 + 0{,}0204}{\lambda} = - \frac{0{,}4812}{\lambda}$;

$\frac{1}{r'} = + \frac{0{,}2058}{\lambda} - \frac{0{,}02392 \times 1{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}2058 - 0{,}0204}{\lambda} = + \frac{0{,}1854}{\lambda}$,

$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0{,}0828}{\lambda} - \frac{0{,}02392 \times 0{,}1664}{1{,}36558\lambda} = - \frac{0{,}0828 + 0{,}0029}{\lambda} = - \frac{0{,}0857}{\lambda}$;

ou $\frac{1}{r} = + \frac{0{,}3240}{\lambda} + \frac{0{,}02392 \times 0{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}3240 + 0{,}0029}{\lambda} = + \frac{0{,}3269}{\lambda}$,

$\frac{1}{\rho} = + \frac{0{,}0544}{\lambda} + \frac{0{,}02392 \times 1{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}0544 + 0{,}0204}{\lambda} = + \frac{0{,}0748}{\lambda}$;

$\frac{1}{r'} = + \frac{0{,}7210}{\lambda} + \frac{0{,}02392 \times 1{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}7210 + 0{,}0204}{\lambda} = + \frac{0{,}7414}{\lambda}$,

$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0{,}0094}{\lambda} + \frac{0{,}02392 \times 0{,}1664}{1{,}36558\lambda} = - \frac{0{,}0094 - 0{,}0029}{\lambda} = + \frac{0{,}0065}{\lambda}$;

ou bien $\frac{1}{r} = + \frac{0{,}2506}{\lambda} + \frac{0{,}02590 \times 0{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}2506 + 0{,}0031}{\lambda}$,

$\frac{1}{\rho} = + \frac{0{,}4608}{\lambda} + \frac{0{,}02590 \times 1{,}1664}{1{,}36558\lambda} = - \frac{0{,}4608 - 0{,}0220}{\lambda}$;

$\frac{1}{r'} = + \frac{0{,}2058}{\lambda} + \frac{0{,}02590 \times 1{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}2058 + 0{,}0220}{\lambda}$,

$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0{,}0828}{\lambda} + \frac{0{,}02590 \times 0{,}1664}{1{,}36558\lambda} = - \frac{0{,}0828 - 0{,}0031}{\lambda}$;

ou bien $\frac{1}{r} = + \frac{0{,}3240}{\lambda} - \frac{0{,}02590 \times 0{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}3240 - 0{,}0031}{\lambda}$;

$\frac{1}{\rho} = + \frac{0{,}0544}{\lambda} - \frac{0{,}02590 \times 1{,}1664}{1{,}36558\lambda} = + \frac{0{,}0544 - 0{,}0220}{\lambda}$;

$$\frac{1}{r'} = +\frac{0,7210}{\lambda} - \frac{0,02590 \times 1,1664}{1,36558\lambda} = +\frac{0,7210 - 0,0220}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho'} = -\frac{0,0094}{\lambda} - \frac{0,02590 \times 0,1664}{1,36558\lambda} = -\frac{0,0094 + 0,0031}{\lambda};$$

ou encore $$\frac{1}{r} = +\frac{0,2506}{\lambda} - \frac{0,22179 \times 0,1664}{1,36558\lambda} = +\frac{0,2506 - 0,0270}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{0,4608}{\lambda} - \frac{0,22179 \times 1,1664}{1,36558\lambda} = -\frac{0,4608 + 0,1894}{\lambda};$$

$$\frac{1}{r'} = +\frac{0,2058}{\lambda} - \frac{0,22179 \times 1,1664}{1,36558\lambda} = +\frac{0,2058 - 0,1894}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho'} = -\frac{0,0828}{\lambda} - \frac{0,22179 \times 0,1664}{1,36558\lambda} = -\frac{0,0828 + 0,0270}{\lambda};$$

ou bien enfin

$$\frac{1}{r} = +\frac{0,3240}{\lambda} + \frac{0,22179 \times 0,1664}{1,36558\lambda} = +\frac{0,3240 + 0,0270}{\lambda};$$

$$\frac{1}{\rho} = +\frac{0,0544}{\lambda} + \frac{0,22179 \times 1,1664}{1,36558\lambda} = +\frac{0,0544 + 0,1894}{\lambda};$$

$$\frac{1}{r'} = +\frac{0,7210}{\lambda} + \frac{0,22179 \times 1,1664}{1,36558\lambda} = +\frac{0,7210 + 0,1894}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho'} = -\frac{0,0094}{\lambda} + \frac{0,22179 \times 0,1664}{1,36558\lambda} = -\frac{0,0094 - 0,0270}{\lambda}.$$

(8.) Le plus petit de tous ces rayons ſera donné par l'équation $\frac{1}{r'} = +\frac{0,7210}{\lambda} + \frac{0,22179 \times 1,1664}{1,36558\lambda} = \frac{0,7210 + 0,1894}{\lambda} = +\frac{0,9104}{\lambda}$; mais comme la valeur de r' qui en réſultera ſera $> 0,15R$, & que les autres rayons ſeront beaucoup plus grands, je crois que cette valeur peut être employée ſans riſque.

(9.) Au reſte on doit remarquer, que ſi on fait l'ouverture de l'objectif achromatique plus grande que celle de la lunette bi-convexe, alors l'aberration de ſphéricité deviendra plus grande que celle de cette lunette, en raiſon du quarré du diamètre de l'ouverture; c'eſt pourquoi il ſeroit peut-être à propos de ne faire l'aberration égale qu'à la moitié de celle de la lentille bi-convexe, c'eſt-à-dire $\pm$ 0,0025802;

d'où l'on tire

$$\frac{1}{p} = + \frac{0,7114}{\lambda} + \frac{0,12554}{1,36558\,\lambda} = + \frac{0,7114 + 0,0919}{\lambda}$$

$$\text{ou } \frac{1}{p} = + \frac{0,2696}{\lambda} - \frac{0,12554}{1,36558\,\lambda} = + \frac{0,2696 - 0,0919}{\lambda}.$$

(10.) Donc toutes les valeurs de $\frac{1}{p}$ renfermées entre ces deux dernières, donneront de très-bons objectifs; donc, à cause de $\frac{0,12554}{1,36558} = 0,091937$, on pourra prendre (en supposant k positif, & égal ou moindre que l'unité)

$$\frac{1}{r} = + \frac{0,2506}{\lambda} - \frac{k \times 0,091937 \times 0,1664}{\lambda} = + \frac{0,2506 - k \times 0,0153}{\lambda};$$

$$\frac{1}{\rho} = - \frac{0,4608}{\lambda} - \frac{k \times 0,091937 \times 1,1664}{\lambda} = - \frac{0,4608 + k \times 0,1072}{\lambda};$$

$$\frac{1}{r'} = + \frac{0,2058}{\lambda} - \frac{k \times 0,091937 \times 1,1664}{\lambda} = + \frac{0,2058 - k \times 0,1072}{\lambda};$$

$$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0,0828}{\lambda} - \frac{k \times 0,091937 \times 0,1664}{\lambda} = - \frac{0,828 + k \times 0,0153}{\lambda};$$

ou bien

$$\frac{1}{r} = + \frac{0,3240}{\lambda} + \frac{k \times 0,091937 \times 0,1664}{\lambda} = \frac{0,3240 + k \times 0,0153}{\lambda};$$

$$\frac{1}{\rho} = + \frac{0,0544}{\lambda} + \frac{k \times 0,091937 \times 1,1664}{\lambda} = + \frac{0,0544 + k \times 0,1072}{\lambda};$$

$$\frac{1}{r'} = + \frac{0,7210}{\lambda} + \frac{k \times 0,091937 \times 1,1664}{\lambda} = + \frac{0,7210 + k \times 0,1072}{\lambda};$$

$$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0,0094}{\lambda} + \frac{k \times 0,091937 \times 0,1664}{\lambda} = - \frac{0,0094 + k \times 0,0153}{\lambda};$$

(11.) Telles sont les limites des dimensions que peuvent avoir les rayons des différentes surfaces de l'objectif, en supposant que l'erreur commise sur $\frac{1}{p}$ soit répandue sur les valeurs de $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{\rho}$, $\frac{1}{r'}$, $\frac{1}{\rho'}$, suivant la loi exprimée ci-dessus *(art. 2, §. XII)*. Voyons maintenant quelle sera l'aberration, en supposant qu'on se trompe à la fois dans la valeur de $\frac{1}{p}$ & dans celle de $\frac{1}{r}$.

§. XV.

§. XV.

Autres objectifs excellens dans une hypothèse plus générale, la disposition des lentilles étant toujours la même.

(1.) Supposons présentement dans la valeur de l'aberration longitudinale $\frac{A'}{2rr\lambda} + \frac{B'}{2pr\lambda} + \frac{C'}{2r\lambda^2} + \frac{D'}{2pp\lambda} + \frac{E'}{2p\lambda\lambda} + \frac{F'}{2\lambda^3}$; $\frac{1}{r} + \frac{\alpha'}{\lambda}$ au lieu de $\frac{1}{r}$, & $\frac{1}{p} + \frac{\mathfrak{C}'}{\lambda}$ au lieu de $\frac{1}{p}$; $\frac{1}{p}$ & $\frac{1}{r}$ étant supposées les valeurs propres à rendre l'aberration nulle; & on aura (en faisant $\frac{1}{r} = \frac{m}{\lambda}$, $\frac{1}{p} = \frac{n}{\lambda}$, $\alpha' = \frac{t}{100}$, $\mathfrak{C}' = \frac{s}{100}$) l'aberration en longueur égale à $+ \left(\frac{0,7192\,m}{2.100} - \frac{0,2479}{2.100} + \frac{0,1029\,n}{2.100} + \frac{0,3596\,t}{2.10000}\right) t$ $+ \left(\frac{0,1029\,m}{2.100} + \frac{0,0681}{2.100} - \frac{0,1960\,n}{2.100} - \frac{0,0980\,s}{2.10000}\right) s + \frac{0,1029\,ts}{2.10000}$; & l'aberration latitudinale $+ \frac{0,2548\,t}{2.100} + \frac{0,0424\,s}{2.100}$.

(2.) Ces formules donnent, en mettant pour m sa valeur $+ 0,2506$, & pour n sa valeur $+ 0,7114$, l'aberration en longueur égale à peu près à $+ \left(\frac{0,000054 + 0,00003596\,t}{2}\right) t$ $- \left(\frac{0,000456 + 0,00000980\,s}{2}\right) s + \frac{0,00001029\,ts}{2} =$ $+ (0,000027 + 0,00001798\,t)\,t - (0,000228$ $+ 0,00000490\,s)\,s + 0,00000514\,ts$, & l'aberration latitudinale $= + 0,001274\,t + 0,000212\,s$.

(3.) Et si on fait $\frac{1}{p} = + \frac{0,2696}{\lambda}$, & $\frac{1}{r} = + \frac{0,3240}{\lambda}$, ce qui donne $m = + 0,3240$, & $n = + 0,2696$, on aura l'aberration longitudinale $= + (0,000064$ $+ 0,00001798\,t)\,t + (0,000192 - 0,00000490\,s)\,s$

$+ 0{,}000005\,14\,ts$; à l'égard de l'aberration latitudinale; elle sera la même que dans le premier cas, c'est-à-dire, $+ 0{,}001274\,t + 0{,}000212\,s$.

(4.) D'où il est aisé de voir que t & s pourroient être considérables, c'est-à-dire qu'on pourroit commettre de grandes erreurs à la fois dans la valeur de $\frac{1}{r}$ & de $\frac{1}{p}$, sans que les aberrations fussent sensibles. Par exemple, t pourroit être $= 10$, ainsi que s, sans que l'aberration fût plus grande que celle d'une lentille bi-convexe; l'aberration longitudinale resteroit même beaucoup au-dessous.

(5.) Je remarquerai de plus que si dans les formules des *art. 2 & 3 précédens*, on met au lieu de t sa valeur $100\,\alpha'$ & au lieu de s sa valeur $100\,\beta'$, celles de l'*art. 2* deviendront $+ 0{,}0027\,\alpha' + 0{,}1798\,\alpha'^2 - 0{,}0228\,\beta' - 0{,}0490\,\beta'^2 + 0{,}0514\,\beta'\alpha'$, pour l'aberration en longueur, & $+ 0{,}1274\,\alpha' + 0{,}0212\,\beta'$ pour l'aberration en largeur; & les formules de l'*art. 3* donneront $+ 0{,}0064\,\alpha' + 0{,}1798\,\alpha'^2 + 0{,}0192\,\beta' - 0{,}0490\,\beta'^2 + 0{,}0514\,\beta'\alpha'$ pour l'aberration en longueur, & $+ 0{,}1274\,\alpha' + 0{,}0212\,\beta'$ pour l'aberration en largeur.

(6.) Dans cette hypothèse, si $\beta' = 0$, les aberrations seront $+ 0{,}0027\,\alpha' + 0{,}1798\,\alpha'^2$, & $+ 0{,}1274\,\alpha'$; ou $+ 0{,}0064\,\alpha' + 0{,}1798\,\alpha'^2$, & $+ 0{,}1274\,\alpha'$; & si $\alpha' = 0$, les aberrations seront
$- 0{,}0228\,\beta' - 0{,}0490\,\beta'^2$, & $+ 0{,}0212\,\beta'$; ou $+ 0{,}0192\,\beta' - 0{,}0490\,\beta'^2$, & $+ 0{,}0212\,\beta'$.

(7.) Comme il est bon, pour donner plus de perfection aux télescopes, de réduire l'aberration, tant en longueur qu'en largeur, à n'être qu'environ la moitié de celle d'une lentille bi-convexe (*§. XIV, art. 9*) nous supposerons que l'aberration en longueur ne soit pas plus grande que $\pm 0{,}0025$, & l'aberration en largeur $\pm 0{,}007$; & nous en conclurons que

l'objectif sera très-bon toutes les fois que l'aberration ne passera pas les limites dont nous venons de parler.

(8.) Il y a de plus une autre condition à observer, c'est que t & s soient telles que les valeurs des rayons qui en résulteront ne soient pas trop petites: je fixe la plus petite valeur du rayon à $\pm$ 0,15 R; d'où il s'ensuit que si $\frac{\mu}{\lambda}$ représente la valeur inverse d'un rayon quelconque, μ ne doit jamais être plus grand que l'unité, prise positivement ou négativement: d'après ces principes, il est aisé de voir entre quelles limites l'objectif précédent peut être renfermé, & ces limites seront évidemment très-étendues; on pourroit néanmoins les resserrer en fixant la plus petite valeur du rayon à $\pm$ 0,20 R, & on auroit encore, dans cette restriction même, un très-grand nombre d'objectifs à peu près aussi bons que celui dans lequel l'aberration seroit nulle. Nous n'en dirons pas davantage sur cet objet, au moins quant à présent; il nous suffit d'avoir montré qu'on peut altérer considérablement les rayons de l'objectif proposé, sans qu'il cesse d'être encore très-bon: voyons si cet avantage a lieu dans les objectifs à deux lentilles.

§. XVI.

En quoi consiste l'avantage de l'objectif proposé, sur les objectifs à deux lentilles.

(1.) Nous allons faire voir que des erreurs beaucoup plus petites, commises dans la construction des objectifs à deux lentilles, donneroient une aberration beaucoup plus considérable. Pour cela, prenons d'abord l'objectif du §. *X, art. 2*, composé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre, la première de verre commun, la seconde de cristal d'Angleterre; alors supposant au lieu de $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{r} + \frac{t}{100\,\lambda}$, & au lieu de $\frac{1}{\rho}$, $\frac{1}{\rho} + \frac{s}{100\,\lambda}$, & prenant $\frac{m}{\lambda}$ & $\frac{n}{\lambda}$ pour les valeurs de

$\frac{1}{r}$ & de $\frac{1}{\rho}$, qui rendent l'aberration $=$ 0, on aura pour l'aberration longitudinale, $\frac{1}{2}\left(\frac{2,5192\,tm}{100} + \frac{0,2596\,t^2}{10000} - \frac{2,2550\,t}{100} + \frac{0,3100\,s}{100} - \frac{1,8000\,ns}{100} - \frac{0,9000\,s^2}{10000}\right)$; & l'aberration latitudinale $= \frac{0,9048\,t}{2.100} - \frac{0,6500\,s}{2.100}$.

(2.) Or dans ce cas une des valeurs de m est $+$ 0,2358 & la valeur correspondante de n est $-$ 0,7511; ainsi l'aberration longitudinale sera $\left(-\frac{1,6609}{2.100} + \frac{0,2596\,t}{2.10000}\right)t + \left(\frac{1,6619}{2.100} - \frac{0,9000\,s}{2.10000}\right)s$, ou $(-0,008304 + 0,00001298\,t)t + (0,008309 - 0,000045\,s)\,s$, & l'aberration latitudinale $0,004524\,t - 0,003250\,s$; d'où l'on voit que si on faisoit seulement $t = \pm\frac{1}{2}$ & $s = \mp\frac{1}{2}$, l'aberration en longueur seroit plus grande de près du double que celle d'une lentille bi-convexe.

(3.) L'autre valeur de m est $= +$ 1,5833, & la valeur correspondante de n seroit $+$ 1,1246: ces valeurs donneroient de trop grandes courbures à l'objectif, ainsi on peut se dispenser d'en examiner le résultat; cependant si on veut en faire le calcul, on trouvera qu'en ce cas l'aberration longitudinale seroit $+ (0,008668 + 0,00001298\,t)\,t - (008571 + 0,000045\,s)\,s$, qui seroit aussi plus considérable de près du double que celle d'une lentille bi-convexe si t & s étoient de signes contraires & égaux seulement à $\pm\frac{1}{2}$.

(4.) De-là il est évident que l'objectif proposé, formé de deux lentilles de verre commun qui en renferment une de cristal d'Angleterre, sera très-préférable à un objectif formé d'une lentille de verre commun & d'une de cristal d'Angleterre qui en seroit très-proche, puisque les erreurs commises dans le premier de ces objectifs auront un effet beaucoup moins considérable que dans le second.

(5.) Si dans ce second objectif, on suppose nulle l'aberration en largeur, on aura, comme dans l'*art. 12, §. XI,* l'aberration en longueur $= \pm \frac{\beta' \sqrt{(\beta^2 - 4\alpha\gamma)}}{2\lambda^3 H^2} + \frac{\alpha \beta'^2}{2\lambda^3 H^2}$; or ici $\sqrt{(\beta^2 - 4\alpha\gamma)} = 0,2757$, $H^2 = 0,4225$, $\alpha = 0,2046$: donc l'aberration seroit $\frac{\beta'}{2\lambda^3} \times (\pm \frac{0,2757}{0,4225} - \frac{0,2046\,\beta'}{0,4225}) = \frac{\beta'}{2\lambda^3} \times (\pm 0,6525 - 0,4843\,\beta')$, qui est beaucoup plus grande que l'aberration $\frac{\beta'}{\lambda^3} \times (\pm 0,023232 - 0,05258\,\beta')$ trouvée ci-dessus pour l'objectif à trois lentilles *(art. 13, §. XI)*, en sorte que si on fait seulement $\beta' = \pm \frac{1}{50}$, l'aberration demeurera plus grande que celle d'une lentille bi-convexe isocèle, au lieu qu'en faisant $\beta' = \pm \frac{1}{10}$ dans l'objectif composé de trois lentilles, l'aberration demeure beaucoup moindre que celle d'une lentille bi-convexe isocèle; l'objectif composé de trois lentilles contiguës est donc encore à cet égard très-préférable à l'objectif formé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre.

§. XVII.

De l'aberration d'un objectif composé de deux lentilles immédiatement appliquées l'une contre l'autre.

(1.) Ce cas est celui du §. *X, art. 3,* dans lequel l'aberration longitudinale est $\frac{\alpha}{2rr\lambda} + \frac{\beta}{2r\lambda^2} + \frac{\gamma}{2\lambda^3}$, α étant $= + 0,3596$, $\beta = - 0,1450$, $\gamma = - 0,0076$; dans cette équation si on omet le coëfficient commun $\frac{1}{\lambda}$ & qu'on fasse $\frac{1}{r} = \frac{m}{\lambda} + \frac{t}{190\lambda}$, on aura l'aberration

$= \frac{\alpha t^2}{2 . 10000 \lambda^2} \pm \frac{t \sqrt{(6^2 - 4 \alpha \gamma)}}{2 . 100 \lambda}$: or $\sqrt{(6^2 - 4\alpha\gamma)}$ $= 0,1787$; ainſi l'aberration en longueur eſt $(+ 0,000893 + 0,00001798\, t)\, t$ qui demeurera plus petite que celle d'une lentille bi-convexe, ſi on ne prend pas $t > s$.

(2.) A l'égard de l'aberration en largeur, elle ſera $+ \frac{0,2548}{2r} - \frac{0,0516}{2\lambda}$; or les deux valeurs de $\frac{1}{r}$ ſont $+ \frac{0,4501}{\lambda}$ & $- \frac{0,0468}{\lambda}$, ce qui donne l'aberration latitudinale égale à $+ \frac{0,0315}{\lambda}$ dans le premier cas, & $- \frac{0,0317}{\lambda}$ dans le ſecond : elle ſera donc beaucoup plus grande que l'aberration en largeur d'une lentille bi-convexe.

(3.) Et ſi on ſuppoſe que $\frac{1}{r}$ augmente de la quantité $\frac{t}{100\lambda}$, l'aberration en largeur augmentera de $+ \frac{0,0045241 t}{\lambda}$. Ainſi pour que cette aberration ne fût pas plus grande que celle d'une lentille bi-convexe iſocèle, il faudroit que t fût négatif dans le premier cas, & poſitif dans le ſecond, & qu'il fût égal à environ $3 \frac{1}{2}$.

(4.) De-là il eſt aiſé de conclure 1.° qu'un objectif formé de deux lentilles appliquées l'une contre l'autre, la première de verre commun, la ſeconde de criſtal d'Angleterre, auroit trop d'aberration en largeur; 2.° que cet objectif ſeroit meilleur ſi on faiſoit $\frac{1}{r} = + \frac{0,4501}{\lambda} - \frac{0,035}{\lambda}$, ou $\frac{1}{r} = - \frac{0,0468}{\lambda} + \frac{0,035}{\lambda}$; 3.° que dans tous les cas il ſera fort inférieur à l'objectif compoſé de trois lentilles, tel que nous l'avons propoſé.

(5.) On peut remarquer d'ailleurs que l'objectif qui donneroit $\frac{1}{r} = - \frac{0,0468}{\lambda}$, donneroit $\frac{1}{\rho} = - \frac{1,0468}{\lambda}$, ce qui pourroit rendre ρ un peu trop petit.

(6.) Tout nous détermine donc à préférer l'objectif proposé à tout autre, puisque les erreurs commises dans les valeurs des rayons y ont beaucoup moins d'inconvénient, & que d'ailleurs la courbure des surfaces y est moindre que dans les autres objectifs : poursuivons, & voyons quel peut être l'effet des erreurs dans la valeur de $\frac{1}{r'}$ & dans celle de $\frac{1}{\rho'}$ pour ce même objectif.

§. XVIII.

Autres considérations sur l'objectif proposé.

(1.) Supposons qu'au lieu d'avoir $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r} = -\frac{2}{3\lambda}$, comme on l'a supposé dans tous les calculs précédens, on ait $\frac{1}{\rho'} - \frac{1}{r'} = -\frac{2}{3\lambda}(1 + \nu)$ ou $-\frac{k}{\lambda}(1 + \nu)$, k étant $= \frac{2}{3}$; & qu'on conserve les valeurs de $\frac{1}{p}$ & de $\frac{1}{r}$ trouvées ci-dessus dans l'hypothèse de $k = \frac{2}{3}$; en ce cas, à cause de $-k.(P - 1)^2 (3P' - 1 - 2m') = -0{,}5143$, $-k^2 (P - 1)(1 + 2P' - 3P'^2) = +0{,}8505$, $-k^3 (P'^3 - P'^2) = -0{,}4551$, on aura *(art. 1, §. VIII)* l'aberration produite par le terme $\frac{C}{2\lambda^3} = -\frac{0{,}5143\,\nu}{2\lambda^3} + \frac{0{,}8505\,(2\nu + \nu^2)}{2\lambda^3} - \frac{0{,}4551}{2\lambda^3} \times (3\nu + 3\nu^2 + \nu^3)$; de même à cause de $(P' - m') \times 4k(P - 1) = +1{,}4300$, $k^2(1 + P' - 2P'^2) = -1{,}1200$, l'aberration produite par le terme $\frac{D}{2\rho\lambda\lambda}$, sera égale à $\frac{1}{2\rho\lambda\lambda}[+1{,}4300\,\nu - 1{,}1200\,(2\nu + \nu\nu)]$. Enfin à cause de $-k(P' + 1 - 2m') = -0{,}9000$, l'aberration produite par le terme $\frac{E}{2\lambda\rho^2}$, sera $\frac{1}{2\lambda\rho^2} \times$

$(-0,9000\,r)$, ce qui donnera, en nommant dC l'augmentation de C, dD celle de D, dE celle de E,

$$\frac{dC}{2\lambda^3} = -\frac{0,1786\,r}{2\lambda^3} - \frac{0,5148\,r^2}{2\lambda^3} - \frac{0.4551\,r^3}{2\lambda^3},$$

$$\frac{dD}{2\rho\lambda\lambda} = -\frac{0,8100\,r}{2\rho\lambda\lambda} - \frac{1,1200\,r^2}{2\rho\lambda^2},$$

$$\frac{dE}{2\lambda\rho^2} = -\frac{0,9000\,r}{2\lambda\rho^2}.$$

(2.) De même à cause de $(m'-P')k = -0,6500 = H$, on aura $dH = -0,6500\,r$; & à cause de $(P'-P'^2)k^2 = -0,4266$, & de $k(P-1)(2P'-1-m') = +0,5775$, on aura $dK = -0,4266\,(2r+r^2)$ $+0,5775\,r$: donc $\frac{dH}{2\rho\lambda} = \frac{1}{2\rho\lambda} \times -0,6500\,r$; & $\frac{dK}{2\lambda\lambda} = \frac{1}{2\lambda\lambda}(-0,2757\,r - 0,4266\,r^2)$.

(3.) Donc (*art. 1, §. VIII*) $dA + dE = dE = -0,9000\,r$; $dB + dD - 2dE = dD - 2dE = +0,9900\,r - 1,1200\,r^2$; $dC - dD + dE = -0,2686\,r + 0,6052\,r^2 - 0,4551\,r^3$; $dF + dH = dH = -0,6500\,r$; $dK - dH = +0,3743\,r - 0,4266\,r^2$.

(4.) Maintenant, à cause de $B' = +0,1029$, on aura $dB' = +0,1029\,r$; à cause de $D' = -0,0980$, on aura $dD' = -0,0980\,r$; enfin à cause de $E' = +0,0681$, on aura $dE' = +0,0681\,(2r+r^2)$. Donc $dC' = dD - 2dE - dB' = +0,8871\,r - 1,1200\,r^2$; $dF' = dC - dD + dE - dD' - dE' = -0,3068\,r + 0,5371\,r^2 - 0,4551\,r^3$; $dG' = -0,6500\,r$; $dL' = +0,0424\,r$; $dM' = dK - dH - dL' = +0,3319\,r - 0,4266\,r^2$;

(5.) Donc à cause de $\frac{1}{t}$ = à peu près $+0,25$ =

$= \frac{1}{4}$, & de $\frac{1}{p} = + 0,7$ à peu près (*art. 7, §. X*), & par conséquent $\frac{1}{pp} = \frac{1}{2}$ à peu près, on aura l'aberration en longueur $\frac{dA'}{2rr\lambda} + \frac{dB'}{2rp\lambda} + \frac{dC'}{2r\lambda\lambda} + \frac{dD'}{2pp\lambda} + \frac{dE'}{2p\lambda\lambda} + \frac{dF'}{2\lambda^3} =$ environ $\frac{1}{2\lambda^3}(-0,0769\nu + 0,3047\nu^2 - 0,4551\nu^3)$, & l'aberration en largeur $+ \frac{1}{2\lambda^2}(- \frac{0,6500\nu}{4} + \frac{0,0424\nu \times 7}{10} + 0,3319\nu - 0,4266\nu^2) = \frac{1}{2\lambda^2}(+ 0,1990\nu - 0,4266\nu^2)$.

(6.) Il résulte de ces formules, que si on suppose $\nu = \pm \frac{1}{10}$, & en général $\nu = \pm \frac{k'}{10}$, k' étant $=$ ou < 1, l'aberration sera plus petite que celle d'une lentille bi-convexe, tant en longueur qu'en largeur.

(7.) Dans la même hypothèse, si on fait $\frac{1}{p} = \frac{27}{100} =$ environ $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{r} = \frac{32}{100} =$ environ $\frac{3}{10}$, comme il résulte encore de l'*art. 8, §. X*, on aura l'aberration en longueur $= \frac{1}{2\lambda^3}(-0,0861\nu + 0,2181\nu^2 - 0,4551\nu^3)$, & l'aberration en largeur $= \frac{1}{2\lambda^2}(+ 0,1475\nu - 0,4266\nu^2)$,

(8.) Donc supposant encore $\nu = \pm \frac{k'}{10}$, l'aberration, tant en longueur qu'en largeur, sera encore moindre que celle d'une lentille bi-convexe; & il est de plus à remarquer que si ν étoit positif, il pourroit être beaucoup plus grand que $\frac{1}{10}$ sans que l'aberration cessât d'être très-petite, ce qui arriveroit, par exemple, si ν étoit égal à peu-près à $+ \frac{8}{30}$ dans le premier cas, & à $+ \frac{8}{29}$ dans le second; mais je n'appuie

point, quant-à-présent, sur cette considération, parce que le signe de ν n'est pas absolument au choix de l'Artiste.

(9.) Une observation plus importante à faire, c'est que, comme on suppose ici que le rapport de dP à dP', au lieu d'être k, est réellement $k(1+\nu)$, il faudra augmenter k de la quantité $k\nu$ dans la valeur de $\frac{1}{r'} = \frac{1}{\rho} + \frac{k}{\lambda}$; en sorte que $\frac{1}{r'}$ devra être augmenté de $\frac{k\nu}{\lambda}$; & par la même raison $\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\lambda} + \frac{k}{\lambda}$, devra être augmenté de $\frac{k\nu}{\lambda}$.

(10.) Cette précaution est d'autant plus nécessaire, que si on n'ajoutoit pas aux valeurs de $\frac{1}{r'}$ & de $\frac{1}{\rho'}$ la quantité $\frac{k\nu}{\lambda}$, l'aberration de réfrangibilité ne seroit pas nulle comme elle le doit être, mais $= \frac{dP}{\lambda} + \frac{dP}{k(1+\nu)\lambda'} =$ (à cause de $\frac{1}{\lambda'} = -\frac{k}{\lambda}$) $+ \frac{\nu dP}{\lambda}$, quantité dont l'effet, comme je le prouverai ailleurs, pourroit être très-considérable, & par conséquent très-nuisible à la bonté de l'objectif; car si ν étoit seulement $\frac{1}{16}$, l'aberration de réfrangibilité $\frac{\nu dP}{\lambda}$ seroit égale à près du quart de celle d'une lentille bi-convexe isocèle de verre commun; or une si grande aberration restante pourroit rendre l'objectif très-imparfait.

(11.) Si donc on suppose que k au lieu d'être $= \frac{2}{3}$, soit par exemple $\frac{2}{3}(1 - \frac{1}{10})$, en sorte que $\nu = -\frac{1}{10}$; les valeurs de $\frac{1}{r'}$ & de $\frac{1}{\rho'}$, au lieu d'être dans le premier cas $+\frac{0,2508}{\lambda}$, & $-\frac{0,0828}{\lambda}$, seroient $+\frac{0,2058 - 0,0666}{\lambda}$ & $-\frac{0,0828 + 0,0666}{\lambda}$; & dans le second cas, au lieu d'être

$+ \frac{0,7210}{\lambda}$ & $- \frac{0,0094}{\lambda}$, elles seroient $+ \frac{0,7210 - 0,0666}{\lambda}$ & $- \frac{0,0094 + 0,0666}{\lambda}$.

(12.) Il ne faut pas non plus oublier de remarquer que dans ce cas on a $\frac{1}{R} = \frac{0,55}{\lambda} - \frac{0,6 \times 2}{3\lambda}(1 + \nu)$, en sorte que supposant $\lambda = 0,15\, R$, comme on l'a fait dans la dimension des rayons r, ρ, auxquels nous supposons qu'on ne touche point, la nouvelle & vraie distance focale que je nomme R', sera telle qu'on aura $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{0,4\nu}{0,15\, R}$.

(13.) C'est pourquoi si en ne touchant point aux rayons r, ρ, on corrige les rayons r', ρ', suivant les formules qu'on vient de donner, & d'après la supposition que k au lieu d'être $\frac{2}{3}$ soit réellement $\frac{2}{3}(1 + \nu)$, la distance focale qu'on avoit supposée R, sera augmentée ou diminuée, dans l'objectif corrigé, en raison de 1 à $1 - \frac{4\nu}{15}$, en sorte que la distance focale du nouvel objectif sera $R\left(\frac{1}{1 - \frac{4\nu}{15}}\right)$. Mais nous examinerons dans un autre Mémoire, plus en détail & d'une manière plus précise, les effets des erreurs qu'on peut commettre sur la valeur de chaque rayon, & l'influence de ces erreurs sur la distance focale & sur les autres propriétés de l'objectif.

(14.) Dans un objectif composé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre, la première de verre commun, la seconde de cristal d'Angleterre, on aura $\frac{1}{\rho} = -\frac{0,7511}{\lambda} =$ à peu près $-\frac{3}{4\lambda}$; faisant ces substitutions dans les formules des *art. 1 & 2* ci-dessus, on trouvera l'aberration en longueur $= \frac{1}{2\lambda^2} \times (-0,0774\nu + 0,3252\nu^2 - 0,4551\nu^3)$, &

l'aberration en largeur $= \frac{1}{2\lambda^2}(+\ 0,1418\, r - 0,4266\, r^2)$;
d'où l'on voit que l'objectif à trois lentilles n'a pas ici un grand avantage sur l'objectif à deux lentilles, parce que s'il a une aberration un peu plus petite en longueur, il en a une un peu plus grande en largeur; mais comme nous avons fait voir (§§. *XV & XVI*) que le premier de ces objectifs étoit très-préférable au second dans d'autres suppositions d'erreurs, & que dans celle-ci ils n'ont l'un sur l'autre aucun avantage, il s'ensuit que l'avantage reste toujours au premier.

(15.) Comme plusieurs Observateurs ont trouvé $k = \frac{20}{31}$ au lieu de $\frac{2}{3}$, on aura en ce cas $r = -\frac{1}{16}$; l'aberration en longueur sera donc, dans le cas de l'*art. 5*, égale à environ $+\ 0,0018$, c'est-à-dire fort au-dessous de la moitié de l'aberration d'une lentille bi-convexe; & l'aberration en largeur égale environ $-\ 0,006$, c'est-à-dire beaucoup plus petite que la moitié de celle d'une lentille bi-convexe. Il en sera à peu près de même dans le cas de l'*art. 7*.

(16.) Donc en conservant les valeurs de r, ρ, & donnant à r' & ρ' celles qui résultent de l'*art. 9* ci-dessus, on aura deux excellens objectifs, dont la distance focale au lieu d'être R, sera (*art. 13*) $= \frac{R}{1 + \frac{1}{60}}$. Les rayons r', ρ', seront tels que dans le premier cas on aura $\frac{1}{r'} = +\ \frac{0,2058}{\lambda} - \frac{0,0416}{\lambda}$,

$$\frac{1}{\rho'} = -\ \frac{0,0828 + 0,0416}{\lambda};$$

& dans le second .... $\frac{1}{r'} = +\ \frac{0,7210 - 0,0416}{\lambda}$,

$$\frac{1}{\rho'} = -\ \frac{0,0074 + 0,0416}{\lambda};$$

ce qui donne dans le 1.er cas $r' = +\ \frac{1500R}{1642} = R \times 0,9135$,

$$\rho' = -\ \frac{1500R}{1244} = -R \times 1,2058;$$

& dans le ſecond . . . . . $r' = + \frac{1500R}{6794} = R \times 0,2208$,

$$\rho' = - \frac{1500R}{510} = - R \times 2,9412.$$

(17.) Avec ces valeurs de r', ρ', & les valeurs de r, ρ, trouvées ci-deſſus (ſ. *X*) ſavoir; dans le premier cas, $r = + R \times 0,5986$, $\rho = - 0,3255\,R$; & dans le ſecond $r = + 0,4630\,R$, $\rho = + 2,7574\,R$, on pourra conſtruire deux excellens objectifs dans le cas où k ſeroit égal non à $\frac{2}{3}$, mais à $\frac{20}{32}$ ou $\frac{5}{8}$; ces objectifs à la vérité ne ſeront pas tout-à-fait ſans aberration, mais elle y ſera comme inſenſible: on pourroit même augmenter beaucoup le rayon ρ du premier objectif, ſans que l'aberration en fût ſenſiblement augmentée, ce qui ſera prouvé à la fin de ce Mémoire.

(18.) On peut au reſte dans ce cas rendre l'objectif abſolument parfait & ſans aberration, en cherchant les valeurs rigoureuſes de r, ρ, r', ρ' pour le cas où $k = \frac{20}{32}$; mais ce calcul rigoureux pourroit bien n'être pas néceſſaire: quoi qu'il en ſoit, il ſera d'ailleurs aiſé de le déduire des formules des ſ. *VIII, IX & X*, en ſubſtituant dans ces formules $\frac{20}{32}$ ou $\frac{5}{8}$, au lieu de k.

(19.) Il ne nous reſte plus qu'à examiner les erreurs qui ſe trouveroient dans l'aberration, ſi en ſuppoſant toutes les autres quantités conſtantes, on faiſoit varier $\frac{1}{\lambda}$ d'une petite quantité; c'eſt l'objet du paragraphe ſuivant.

ſ. XIX.

Dernières Réflexions ſur ce même objectif.

(1.) Imaginons préſentement qu'au lieu de $\frac{1}{\lambda}$ on écrive

$\frac{1}{\lambda}(1+\sigma)$ dans la formule de l'*article 1*, §. *VIII*, sans toucher aux autres quantités $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{\rho}$, $\frac{k}{\lambda}$; on aura d'abord

$dA = 1,2596\sigma$,

$dB = -2,2550\,(2\sigma + \sigma^2) = -4,5100\sigma - 2,2550\sigma^2$,

$dC = +1,3213\,(3\sigma + 3\sigma^2 + \sigma^3) - 0,5143\,(2\sigma + \sigma^2) + 0,8505\,\sigma = +3,7858\,\sigma + 3,4496\,\sigma^2 + 1,3213\,\sigma^3$.

$dD = +1,4300\,\sigma$,

$dE = 0$,

$dF = +0,9048\,\sigma$,

$dK = -0,8525\,(2\sigma + \sigma^2) + 0,5775\,\sigma = -1,1275\,\sigma - 0,8525\,\sigma^2$,

$dH = 0$.

(2.) Soit supposé dans la formule de l'*art. 1*, §. *VIII*,

$\frac{A}{rr\lambda} = \frac{a}{\lambda} \times \frac{1}{rr}$,

$\frac{B}{r\lambda\lambda} = \frac{1}{r} \times \frac{b}{\lambda\lambda}$;

$\frac{C}{\lambda^3} = \frac{c}{\lambda^3} + \frac{kd}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda^2} + \frac{k^2 f}{\lambda^2} \times \frac{1}{\lambda} + \frac{k^3 h}{\lambda^3}$;

$\frac{D}{\rho\lambda^2} = \frac{1}{\rho} \times \frac{ki}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\rho} \times \frac{k^2 m}{\lambda^2}$,

$\frac{E}{\rho\rho\lambda} = \frac{1}{\rho\rho} \times \frac{ko}{\lambda}$;

On aura en faisant $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\lambda}$,

$\frac{A + E}{rr\lambda} = \frac{1}{rr} \times \frac{a}{\lambda} + \frac{1}{rr} \times \frac{ko}{\lambda}$,

$\frac{B + D - 2E}{r\lambda\lambda} = \frac{1}{r} \times \frac{b}{\lambda\lambda} + \frac{1}{r} \times \frac{ki}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{r} \times \frac{k^2 m}{\lambda^2} - \frac{2}{r\lambda} \times \frac{ko}{\lambda}$,

$$\frac{C - D + E}{\lambda^3} = \frac{c}{\lambda^3} + \frac{kd}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda^2} + \frac{k^2 f}{\lambda^2} \times \frac{1}{\lambda}$$
$$+ \frac{k^3 h}{\lambda^3} - \frac{ki}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda\lambda} - \frac{k^2 m}{\lambda^2} \times \frac{1}{\lambda} + \frac{ko}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda\lambda}.$$

(3.) Soit ensuite *(article 4, §. IX)* $\frac{B'}{rp\lambda} = \frac{kq}{rp\lambda}$, $\frac{D'}{pp\lambda} = \frac{ks}{pp\lambda}$, $\frac{E'}{p\lambda\lambda} = \frac{k^2 t}{p\lambda^2}$, on aura *(art 7, §. IX)*

$$\frac{C'}{r\lambda\lambda} = \frac{B + D - 2E}{r\lambda\lambda} - \frac{kq}{r\lambda} \times \frac{1}{\lambda},$$
$$\frac{F'}{\lambda^3} = \frac{C - D + E}{\lambda^3} - \frac{ks}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda\lambda} - \frac{k^2 t}{\lambda^2} \times \frac{1}{\lambda}.$$

(4.) Soit enfin *(art. 1, §. VIII)* $F = \frac{u}{r\lambda}$,

$$\frac{K}{\lambda^2} = \frac{d}{\lambda\lambda} + \frac{k^2 b'}{\lambda^2} + \frac{kc'}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda},$$
$$\frac{H}{\rho\lambda} = \frac{1}{\rho} \times \frac{kd'}{\lambda};$$

on aura $\frac{F + H}{r\lambda} = \frac{1}{r} \times \frac{u}{\lambda} + \frac{1}{r} \times \frac{kd'}{\lambda}$,

$$\frac{K - H}{\lambda\lambda} = \frac{d}{\lambda\lambda} + \frac{k^2 b'}{\lambda^2} + \frac{kc'}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda} - \frac{kd'}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda};$$

(5.) Donc faisant *(art. 4, §. IX)* $\frac{G'}{r\lambda} = \frac{1}{r} \times \frac{e'}{\lambda}$,

$$\frac{L'}{p\lambda} = \frac{1}{p} \times \frac{kf'}{\lambda};$$

on aura $G' = F + H$,

$$M' = K - H - kf'.$$

(6.) De là on conclut aisément que si on met $\frac{1}{\lambda}(1 + \sigma)$ au lieu de $\frac{1}{\lambda}$ dans la formule de l'*art. 4, §. X*, on aura $dA' = dA$; $dB' = 0$, $\frac{dC'}{r\lambda^2} = \frac{dB + dD - 2dE}{r\lambda^2} - \frac{2E\sigma}{r\lambda^2} - \frac{kq\sigma}{r\lambda\lambda}$; $dD' = 0$, $dE' = 0$, $\frac{dF'}{\lambda^3} = \frac{dC - dD + dE}{\lambda^3} - \frac{ki}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda^2}(2\sigma + \sigma^2) - \frac{k^2 m}{\lambda^2} \times \frac{\sigma}{\lambda} + \frac{ko}{\lambda}$

$\times \frac{1}{\lambda^2}(2\sigma + \sigma^2) - \frac{ks}{\lambda} \times \frac{1}{\lambda^2}(2\sigma + \sigma^2) - \frac{k^2 t\sigma}{\lambda^3}$;
$dG' = dF + dH = dF, dL' = 0; \frac{dM'}{\lambda^2} = \frac{dK - dH}{\lambda^2}$
$- \frac{kf'}{\lambda} \times \frac{\sigma}{\lambda} - \frac{kd'}{\lambda} \times \frac{\sigma}{\lambda} = \frac{dK}{\lambda\lambda} - \frac{kf'}{\lambda} \times \frac{\sigma}{\lambda} - \frac{kd'\sigma}{\lambda\lambda}$.

(7.) Donc à cause de $ko = -0{,}9000$, $ki = +1{,}4300$, $k^2m = -1{,}1200$, $kd' = -0{,}6500$, $kq = -0{,}1029$, $ks = -0{,}0980$, $kt = +0{,}0681$, $kf' = +0{,}0424$; on aura, en nommant α, β, γ, les coëfficiens de $\frac{1}{rr}$, $\frac{1}{r\lambda}$, $\frac{1}{r\lambda}$, lorsqu'il n'y a que trois surfaces; & ω, μ, ceux de $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{\lambda}$ dans l'aberration latitudinale pour le même cas; on aura, dis-je, $d\alpha = dA = +1{,}2596\sigma$; $d\beta = -1{,}2800\sigma - 2{,}2550\sigma^2$, $d\gamma = +0{,}2458\sigma + 1{,}1196\sigma^2 + 1{,}3213\sigma^3$;
$d\omega = +0{,}9048\sigma$, $d\mu = -0{,}4775\sigma - 0{,}8525\sigma^2$;
& par conséquent $dA' = d\alpha = +1{,}2596\sigma$;
$dC' = -1{,}3829\sigma - 2{,}2550\sigma^2$;
$dF' = d\beta - ks \times (2\sigma + \sigma^2) - k^2 t\sigma = +0{,}3737\sigma + 1{,}2176\sigma^2 + 1{,}3213\sigma^3$;
$dG' = +0{,}9048\sigma$; $dL' = 0$; $dM' = d\mu - kf'\sigma = -0{,}5199\sigma - 0{,}8525\sigma^2$.

(8.) Donc en mettant pour $\frac{1}{r}$ sa valeur $\frac{1}{4}$ dans les formules d'aberration $\frac{dA'}{2rr\lambda} + \frac{dC'}{2r\lambda^2} + \frac{dF'}{2\lambda^3}$, & $\frac{dG'}{2r\lambda} + \frac{dM'}{2\lambda\lambda}$, on aura l'aberration en longueur $\frac{1}{2}\left(\frac{1{,}2596\sigma}{16} - \frac{1{,}3829\sigma}{4} + 03737\sigma - \frac{2{,}2550\sigma^2}{4} + 1{,}2176\sigma^2 + 1{,}3213\sigma^3\right) = \frac{1}{2}(0{,}1067\sigma + 0{,}6539\sigma^2 + 1{,}3213\sigma^3)$, & l'aberration en largeur $= \frac{1}{2}\left(+\frac{0{,}9048\sigma}{4} - 0{,}5199\sigma\right.$

$- 0{,}8525\,\sigma^2 = \frac{1}{2} \times (- 0{,}2437\,\sigma - 0{,}8525\,\sigma^2)$.

(9.) Et si on fait $\frac{1}{r} = \frac{3}{10}$, on aura l'aberration en longueur $= \frac{1}{2} \times (+ 0{,}0722\,\sigma + 0{,}5411\,\sigma^2 + 1{,}32136\,\sigma^3)$; & l'aberration en largeur sera égale à $\frac{1}{2} \times (- 0{,}2485\,\sigma - 0{,}8525\,\sigma^2)$.

(10.) De-là il est aisé de conclure qu'en supposant seulement $\sigma = \pm \frac{1}{15}$, ou même supposant $\sigma = -\frac{1}{10}$ dans le premier cas, & $\sigma = \pm \frac{1}{10}$ dans le second, l'aberration sera beaucoup moins grande que celle d'une lentille bi-convexe, tant en largeur qu'en longueur.

(11.) On doit remarquer, par des raisons semblables à celles qui ont été expliquées dans le paragraphe précédent, que puisque $\frac{1}{\lambda}$ devient $\frac{1}{\lambda}(1 + \sigma)$ sans que les quantités $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{\rho}$, $\frac{k}{\lambda}$ soient supposées changer, il faut que $\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{r} + \frac{k}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}$ diminue de la quantité $\frac{\sigma}{\lambda}$; en sorte qu'au lieu d'avoir dans le premier cas $\frac{1}{\rho'} = -\frac{0{,}0828}{\lambda}$, & dans le second $= -\frac{0{,}0094}{\lambda}$, on aura $\frac{1}{\rho'}$ dans le premier cas $= -\frac{0{,}0828 + \sigma}{\lambda}$, & dans le second $= -\frac{0{,}0094 + \sigma}{\lambda}$.

(12.) Nous ne comparerons point ici l'aberration de l'objectif à trois lentilles avec celle de l'objectif à deux lentilles seulement, comme nous avons fait dans les paragraphes précédens, parce que dans l'objectif à trois lentilles l'altération $\frac{\sigma}{\lambda}$ ne fait varier que le seul dernier rayon ρ', au lieu que l'altération $\frac{\sigma}{\lambda}$ dans l'objectif à deux lentilles fait varier néces-

fairement l'un des deux premiers rayons; la raifon de cette différence, eft que dans l'objectif à deux lentilles on a $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\lambda}$, & dans l'objectif à trois lentilles $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'}$. Or comme nous avons examiné ci-deffus (§§. *XI & XV*) les cas où l'on fuppoferoit de l'altération dans les premiers rayons r, ρ, nous croyons inutile d'appuyer de nouveau fur cet objet.

§. XX.

De l'aberration de l'objectif formé de trois lentilles, en fuppofant qu'on fe trompe d'une petite quantité fur la valeur des rayons des furfaces.

(1.) Si les quantités α', β', ν, σ, qui fervent à exprimer dans les paragraphes précédens les erreurs commifes dans les valeurs de $\frac{1}{r}$, $\frac{1}{\rho}$, $\frac{k}{\lambda}$, $\frac{1}{\lambda}$, font très-petites, on pourra négliger leurs carrés & leurs produits, & on aura l'aberration en longueur dans le cas de $\frac{1}{r} = + \frac{0,2506}{\lambda} = + 0,0027\alpha' - 0,0228\beta' - 0,0385\nu + 0,0533\sigma$; & l'aberration en largeur $= + 0,1274\alpha' + 0,0212\beta' + 0,0995\nu - 0,1218\sigma$.

(2.) Et fi on fait $\frac{1}{r} = + \frac{0,3240}{\lambda}$, on aura l'aberration en longueur $= + 0,0064\alpha' + 0,0192\beta' - 0,0430\nu + 0,0361\sigma$; & l'aberration en largeur $= + 0,1274\alpha' + 0,0212\beta' + 0,0737\nu - 0,1242\sigma$.

(3.) Maintenant foit $\frac{1}{r} = \frac{m}{\lambda}$, $\frac{1}{\rho} = \frac{n}{\lambda}$, on aura

$$\frac{1}{\rho} = \frac{m-n}{\lambda}; \quad \frac{1}{r'} = \frac{1}{\rho} + \frac{k}{\lambda} = \frac{m-n+k}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{r'} + \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\lambda} = \frac{m+k-1}{\lambda},$$

On aura de plus (§. X, art. 7 & 8),

$m = + 0{,}2506$
$m - n = - 0{,}4608$
$m - n + k = + 0{,}2058$
$m + k - 1 = - 0{,}0828$;

ou $m = + 0{,}3240$
$m - n = + 0{,}0544$
$m - n + k = + 0{,}7210$
$m + k - 1 = - 0{,}0094$.

(4.) Donc si on fait $\frac{1}{r} = \frac{m}{\lambda} + \frac{\alpha'}{\lambda}$; $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho} = \frac{n}{\lambda} + \frac{\beta'}{\lambda}$; $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'} = \frac{-k}{\lambda} \times (1 + \nu)$, $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\lambda}(1 + \sigma)$, on aura

$$\frac{1}{\rho} = \frac{m - n}{\lambda} + \frac{\alpha' - \beta'}{\lambda},$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{m - n + k}{\lambda} + \frac{\alpha' - \beta' + k\nu}{\lambda},$$

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{m + k - 1}{\lambda} + \frac{\alpha' + k\nu - \sigma}{\lambda}.$$

(5.) Soit à présent $r = M \times R + \alpha R = MR\left(1 + \frac{\alpha}{M}\right)$, α étant une quantité fort petite; on aura à très-peu près $\frac{1}{r} = \frac{1}{M.R}\left(1 - \frac{\alpha}{M}\right)$; or $\frac{1}{M.R} = \frac{m}{0{,}15\,R} = \frac{m}{\lambda}$; donc $\frac{1}{M} = \frac{m}{0{,}15}$, & $\frac{1}{r} = \frac{m}{\lambda}\left(1 - \frac{\alpha m}{0{,}15}\right)$; donc $\alpha' = - \frac{\alpha m^2}{0{,}15}$.

(6.) Donc si on appelle βR, γR, δR, les erreurs commises dans la mesure de ρ, r', ρ', on aura par la même raison,

$$\alpha' - \beta' = - \beta\left(\frac{m - n}{0{,}15}\right)^2,$$

$$\alpha' - \beta' + k\nu = - \gamma\left(\frac{m - n + k}{0{,}15}\right)^2,$$

$$\alpha' + k\nu - \sigma = - \delta\left(\frac{m + k - 1}{0{,}15}\right)^2.$$

(7.) Donc on aura

$$\alpha' = -\frac{\alpha m m}{0,15},$$

$$\beta' = -\frac{\alpha m m}{0,15} + \beta\left(\frac{m-n}{0,15}\right)^2,$$

$$\gamma' = \beta\left(\frac{m-n}{0,15\,k}\right)^2 - \gamma\left(\frac{m-n+k}{0,15\,k}\right)^2,$$

$$\delta' = +\delta\left(\frac{m+k-1}{0,15}\right)^2 - \gamma\left(\frac{m-n+k}{0,15}\right)^2 + \beta\left(\frac{m-n}{0,15}\right)^2 - \frac{\alpha m m}{0,15}.$$

(8.) Donc les erreurs α, β, γ, δ doivent être telles, qu'en mettant dans la formule de l'*art. 1* ci-dessus, pour α', β', γ' & δ' leurs valeurs qu'on vient de trouver, les aberrations totales demeurent beaucoup plus petites que $\pm$ 0,0051605 en longueur & $\pm$ 0,014879 en largeur, qui sont les aberrations d'une lentille bi-convexe isocèle.

(9.) Par exemple, soit $\alpha = \pm \frac{1}{100}$, $\beta = \pm \frac{1}{100}$, $\gamma = \pm \frac{1}{100}$, $\delta = \pm \frac{1}{100}$, on aura, dans le cas où $m = 0,2506$ (*art. 3*) (en faisant abstraction des signes de α, β, γ & δ),

$$\frac{\alpha m^2}{0,15} < \frac{0,0625}{0,15} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{15 \times 16} < \frac{1}{200};$$

$$\frac{\beta(m-n)^2}{0,15} < \frac{(46)^2}{1500} \times \frac{1}{100} = \frac{(23)^2}{15 \times 2500} < \frac{25}{1500} = \frac{1}{60};$$

& par conséquent $\frac{\beta(m-n)^2}{0,15\,k} < \frac{1}{40}$;

$\frac{\gamma(m-n+k)^2}{0,15} < \frac{(20)^2}{150000} = \frac{1}{15 \times 25} < \frac{1}{360}$, & par conséquent $\frac{\gamma(m-n+k)^2}{0,15\,k} < \frac{1}{240}$;

$$\frac{\delta(m+k-1)}{0,15} < \frac{8^2}{150000} = \frac{4}{15 \times (25)^2} < \frac{1}{90 \times 24} = \frac{1}{2160}.$$

Donc, en supposant les erreurs α, β, γ, δ telles qu'il en

résulte pour les erreurs α', β', γ, σ, la plus grande valeur possible, α' sera $< \frac{1}{200}$;

$\beta' < \frac{1}{200} + \frac{1}{60} = \frac{13}{600} < \frac{1}{40}$;

$\gamma < \frac{1}{40} + \frac{1}{240} = \frac{7}{240} < \frac{1}{30}$;

$\sigma < \frac{1}{200} + \frac{1}{60} + \frac{1}{360} + \frac{1}{2160} < \frac{1}{40} + \frac{7}{2160}$

$=$ à peu-près $\frac{1}{36}$, & par conséquent $< \frac{1}{30}$.

(10.) Or il est aisé de s'assurer, en substituant ces valeurs dans la première formule de l'*article 1* ci-dessus, que l'aberration sera renfermée dans les limites prescrites, tant en longueur qu'en largeur; on voit de plus que l'aberration seroit encore beaucoup moindre si on ne supposoit pas que les erreurs commises dans α, β, γ, δ fussent telles qu'il en résultât pour α', β', γ, σ les plus grandes valeurs possibles, & si d'ailleurs toutes les erreurs n'étoient pas de même signe dans les termes qui expriment chacune des deux aberrations.

(11.) Au reste, les aberrations dont il s'agit ici, ne sont que celles de sphéricité, tant en longueur qu'en largeur. Nous verrons dans un autre Mémoire, quelle est l'aberration de réfrangibilité résultante des erreurs qu'on peut commettre dans la valeur des rayons, & même dans la mesure des quantités P, P' & k: quant à présent, nous terminerons ici nos recherches par une remarque relative à un endroit du §. *XVIII, art. 17*, où nous avons dit qu'on pourroit augmenter considérablement le rayon ρ dans l'hypothèse de $k = \frac{20}{32}$, sans que l'aberration en fût sensiblement augmentée.

(12.) Si la valeur de k ou $\frac{dP}{dP'}$, au lieu d'être $= \frac{2}{3}$ étoit $= \frac{20}{32} = 0{,}6666 - 0{,}0416$, & qu'on supposât $\frac{1}{\rho} = -\frac{0{,}4608}{\lambda} + \frac{0{,}6666}{\delta} = -\frac{0{,}3497}{\lambda}$, ce qui

rendroit le rayon ρ beaucoup plus grand, on auroit, en faisant nulle l'aberration de réfrangibilité, $\frac{1}{r'} = + \frac{1}{\lambda} \times 0{,}2058 + \frac{0{,}6666}{6\lambda} - \frac{0{,}6666}{16\lambda} = + \frac{1}{\lambda}(0{,}2058 + 0{,}0695) = + \frac{0{,}2753}{\lambda}$, & $\frac{1}{\rho'} = - \frac{0{,}0828}{\lambda} - \frac{0{,}6666}{16\lambda} = - \frac{0{,}0828 + 0{,}0416}{\lambda} = - \frac{0{,}1244}{\lambda}$; dans ce cas, on aura $\mathfrak{C}' = - \frac{0{,}6666}{6} =$ environ $- 0{,}1$; $r = - \frac{1}{16}$; d'où il est aisé de voir que l'aberration en longueur $- 0{,}0228\,\mathfrak{C}' - 0{,}0490\,\mathfrak{C}'^2 - 0{,}0385\,r + 0{,}1523\,r^2$ sera beaucoup moindre que celle d'une lentille simple bi-convexe isocèle, ainsi que l'aberration en largeur $+ 0{,}0212\,\mathfrak{C}' + 0{,}0995\,r - 0{,}2133\,r^2$.

(13.) On pourra donc, dans l'hypothèse de $k = \frac{20}{31}$, former un très-bon objectif en prenant

$\frac{1}{r} = + \frac{0{,}2506}{\lambda}$,

$\frac{1}{\rho} = - \frac{0{,}3497}{\lambda}$ ou $- \frac{0{,}35}{\lambda}$ à très-peu près,

$\frac{1}{r'} = + \frac{0{,}2753}{\lambda}$ ou $+ \frac{0{,}275}{\lambda}$ à très-peu près,

$\frac{1}{\rho'} = - \frac{0{,}1244}{\lambda}$,

ce qui donne $r =$ à très-peu près $+ \frac{3R}{5}$;

$\rho =$ à très-peu près $- \frac{3R}{7}$;

$r' =$ à très-peu près $+ \frac{6R}{11}$;

$\rho' =$ à très-peu près $- \frac{75R}{62}$.

(14.) En général, si le rapport de dP à dP', au lieu d'être $= k$, étoit $= k + kr$, & qu'on supposât la valeur

de $\frac{1}{\rho}$ dans le premier objectif augmentée de $+ \frac{\omega}{\lambda}$, on auroit 1.° à cause de $\frac{1}{p} = \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}$, $\mathfrak{C}' = - \omega$; 2.° $- \frac{1 + kr}{\lambda} = \frac{1}{\rho} - \frac{1}{r'}$ donneroit $\frac{1}{r'} = \frac{k}{\lambda} \times (1 + r) + \frac{m - n}{\lambda} + \frac{\omega}{\lambda}$; enfin, à cause de $\frac{1}{r} - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\lambda}$, on auroit $\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{r} + \frac{k}{\lambda} (1 + r) - \frac{1}{\lambda}$. Par le moyen de cette formule, on pourra trouver très-promptement les valeurs, au moins fort approchées, des rayons de l'objectif, en supposant k égal, non pas à $\frac{2}{3}$ exactement, mais à une fraction qui ne diffère pas beaucoup de $\frac{2}{3}$.

(15.) Au reste, dans ces cas-là on peut trouver encore plus exactement les valeurs des rayons, en substituant dans nos formules des §§. *IX & X,* au lieu de k, sa vraie & exacte valeur. Il y a lieu de croire que cette valeur n'est pas exactement la même pour toutes les sortes de cristal d'Angleterre & de verre commun; car il est certain que les Observateurs varient beaucoup à ce sujet, les uns faisant $\frac{dP'}{dP} = \frac{32}{20}$, les autres seulement $= \frac{3}{2}$, les autres enfin le rabaissant jusqu'à 1,47. Il est vrai que ces résultats, & sur-tout le dernier, peuvent pécher du côté de l'exactitude, mais il peut se faire aussi que la différence des matières dont les Observateurs se sont servis, y influe pour quelque chose. Il y en a de plus qui font $P' = 1,63$ dans le cristal d'Angleterre, pendant que d'autres ne supposent P' que 1,6. On sait aussi que dans le verre quelques Observateurs ont supposé $P = \frac{3}{2}$, la plupart $P = \frac{31}{20}$ ou 1,55, d'autres enfin $P = 1,54$.

(16.) De-là il résulte que pour trouver, d'après nos formules, les valeurs exactes & rigoureuses des rayons, il faut connoître le plus exactement qu'il sera possible, les valeurs de P, P', & sur-tout de k, dans les matières qu'on emploie; mais si on n'exige pas ici une précision rigoureuse (qui pourroit bien n'être pas absolument nécessaire) on pourra construire de très-bons objectifs, en se bornant à altérer, suivant les méthodes données dans ce Mémoire, les valeurs des rayons r, ρ, r', ρ', de manière que l'aberration de réfrangibilité soit très-peu considérable, c'est-à-dire qu'on connoisse à très-peu près la vraie valeur de k, & que l'aberration de sphéricité, tant en longueur qu'en largeur, soit beaucoup plus petite que celle d'une lentille bi-convexe isocèle.

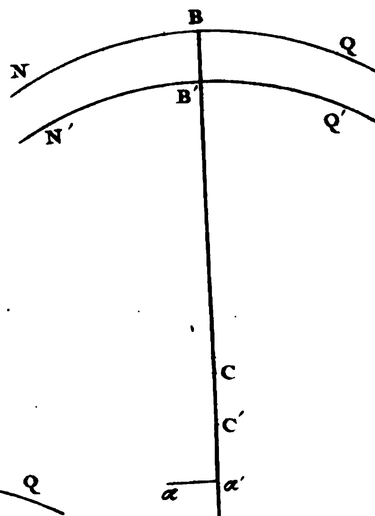
(17.) Il résulte des calculs de ce Mémoire, 1.° que si k ou $\frac{dP}{dP'} = \frac{2}{3}$, P étant $= 1,55$ & $P' = 1,6$, on peut se servir avec avantage de l'objectif dont les dimensions ont été données dans le §. *X, art. 10 & 11.*

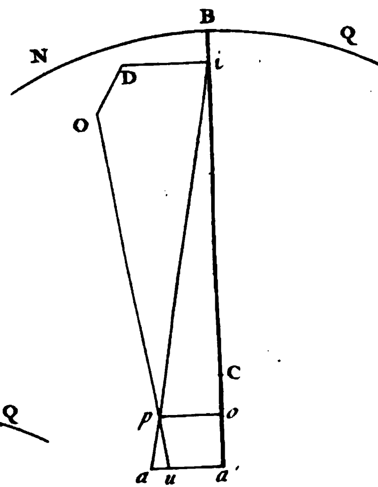
2.° Que si $k = \frac{20}{32}$, P & P' étant comme ci-dessus, on pourra employer avec un avantage à peu-près égal, les deux objectifs suivans (§. *XVII, art. 16, & art. 13 ci-dessus)*;

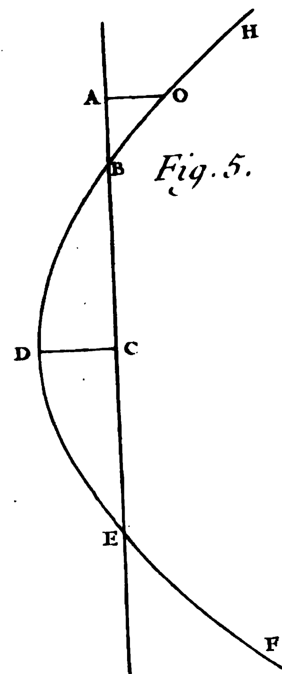
$$r = +\ 0,5986\,R$$
$$\rho = -\ 0,3255\,R$$
$$r' = +\ 0,9135\,R$$
$$\rho' = -\ 1,2058\,R,$$

ou
$$r = + \frac{3\,R}{5},$$
$$\rho = - \frac{3\,R}{7}$$
$$r' = + \frac{6\,R}{11}$$
$$\rho' = - \frac{75\,R}{62}.$$

L'objectif dans tous ces cas sera formé de trois lentilles immédiatement


Fig. 2.
B
N
Q
B'
N'
Q'
C
C'
α
α'


Fig. 3.
B
N
Q
D
i
O
C
p
o
a
u
a'


H
A
O
B
Fig. 5.
D
C
E
F

immédiatement contiguës, deux de verre commun & convexes, & une concave de cristal d'Angleterre, placée entre les deux.

(18.) L'aberration de réfrangibilité du dernier des objectifs de l'article précédent, sera $= + \frac{3dP}{150R}$, ce qui ne sera que la centième partie de l'aberration de réfrangibilité d'une lentille simple de verre commun & de même foyer; & on pourra même la faire disparoître tout-à-fait par quelqu'un des moyens qui seront proposés dans le Mémoire suivant, en donnant par exemple, tant soit peu moins de courbure à l'une ou à l'autre des deux surfaces extrêmes, c'est-à-dire des deux surfaces qui ont pour rayons r & ρ'.

(19.) Quant à la distance focale de cet objectif, si on l'appelle R', on aura en supposant $P = 1,55$, $P' = 1,6$, $\frac{1}{R'} = \frac{17335}{15000R}$; d'où $R' = \frac{3000R}{3467}$, ce qui diminue encore en raison de $(3000)^2$ à $(3467)^2$, c'est-à-dire d'environ 36 à 49, l'aberration de réfrangibilité trouvée dans l'article précédent.



OBSERVATIONS DE L'ÉCLIPSE DU SOLEIL, Du 1.er AVRIL 1764.

Par M. LE MONNIER.

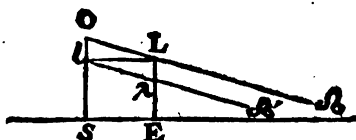
Assemblée publique, 2 Mai 1764.

LES préparatifs faits à Verſailles, au Havre & à Paris pour obſerver les phaſes de cette grande Écliple, n'ayant eu aucun ſuccès, à cauſe du mauvais temps, je vais rendre compte des obſervations faites avec ſoin en d'autres villes du royaume.

J'avois lû à l'Académie, le 23 Août de l'année dernière, mes recherches ſur le mouvement de la Lune en longitude, pour le temps de la conjonction du 1.er Avril, à l'aide des obſervations faites deux cents vingt-trois lunaiſons auparavant; j'y employois à la vérité une écliple partiale du Soleil, vue le 22 Mars 1746, tant en Chine, à l'Obſervatoire de Pékin, que dans une autre grande ville du royaume de Bengale, & dont la poſition eſt très-connue: ainſi ç'a été ſur ce fondement & ſur la théorie de Newton, ou Tables aſtronomiques des Inſtitutions, quant au mouvement en latitude, que j'avois cherché la grandeur de cette écliple, mais je n'y avois pas eu égard à la nouvelle conſtruction ſuivante. Or, il paroît évident aujourd'hui, puiſque la trace du centre du cône d'ombre a réellement paſſé beaucoup plus à l'orient que ſelon tous les calculs publiés à Paris & à Londres, qu'il ne nous étoit pas poſſible de prévoir en cette circonſtance, par les Tables, d'auſſi légères incertitudes dans le mouvement de la Lune en latitude. C'eſt ce qu'on reconnoîtra facilement pour peu qu'on veuille y réfléchir; car une minute d'erreur en longitude, erreur la plus grande dans ce ſens là, & qu'il n'eſt guère poſſible de prévoir à l'aide de la période ou ſaros; une minute, dis-je, dont le mouvement de la Lune n'auroit pas été aſſez accéléré, par exemple, entraîne en effet une diminution réelle dans la latitude

Manière de corriger les erreurs des Tables en latitude à l'aide du *ſaros*.

tirée des Tables. Soit $SE☊$ l'écliptique, $☊L$ l'orbite apparente lunaire, L le lieu de la Lune tiré des Tables, E son lieu réduit à l'écliptique pour le moment de la conjonction vraie observée, il est donc visible que les Tables ne



donnoient pas la longitude L de la Lune assez avancée, puisque le point E auroit dû coincider avec le lieu du Soleil S. Ayant mené par le point L la parallèle Ll à l'écliptique, je transporte l'orbite apparente $L☊$ parallèlement à elle-même, en sorte qu'elle devienne $l\lambda☊'$; elle coupera le cercle de latitude LE en λ; & le point λ étant ainsi déterminé, la correction $L\lambda$ sera la quantité dont il faut diminuer la latitude tirée des Tables. Cette construction paroîtra évidente à quiconque voudra rechercher, au lieu de la correction soustractive en latitude, qui est ici d'environ 6 secondes par minute de mouvement en longitude, celle qui convient à la plus courte distance.

Au reste, l'on ne doit pas être surpris si les observations faites en France & autres parties de l'Europe, venant à notre secours, nous éclairent absolument sur divers points très-intéressans, soit de Physique, soit de la théorie de la Lune; ce que je vais faire voir, en exposant d'abord les observations faites en France qui sont parvenues à ma connoissance.

Je commencerai par examiner les observations faites dans les parties occidentales du Royaume, c'est-à-dire dans la Bretagne, où le cône d'ombre a dû d'abord se porter avant que d'arriver aux parties boréales & orientales de la France. Je me propose aussi de tirer principalement des observations le terme ou limite oriental & occidental de l'éclipse annulaire, pour en déduire la vraie latitude de la Lune & les causes physiques qui ont dû y influer.

M. Daprès, Capitaine des vaisseaux de la Compagnie des Indes, étant bien préparé & muni d'instrumens astronomiques, n'a pu apercevoir à Kergars *, proche d'Hennebon & du port de l'Orient, le commencement de l'éclipse, qui a dû se faire

* Latitude de $47^{d}.48'.05''$, vérifiée en 1765.

vers $8^h \frac{3}{4}$ en ce lieu là : à 9^h 5', le ciel s'étant découvert, la Lune avoit déjà trop sensiblement entamé le Soleil pour que l'on pût estimer le commencement par l'arc de la circonférence entamée : la Lunette dont on se servoit ayant environ 9 pieds, n'étoit pas garnie de micromètre, mais j'ai su enfin à quelle distance a été estimée dans la circonférence du Soleil, en un mot quelle a pu être au milieu de l'éclipse, la distance la plus courte des pointes des cornes, qui n'ont pu se réunir, savoir de 80 degrés à 85 degrés, ce qui indiqueroit 27" $\frac{1}{2}$ dont il s'en manquoit que la Lune n'ait été vue toute entière sur le Soleil. Enfin M. Daprès, malgré un brouillard léger, a déterminé exactement la fin à 11^h 38' 42" de temps vrai ou apparent : sa pendule avoit été réglée, à l'aide de son octant, par des hauteurs correspondantes, prises les 29 & 30 Mars, de même que les 1.er & 2 Avril.

L'on a supposé la longitude de ce lieu 0^h 22' à l'orient de Paris, & la latitude boréale y a été observée de 47^d 47' 10".

Je donnerai, en finissant ce Mémoire, le résultat des observations, & quelle a dû être l'erreur des Tables, tant en longitude qu'en latitude.

A Rennes, l'observation de l'anneau y a été faite dans le plus grand silence, & par deux Observateurs munis chacun d'une pendule : ayant été l'un & l'autre très-attentifs, ils ont trouvé très-sûrement la durée de l'anneau, sans même différer entr'eux d'une seule seconde. Il n'y a donc nulle incertitude sur la durée de l'anneau ; à la vérité je trouve que la méridienne de la Place royale de Rennes est défectueuse de 1 à 2 minutes, ce que je me propose de vérifier cette automne ; ou plutôt il y a une erreur en excès, soit dans cette méridienne, soit dans la méridienne particulière que l'on a destinée à servir de repaire fixe & sur laquelle les deux pendules furent réglées : mais voici la durée & les observations que M. le Marquis de l'Angle a bien voulu me communiquer. A 10^h 15' 31", première apparition de l'anneau, & à 10^h 18' 51" rupture ou fin de l'anneau, lequel a duré par conséquent à Rennes 0^h 3' 20", à 68t au nord de la Place Royale, & 160t à l'ouest.

DURÉE de l'anneau À RENNES, latitude 48^d 6' 50".

M. Gautier, à Vire, a vu l'éclipse annulaire & presque centrale, à 10^h 17′ 45″, mais il n'a pu voir les phases.

A Caen, M. Pigott, Gentilhomme anglois, n'a pu voir qu'un seul instant le milieu de l'éclipse, qui y étoit annulaire, mais non pas centrale : les nuages l'ont empêché d'en mesurer la différence, malgré l'extrême envie qu'il avoit de se satisfaire sur ce point & les instances réitérées que M. l'Intendant & moi lui avions faites à ce sujet.

Mais à Calais, M. le Prince de Croy y a fait observer soigneusement cette Éclipse, & particulièrement par l'Hydrograhe de ce lieu, connu déjà de l'Académie par quelques Ouvrages qu'il nous a adressés : on y a jugé à 10^h 38′ 47″ l'Éclipse presque centrale ou parfaitement annulaire : en voici les phases, quoique l'on ne garantisse que médiocrement la fin ou rupture entière de l'anneau.

à 10^h 36′ 47″	formation de l'anneau.........	durée 6′ 8″
10. 42. 55.	rupture ou fin de l'anneau......	

Cette durée n'est pas aussi décisive, suivant l'Hydrographe, que celle qui a pu être vue en d'autres lieux, où le ciel aura été plus serein. De plus amples détails nous instruiront peut-être davantage sur les autres obervations faites à Calais, où les Observateurs étoient d'ailleurs dénués de micromètres.

A Roïe en Picardie, M. le Prince de Croy a appris à son retour, que l'éclipse y avoit été presque centrale : on l'y a vu annulaire, & la partie d'en bas plus large.

A Troyes, les Cornes se sont approchées de 90 à 100 degrés ; & à Châlons-sur-Marne, 11 doigts à 11^h 50′.

M. le Président de l'Académie de Nanci m'a procuré une observation assez complète de l'éclipse, dont M. l'abbé de Montignot, Chanoine de Toul, m'a envoyé les détails.

à 9^h 29′ 18″	commencement de l'Éclipse..	durée 2^h 58′ 58″
12. 28. 16	fin de l'Éclipse...........	

L'éclipse n'ayant pas été annulaire à Toul, je trouve qu'à 10^h 56′ 50″ la lunette, montée sur une machine parallactique,

a donné précisément 60 secondes entre les passages des cornes au fil horaire ; de manière que la distance des pointes des cornes n'excédoit pas alors le demi-diamètre de la Lune.

De cette observation & de celle de M. Daprès, faites auprès de Hennebon, il est aisé de déduire, au premier coup d'œil sur la Carte de France, en quelles villes l'éclipse a dû être centrale & annulaire, & l'on voit clairement que la trace du sommet du cône d'ombre a dû être beaucoup plus orientale sur ce Royaume qu'on ne l'avoit déduit des Tables newtoniennes corrigées, quant à la longitude uniquement. Ainsi les observations nous ont paru d'abord cadrer beaucoup mieux avec les recherches que M.rs Clairaut & d'Alembert ont faites, d'après les observations les plus récentes & connues, sur le mouvement des nœuds de l'orbite lunaire. Environ un mois avant l'éclipse, le premier me fit part du calcul qu'il venoit d'entreprendre à ce dessein, & qui diminuoit au temps de la conjonction la latitude de la Lune d'environ une demi-minute : il la fixoit, pour le moment de la conjonction, à $0^d\ 39'\ 44''$ boréale : M. d'Alembert me communiqua aussi les corrections qu'il avoit faites aux Tables & à celles de Mayer, dont il diminue constamment la latitude de 7 secondes ; & par une autre équation il la diminuoit de 4 secondes, ce qui réduisoit la latitude, pour le moment de la conjonction, à $0^d\ 39'\ 53''$: mais quelques jours ensuite il m'a procuré une autre correction de 12 secondes ; de sorte qu'il m'invitoit, par une lettre du 17 Mars, à vérifier le jour de l'éclipse du 1.er Avril, si la latitude ne se réduisoit pas à $0^d\ 39'\ 41''$.

Il nous reste à examiner enfin ce que donne le résultat des meilleures observations, puisque les recherches les plus récentes sur le mouvement vrai du nœud paroissent s'accorder en cette occasion assez exactement avec ce qui a été vu le jour de l'éclipse du 1.er Avril. La latitude de la Lune étant une fois constatée, de même que les limites de l'éclipse annulaire, soit à l'occident, soit à l'orient, il nous doit rester à examiner encore la vîtesse apparente sur le globe du centre du cône d'ombre, & c'est ce que nous espérons détailler plus amplement dans nos Assemblées particulières.

Premier examen de la latitude de la Lune, au temps de l'Éclipse du Soleil.

A Kergars, à 10^h 8' de temps vrai, c'est-à-dire à 10^h 30' au Méridien de Paris, soit supposée la longitude de la Lune 4' 01" plus avancée que selon les Tables des Institutions, c'est-à-dire ♈ 12^d 09' 40", & la latitude corrigée de 0^d 39' 49" $\frac{1}{2}$, le lieu du Soleil corrigé ♈ 12^d 09' 48" $\frac{1}{2}$; j'ai réduit ces mouvemens à 10^h 9', c'est-à-dire une minute plus tard, en ajoutant 29" $\frac{1}{2}$ à la longitude de la Lune, 2" $\frac{1}{2}$ à celle du Soleil, & 2" $\frac{3}{4}$ à la latitude boréale. L'angle parallactique étant alors de 1^d 27' 04", & la Lune à l'orient du nonagésime, j'en ai déduit les parallaxes de longitude 1' 16", ce qui donne la longitude apparente de la Lune ♈ 12^d 11' 26", & la parallaxe de latitude 0^d 40' 49" $\frac{3}{4}$. Ainsi la distance de la Lune au Soleil apparente, selon les Tables corrigées, a dû être 1' 48"; d'où ôtant 19" $\frac{1}{2}$, dont cette sécante surpassoit son rayon, en prenant pour rayon la plus courte distance de la Lune au Soleil, l'on aura 1' 28" $\frac{1}{2}$ pour la plus courte distance des centres, peu différente de celle que M. Daprès a trouvée de 1' 32", puisque la Lune débordoit le Soleil de 27 $\frac{1}{2}$ à Kergars: mais comme la fin de l'éclipse, observée par M. Daprès, ne donneroit l'erreur des Tables que de 3' 51", c'est-à-dire 10 secondes plus petite qu'on ne l'a supposée ci-dessus, diminuant aussi la latitude de 1 à 2 secondes; la plus courte distance des centres ne seroit en ce cas que de 1' 26" $\frac{1}{2}$, selon les Tables corrigées; c'est-à-dire qu'enfin la latitude doit être réduite encore à 0^d 39' 37" $\frac{3}{4}$, pour en conclure la plus courte distance apparente, avec M. Daprès, de 1' 32". 22 Août 1764.

Quoique la hauteur du Pôle de Rennes ne nous soit pas exactement connue, & que quelques Auteurs l'aient fait varier depuis 48^d 2' $\frac{3}{4}$ jusqu'à 48^d 6' 45", j'ai examiné d'abord quelle différence, dans la plus courte distance des centres, pourroit faire naître une erreur de 3 minutes dans la hauteur du Pôle.

La Lune, au temps du milieu de l'Éclipse, étoit alors au

nonagésime degré de l'écliptique, & sa parallaxe de hauteur se confondoit absolument pour lors avec sa parallaxe de latitude. Or, les 3 minutes d'erreur, dont on diminueroit la latitude ou hauteur du Pôle, & qui ne répondent qu'à 2' ½ de différence dans les distances apparentes de la Lune au Zénith, d'après l'une & l'autre supposition, ne font varier la parallaxe de latitude que de 1" ½ à 2 secondes, & celle de longitude varieroit à peine d'une seconde en pareil cas; d'où il s'ensuit qu'à peine la distance des centres varieroit de 0" ¾, ce qui ne mérite nulle considération vis-à-vis des grandes variétés ou différences que nous allons conclure ici des diverses observations, pour en déduire *la plus courte distance des centres.*

Entre plusieurs moyens que l'on a pour déterminer celle-ci, d'abord les apparences de l'anneau semblent offrir le moyen le plus naturel de décider cette plus courte distance de la Lune & du Soleil; mais les Observateurs étant dénués de micromètre, n'ont pu mesurer la plus grande ni la plus petite largeur de l'anneau: M. de l'Angle me mande que l'anneau lui a paru, de même qu'à un autre Observateur, au moins moitié plus large dans la partie du Nord que dans celle du Sud. Supposant donc les demi-diamètres apparens du Soleil & de la Lune de 15' 59" ½ & 14' 55" ½, il est clair que si la partie supérieure de l'anneau est supposée de 85" ⅓, l'inférieure, qui seroit en ce cas de 42" ⅔, nous donneroit 21 secondes pour la plus courte distance apparente des centres vue à Rennes.

Mais si l'on vient à forcer un peu les apparences & à supposer l'anneau quatre ou même six fois plus large en haut qu'en bas, l'on auroit, pour la plus courte distance des centres, 38" ¼ ou 45" ¾.

Comme il s'agit d'une couronne de lumière d'inégale épaisseur, & que l'on a pu comparer facilement entr'elles ces mêmes épaisseurs, & décider, sans micromètre, si l'une étoit *double* ou *dix fois* plus grande que l'autre; que d'ailleurs l'illusion, si elle a eu lieu, a dû plutôt influer sur les deux largeurs que sur leur rapport, *dans le cas où l'anneau n'a pas été vu trop mince;* qu'enfin je n'ai point vu en Écosse, en 1748, les Cornes lumineuses

lumineuſes autrement que fort aiguës par leurs extrémités, il n'eſt guère poſſible d'errer ſenſiblement, en aſſignant 32 ſecondes à la plus courte diſtance des centres : car en ce cas l'une des deux largeurs eſt ſuppoſée triple de l'autre, à l'inſtant du milieu de l'éclipſe ou de la durée de l'anneau.

Cette première méthode d'établir la plus courte diſtance des centres, n'étoit point à négliger, mais elle eſt ſujette à de grandes difficultés auxquelles on pourroit cependant remédier, au défaut du micromètre, en établiſſant le point de la circonférence du limbe où s'eſt formé l'anneau & celui de ſa rupture. Une preuve que la difficulté eſt très-grande, ſans les précautions que nous venons d'indiquer, c'eſt que la plus courte diſtance des centres varie de 21″, 32″, 38″$\frac{1}{4}$ & 45″$\frac{3}{4}$, ſelon que l'on ſuppoſe l'une des largeurs double, triple, quadruple ou ſextuple de l'autre ; en un mot, pour trouver, comme on le va bien-tôt voir, la plus courte diſtance des centres de 52″$\frac{1}{2}$, il faudroit que la plus grande largeur de l'anneau eût ſurpaſſé dix fois l'autre.

Preuves inconteſtables que les cauſes phyſ. ont agi ſur les largeurs & durées de l'anneau.

Or, il n'eſt pas poſſible qu'on ſe ſoit mépris à ce point-là, en eſtimant le rapport des deux largeurs de l'anneau, ainſi la théorie ne s'accorde plus avec les obſervations, puiſqu'il a fallu tirer de la théorie le mouvement apparent de la Lune de 36″$\frac{3}{4}$ en 1′ 40″ d'heure ou demi-durée de l'anneau. En effet, ſi l'on prend la différence des demi-diamètres 64″ pour l'hypothénuſe d'un triangle rectangle, dont la baſe eſt 36″$\frac{3}{4}$, le côté de ce triangle perpendiculaire à la route apparente, lequel eſt le même que la plus courte diſtance des centres, ſeroit de 52″$\frac{1}{2}$.

Cette valeur de 52″$\frac{1}{2}$ ne s'accorde pas non plus avec ce qui réſulte de l'obſervation du point de la circonférence du diſque du Soleil, où l'anneau a paru ſe former : l'on a eſtimé ce point 27 degrés ſous la ligne horizontale ou extrémité de ce diamètre du Soleil ; ce qui donneroit, à l'inſtant où l'anneau a paru ſe former, une différence en longitude apparente entre le Soleil & la Lune, de 56″$\frac{3}{4}$, & en latitude de 29″$\frac{1}{2}$; & puiſque la latitude n'a dû paroître varier, pendant la demi-

Contact apparent, 40d trop haut, relativement aux 52″$\frac{1}{2}$.

durée de l'anneau, que de 8″ ½, il s'ensuit qu'à l'instant du milieu de l'Éclipse, la différence en latitude de la Lune au Soleil, auroit paru seulement de 20″ ½; mais l'inclinaison apparente de l'orbite étoit alors de $12^d \frac{1}{2}$; la plus courte distance des centres ne sauroit excéder, selon cette observation, $0^d\ 0'\ 21''$, ce qui s'accorderoit avec la première supposition d'une des largeurs de l'anneau double de l'autre, telle que l'a estimée M. le Marquis de l'Angle. Au reste, on trouve par construction, le premier point de contact $67^d \frac{1}{2}$ au-dessous de la ligne horizontale ou extrémité du diamètre du Soleil.

Auteurs qui ont soupçonné l'atmosphère lunaire, en 1715, 1724 & 1748, aux temps des éclipf. du Soleil.

Comme M. Euler n'a nullement résolu, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin de l'année 1748, la question agitée en 1739, sur l'atmosphère lunaire, quoiqu'à la vérité lui & tant d'autres, d'après les phénomènes observés par M.rs de Louville & Halley en 1715, l'aient soupçonnée pourtant, & à juste titre, ce qui ne suffit pas pour résoudre cette importante question; j'ai essayé, pour y parvenir, de comparer deux effets opposés, savoir, les durées des éclipses annulaires & celles des éclipses totales. On jugera par-là si en effet le mouvement attribué au centre de la Lune s'est accéléré pendant les $0^h\ 3'\ 20''$ que l'anneau a paru durer aux Observateurs de Rennes; comme aussi quelles ont été, ou plutôt comment on doit corriger les Élémens dont on se propose de déduire la plus courte distance des centres.

MANIÈRE de décider si la Lune a une atmosphère par la durée des Éclipses totales & annulaires.

Mais avant que d'entrer dans cette recherche, j'examinerai encore les observations faites à Londres, & sur-tout les trois distances mesurées des centres de la Lune & du Soleil aux environs du milieu de l'Éclipse du 1.er Avril 1764.

M. Short s'est servi du micromètre objectif, adapté à un télescope de 2 pieds, pour mesurer les complémens des trois phases de la plus grande largeur du Soleil, qui étoit éclipsée, & d'où l'on peut déduire les distances dont je viens de parler.

Si l'on s'aide de la théorie des mouvemens apparens, deux de ces distances suffisent pour résoudre la question; mais à l'aide de la troisième, il est plus facile de découvrir les erreurs, tant en longitude qu'en latitude, tirées des Tables, ce qui est absolument nécessaire si l'on veut connoître quelle a été la plus

courte diſtance ou la plus grande proximité, vue à Londres, des centres de la Lune & du Soleil. Voici les trois diſtances ou phaſes meſurées pendant deux intervalles de temps écoulés, qui ſe ſont trouvés preſqu'égaux, quoiqu'à la vérité l'égalité de durée n'y ſoit nullement requiſe.

à $10^h\ 26'\ 10''$	la plus grande diſt. des bords de ☾ & du ☉	$2'\ 58'',7$
$10.\ 28.\ 28$	....	$2.\ 31,3$
$10.\ 30.\ 43$	....	$2.\ 26,2$

Le diamètre de la Lune, parallèle à l'horizon $29'\ 49''\frac{1}{2}$, dont celui du Soleil a paru ce jour-là & le jour ſuivant, aux environs de midi, de $31'\ 59''$.

J'avois d'abord ſuppoſé dans les calculs le lieu de la Lune $4'\ 01''$ plus avancé que ſelon les Tables des Inſtitutions, & la latitude telle qu'on l'a dû corriger, en ôtant 22 ſecondes, ſelon la règle expliquée au commencement de ce Mémoire. Or, les obſervations des trois diſtances des centres, rapportées ci-deſſus, donneroient, dans ces ſuppoſitions, trop d'inégalités dans chacune des ſécantes réduites à leur rayon, c'eſt-à-dire réduites à la plus courte diſtance des centres. Comme il faut d'abord admettre ici les trois obſervations exemptes de toute erreur, il eſt viſible que l'erreur des Tables, tant en longitude qu'en latitude, doit varier juſqu'à ce que de chaque phaſe on en déduiſe une même diſtance la plus courte des centres de la Lune & du Soleil. Je ſupprime ici l'analyſe ou les règles de fauſſe poſition, qui ſuppléent aux figures graphiques, pour ne donner uniquement que ce qui convient aux vraies erreurs des Tables & qui m'a paru convenir davantage aux trois obſervations des phaſes que je viens de rapporter.

L'erreur des Tables que j'avois d'abord employées, m'a donné l'angle parallactique, pour le temps de la première & troiſième phaſe, de $4^d\ 18'\ 53''\frac{1}{2}$ & $5^d\ 5'\ 14''$; les diſtances apparentes de la Lune au zénith, $50^d\ 38'\ 46''\frac{2}{3}$ & $50^d\ 16'\ 43''$; les parallaxes de longitude $2'\ 55''$ & $3'\ 28''$, celles de latitude $41'\ 37''\frac{1}{4}$ & $41'\ 21''\frac{1}{4}$; ainſi le lieu du Soleil étant ♈ $12^d\ 09'\ 58''\frac{1}{2}$ & ♈ $12^d\ 10'\ 09''$ au temps de la première &

troisième observation, le mouvement apparent de la Lune; pendant le même intervalle de $0^h\ 04'\ 33''$, de $0^d\ 1'\ 41''\frac{3}{4}$, on aura la différence de leur mouvement en longitude de $0^d\ 1'\ 31''$: or celle de leur latitude étant de $28''\frac{1}{4}$, l'inclinaison apparente de l'orbite a dû être en ce moment de $18^d\ 5'$. Tels sont les élémens nécessaires si l'on veut avoir recours à quelque construction particulière & s'en aider pour les calculs, ou bien l'on y procédera comme il suit. Soit la plus courte distance des centres, déduite des trois observations réduites, &c. de $1'\ 19''\frac{1}{2}$, vue à Londres, ce qui répond précisément à $10^h\ 29'\ 41''$. Si l'erreur des Tables des Institutions est réduite à $3'\ 31''$ dans cette nouvelle supposition, l'on trouve que la latitude apparente de la Lune au Soleil a dû être pour lors de $75''\frac{1}{2}$, & par conséquent la vraie latitude de la Lune $0^d\ 40'\ 05''\frac{1}{2}$. On l'auroit trouvée de $40'\ 3''$ si l'on eût encore diminué l'erreur des Tables en longitude de 10 secondes, mais cette supposition ne sauroit s'admettre, les observations de la fin & du commencement de l'éclipse, soit à Londres, soit à Kergars, y étant contraires. On a supposé le Soleil $47''\frac{1}{2}$ moins avancé que selon les Tables de Flamstead.

Vraie latitude de la Lune.

Suite du Calcul de la vraie latitude de la Lune.

A Londres, le commencement de l'Éclipse a été vu à $9^h\ 4'\ 33''$ de temps vrai: les Tables donnent à cet instant le lieu du Soleil ♈ $12^d\ 7'\ 28''$, la longitude de la Lune ♈ $11^d\ 28'\ 14''$, & sa latitude $0^d\ 36'\ 40''$: si j'ajoute $3'\ 40''$ à $45''$ à la longitude de la Lune, la latitude se trouve ainsi réduite à $0^d\ 36'\ 17''\frac{1}{2}$; & quant au lieu du Soleil, il en faut ôter au moins 47 secondes. Conformément à ces suppositions, si l'on se donne la peine de calculer l'erreur des Tables, la somme des distances des centres au commencement de l'éclipse, étant donnée par les diamètres apparens, on trouvera, en quarrant cette hypothénuse & recherchant la valeur de sa base, que l'erreur des Tables est 15 à 16" plus grande qu'on ne l'avoit d'abord découverte, en se servant de la fin de l'éclipse observée par M. Daprès. Or, si l'on étoit bien assuré du commencement

& de la fin de l'éclipse, & principalement de la différence des méridiens, il n'y auroit pas de moyen plus sûr pour approcher du résultat que l'on cherche des erreurs en longitude, que ceux que nous venons d'indiquer.

Cette erreur en longitude étant reconnue & celle du Soleil bien vérifiée, il est facile d'en conclure la latitude de la Lune, par l'observation faite à Rennes, de la distance apparente des centres & de la durée de l'anneau. Cette distance apparente a dû être, indépendamment des causes physiques, de 37 à 38; ce qui donne la latitude 26 secondes plus petite que selon les Tables des Institutions astronomiques.

Dans les Mémoires de l'Académie de Berlin de 1747, on trouve le calcul de l'éclipse, fait immédiatement après l'observation de l'Éclipse du mois de Juillet 1748, & M. Euler ne songeoit alors aucunement aux effets de l'atmosphère; mais ayant égard à la hauteur du Pôle de $5' \frac{1}{2}$ plus petite pour Berlin, telle que l'indiquoient mes observations faites en Écosse, il s'attache uniquement à découvrir la distance des centres la plus petite, au moment de la conjonction apparente de la Lune au Soleil: il dit, *pages 260 & 264*, que par l'observation de la figure de l'anneau (lequel n'a duré que 1' 22" de temps), la plus courte distance des centres a dû être 50 secondes, ce qu'il augmente ensuite de 1" à 3". S'il eût été question ce jour-là de reconnoître l'atmosphère lunaire, l'on auroit pu examiner, ce me semble, à Berlin non-seulement le point de la circonférence du limbe du Soleil où l'anneau commença à se former, mais encore celui de sa rupture: cette observation auroit pu donner quelques notions plus claires de l'effet de l'atmosphère, ainsi que la jonction des pointes ou croissans lumineux qui restoient sur la circonférence du Soleil, telle que l'avoient pratiqué M. Halley en 1715, & M. Maclaurin en 1737: ceux-ci n'ont pas même négligé d'indiquer ce qui se passoit sur la portion de la circonférence du disque lunaire, teinte d'une lumière assez sensible pour être remarquée avant la première apparition, soit de l'éclipse totale, soit de l'anneau.

Réflexions sur l'Écl. annulaire vue à Berlin en 1748.

Au défaut de ces sortes d'observations & d'une théorie

vérifiée le jour même de l'éclipse, & qui nous ait établi d'une manière irrévocable quelle a dû être ce jour-là la latitude apparente ou la plus courte distance des centres au milieu de l'éclipse, M. Euler s'est réduit, long-temps après & lorsqu'il a eu connoissance du diamètre lunaire vu en Écosse, à une hypothèse sur les réfractions, telles que celles-ci conviendroient à un Observateur occupé des réfractions horizontales sur la Lune, & il tire de cette hypothèse la plus courte distance des centres, non pas de 50″ à 53″, mais de 72 secondes, ce qu'il réduit ensuite à quelques secondes de moins, parce qu'il suppose encore arbitrairement que la réfraction horizontale de la Lune n'est plus de 0′ 20″, mais de la moitié moindre, en se rapprochant sans doute des résultats de ceux qui la nioient en 1739 *.

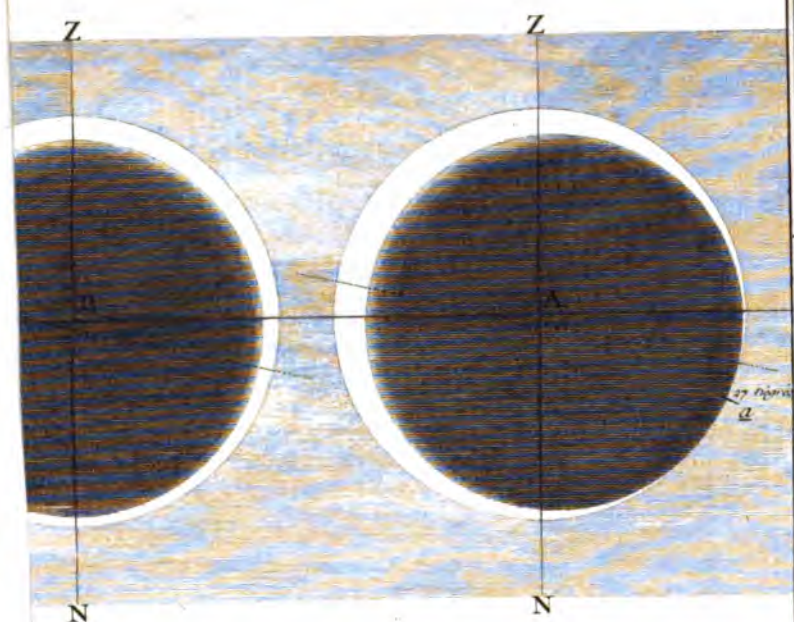
* Trans. Philos. n.° 455.

Assurément l'avantage a été très-grand pour Berlin, où la Lune ne devoit déborder le disque du Soleil, aux momens de la formation de l'anneau, que de quelques secondes, ainsi qu'on le prouvera facilement; mais il est très-certain qu'on ne nous a nullement fait voir que le phénomène établissoit l'atmosphère d'une manière indubitable *, & il falloit, au lieu d'une hypothèse, établir constamment la latitude de la Lune par des observations décisives.

* Dans les Calculs & Cartes, publiés en 1764 à Paris, en même temps que dans tout le reste de l'Europe, il n'a nullement été question d'avoir égard aux effets de l'atmosphère, ce que l'on n'auroit sûrement pas négligé, si l'observation faite à Berlin en 1748, en eût prouvé les effets. On remarquera d'ailleurs qu'on n'a pas même songé à en avertir les Observateurs, afin qu'ils y donnassent la plus sérieuse attention, dans le cas sur-tout où l'on y auroit soupçonné ce jour-là quelque effet qui auroit pu nous être sensible.



ılaire vue à **RENNES**
Avril 1764.



réunion ou commencement } *de l'Anneau*
e ....
e ....

u Disque du Soleil.

NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES
POUR
CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÉTES PAR LA LUNE;

Et en général pour réduire des Observations quelconques de cet Astre, au lieu vû du centre de la Terre *.

PREMIER MÉMOIRE.

Par M. DU SÉJOUR.

L'OUVRAGE que je présente à l'Académie, & dont ce premier Mémoire n'est que l'exposition, a été entrepris à l'occasion de l'Éclipse du 1.er Avril 1764; la célébrité de ce phénomène, la curiosité générale qu'il a excitée parmi les Astronomes, le desir de vérifier l'accord des Tables avec les observations astronomiques, m'ont engagé à donner à une méthode qui m'étoit particulière, toute la précision dont elle étoit susceptible. Dans la suite de ce travail, j'ai été fort étonné de voir que cette méthode n'étoit qu'un cas particulier d'une théorie beaucoup plus générale; je me suis donc proposé de rédiger une suite de formules, toutes relatives aux Éclipses de Soleil & toutes déduites du même principe. J'ai voulu présenter sous un seul point de vue, tous les problèmes que l'on peut proposer sur cette matière; je serai dédommagé de mes peines si mes travaux peuvent être utiles à l'Astronomie.

Ce seroit fatiguer vainement l'attention du lecteur, que d'entrer dans un trop grand détail de procédés géométriques,

* Quoique ce Mémoire & le second du même Auteur sur la même matière, n'aient été lûs qu'en 1765; cependant l'Académie a cru devoir les publier en 1764, dans le même volume que les observations de l'Éclipse annulaire du Soleil du 1.er Avril de la même année.

je me contenterai donc, dans ce premier Mémoire, de présenter une idée succincte de chacune des méthodes, des usages auxquels on peut les employer, de l'utilité dont elles peuvent être, soit pour l'Astronomie, soit pour la Géographie.

Je passe à l'analyse de l'ouvrage.

Il est divisé en quatre parties qui feront chacune le sujet de plusieurs Mémoires.

La première contient la démonstration des équations fondamentales.

Dans la seconde partie, on suppose connus les élémens & l'on calcule les phénomènes.

Dans la troisième partie, on déduit les élémens des phénomènes observés.

Les résultats contenus dans cette troisième partie, sont trop singuliers pour ne pas mériter une attention particulière.

Cette troisième partie est terminée par une dissertation sur la longitude de Madrid, & sur l'observation faite à Calais.

Enfin l'on démontre dans la quatrième partie, quels changemens l'on doit faire aux formules pour les appliquer aux occultations des Étoiles & des Planètes par la Lune. L'on y donne aussi des méthodes pour réduire des observations quelconques de cet astre au lieu vu du centre de la Terre.

PREMIÈRE PARTIE.

Principes généraux sur lesquels les formules sont fondées.

POUR déterminer les circonstances d'une éclipse de Soleil, j'imagine que par le centre de la Lune, l'on fasse passer un plan mobile perpendiculaire au plan de l'écliptique, & dont l'intersection avec l'écliptique soit perpendiculaire à la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre. Que par le Soleil l'on fasse passer un cône, dont le sommet soit au centre de cet astre & dont la base soit les différens plans des parallèles terrestres.

Comme chaque observateur attribue au Soleil le mouvement qui lui est propre, cet astre paroîtra se mouvoir dans l'intersection

l'interſection du plan de projection avec ce cône lumineux; tandis que le mouvement de la Lune paroîtra ſe faire dans la ligne droite, projection de la petite portion de ſon orbite relative, parcourue pendant la durée de l'Éclipſe; il ne s'agit donc que de réſoudre ce problème.

Étant donnés deux corps, dont l'un ſe meut uniformément en ligne droite, & l'autre circule dans une ellipſe, ſuivant une loi connue; déterminer à chaque inſtant la diſtance de ces corps vûe d'une diſtance variable, mais aſſujettie à une loi donnée.

Le corps mû en ligne droite, c'eſt la Lune; le corps qui circule dans une ellipſe, c'eſt le Soleil; cette diſtance variable, d'où l'on ſuppoſe les phénomènes obſervés, c'eſt la diſtance de l'obſervateur au plan mené par le centre de la Lune. Il eſt aiſé de voir que cette diſtance dépend de la quantité dont l'obſervateur, en vertu du mouvement diurne, s'approche ou s'éloigne du plan, paſſant par le centre de la Lune, & de la quantité dont ce plan s'approche ou s'éloigne lui-même de l'obſervateur, en vertu du mouvement de parallélïſme qu'on lui a ſuppoſé.

Perſonne n'ignore que la Terre n'eſt point une ſphère parfaite; la théorie & les obſervations démontrent également que c'eſt un ſphéroïde aplati vers les pôles. L'on n'avoit pas imaginé avant les derniers temps, de faire entrer cette conſidération dans le calcul des Éclipſes, le fait même étoit inconnu ou n'étoit point conſtaté; mais depuis que les voyages du Nord & du Pérou ont rendu cette vérité hors de toute atteinte, les Aſtronomes modernes ont bien ſenti que cette circonſtance devoit néceſſairement entrer en ligne de compte dans leurs calculs; je n'ai eu garde de négliger une ſemblable attention qui n'apporte aucune complication dans les formules: je fais voir qu'elle ne fait que changer les coëfficiens numériques de quelques termes, & que ſubſtituer à la véritable latitude du lieu, une latitude corrigée; cette aſſertion eſt fondée ſur la propriété connue de l'ellipſe, que les ordonnées de cette courbe ſont dans un rapport conſtant avec les ordonnées correſpondantes du cercle inſcrit.

Si par le centre du Soleil & de la Lune, l'on suppose menées deux droites qui concourent à l'œil de l'observateur, l'angle de ces deux droites mesurera la distance des centres. Le problème consiste donc à donner l'expression de cet angle; mais cette expression dépend elle-même des côtés du triangle rectiligne dont cet angle fait partie. Les articles IV, V, VI & VII, sont employés à déterminer rigoureusement ces côtés.

L'on ne peut dissimuler que le calcul de l'angle cherché auroit conduit à une équation très-compliquée, si l'on eût employé les valeurs rigoureuses des côtés du triangle rectiligne: il étoit cependant nécessaire de rendre cette équation soluble. Pour y parvenir, j'ai eu recours à la méthode *de maximis & minimis.* J'ai évalué rigoureusement ces côtés, j'ai ensuite négligé dans cette évaluation les termes qui compliquoient l'expression de l'angle; appliquant enfin la méthode *de maximis & minimis* à la différence de ces deux expressions, j'ai fait voir que dans les cas extrêmes, l'erreur sur l'angle dans les deux hypothèses, est une erreur moindre qu'un dixième de seconde de degré; d'où j'ai conclu que l'expression la plus simple de l'angle, n'étoit pas moins exacte que la plus compliquée.

Je suis enfin parvenu à une relation entre la distance des centres, la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, le temps écoulé depuis la conjonction, la parallaxe horizontale polaire, la latitude du parallèle terrestre & l'angle horaire.

Telle est l'équation fondamentale de tout l'ouvrage. Il est aisé de sentir que cette base une fois posée, il appartient à l'Algèbre d'en tirer toutes les conséquences possibles; & tel est le but que je me suis proposé dans la deuxième & la troisième partie. Comme dans la suite de cet ouvrage, je substitue perpétuellement à la véritable latitude du lieu, une latitude que j'appelle la *latitude corrigée,* je ne me suis pas contenté de donner la formule pour conclure l'une de l'autre; j'ai cru à propos, afin d'épargner autant qu'il est en moi, la peine des calculateurs, de joindre une Table des différences entre les latitudes vraies & les latitudes corrigées; & attendu que ce rapport dépend de celui des axes de la Terre, j'ai calculé deux

Tables différentes; la première, en supposant le rapport des axes :: 177 : 178; & la deuxième, en supposant, avec Newton, ce rapport :: 229 : 230. J'ai fait voir que les mêmes Tables pouvoient également servir à déterminer l'angle du grand axe de la Terre, avec le rayon de l'ellipsoïde passant par le lieu. J'ai cru aussi qu'il ne seroit pas inutile de joindre une Table du rapport des parallaxes horizontales pour toutes les latitudes, ou ce qui revient au même, des rayons terrestres, quoique cette Table se trouve dans plusieurs ouvrages d'Astronomie.

SECONDE PARTIE.

DANS cette seconde Partie l'on s'élève des élémens aux phénomènes, c'est-à-dire que l'on suppose connus les élémens, & que l'on en conclut les phénomènes qui doivent s'observer.

Le premier usage de la formule est de résoudre ce problème.

Étant donnée l'heure de la conjonction & la latitude de la Lune lors de la conjonction; déterminer la distance des centres du Soleil & de la Lune à une heure quelconque, dans un lieu quelconque.

Je remarque ensuite qu'il ne suffit pas, pour avoir une idée complète du phénomène que l'on calcule, de connoître la distance des centres du Soleil & de la Lune. En effet, si par le centre du Soleil, l'on décrit un cercle dont le rayon soit égal à la distance calculée, tous les points de ce cercle satisferont également à cette première condition: il faut donc, pour avoir une idée complète, ajouter à la connoissance de la distance des centres, celle de la partie éclipsée du Soleil; afin d'y parvenir, je partage le disque du Soleil en quatre parties égales.

J'appelle *Angle boréal précédent* ou *premier angle*, l'angle qui s'étend entre le nord & la partie du ciel vers laquelle se fait le mouvement diurne.

Angle boréal suivant ou *second angle*, l'angle qui s'étend entre le nord & la partie du ciel opposée au mouvement diurne.

Angle austral suivant ou *troisième angle* l'angle qui s'étend entre le midi & la partie du ciel opposée au mouvement diurne.

Angle austral précédent ou *quatrième angle*, l'angle qui s'étend entre le midi & la partie du Ciel vers laquelle se fait le mouvement diurne.

Je fais voir à l'inspection des signes, dans lequel de ces angles l'observateur rapporte le centre de la Lune; je donne de plus l'expression de l'angle de la ligne des centres, avec une droite donnée de position, & que je nomme *la droite de comparaison.*

Puisque l'expression de l'angle qui mesure la distance des centres du Soleil & de la Lune, est susceptible d'accroissemens & de diminutions : il est un instant où elle est la plus petite possible, c'est l'instant de la plus grande phase, & la distance des centres correspondante est la plus courte distance des centres pour le lieu qui l'observe : la solution rigoureuse de ce problème présentoit d'abord quelque difficulté. En effet, l'expression de l'angle renfermant des variables au dénominateur & au numérateur, l'équation différencielle contenoit l'inconnue à une puissance assez élevée. Pour éviter cet inconvénient, j'ai supposé que le *minimum* de l'angle avoit lieu, lorsque le côté opposé à l'angle étoit le plus petit possible; j'ai calculé par la méthode *de maximis & minimis,* la plus grande erreur de cette solution. J'ai fait voir que cette plus grande erreur consistoit dans les cas extrêmes, à regarder comme l'instant de la plus courte distance, un instant où cette distance varioit encore d'une quantité si insensible, qu'au bout d'une minute de temps elle n'auroit produit dans l'angle qu'une variation d'environ deux dixièmes de seconde; j'en ai donc conclu que ce nouveau symptôme beaucoup plus simple, étoit aussi rigoureux que le symptôme le plus compliqué. J'ai calculé en conséquence l'expression de l'angle qui mesure la plus courte distance des centres à une heure quelconque, sous une latitude quelconque, & l'expression du nombre de secondes horaires écoulées entre le phénomène & l'instant de la conjonction.

Cette théorie est terminée par une application de ce différentes formules au parallèle boréal de 48^d 51'.

Dans la première colonne de ce dispositif sont contenues les heures successives depuis le lever jusqu'au coucher du Soleil.

Dans les deuxième, troisième & quatrième colonnes, l'on voit les plus courtes distances des centres correspondantes aux différentes heures successives, l'angle du disque du Soleil dans lequel se rapporte le centre de la Lune, & la longitude respective des différens lieux pour lesquels la plus courte distance des centres est arrivée aux heures données.

Il est aisé de remarquer par la seule inspection du dispositif, que tous les lieux situés sous le même parallèle, ne voient pas la même plus grande phase : ce phénomène dépend de l'angle horaire; ainsi donc dans l'exemple particulier de l'éclipse du 1.er Avril 1764, le lieu qui, sous le parallèle boréal de $48^d\ 51'$, éprouve la plus courte distance des centres à 7^h du matin, ne voit pas la même phase que celui pour qui ce phénomène arrive à 2^h du soir.

Quoique la différence des heures occasionne une très-grande diversité dans les plus courtes distances des centres, il est une limite que ces grandeurs ne peuvent pas franchir; il est une certaine heure, au de-là de laquelle les phases après avoir décrû, recommencent à croître; le lieu où se passe ce phénomène, est donc celui qui sous la même latitude voit la plus grande ou la plus petite phase possible.

Ce problème du genre *de maximis maximorum* est le sujet d'une recherche particulière; l'on y parvient à une expression très-simple de cette phase, de l'angle horaire correspondant & de la longitude du lieu pour lequel ce phénomène arrive.

Je détermine ensuite pour quels points de la Terre, une certaine plus courte distance des centres assignée, a lieu. L'équation se présente d'abord sous une forme très-compliquée; quelques réflexions analytiques sur sa nature me font voir qu'elle peut être simplifiée, & que l'on peut déterminer plusieurs cas de réduction. Il est évident que la détermination de la ligne d'attouchement des limbes du Soleil & de la Lune n'est qu'un cas particulier de la question présente, mais il est également sensible que la difficulté se complique, si l'on considère

la variation du diamètre de la Lune, relative à sa hauteur sur l'horizon: non-seulement je résous cette dernière question dans toute sa généralité, je suppose même que l'on fasse entrer dans la solution un nouvel élément qui dépendroit, par exemple, d'une inflexion de lumière.

Les formules précédentes me conduisent naturellement à la solution de ce nouveau problème.

Déterminer dans quels lieux particuliers de la Terre, on observe les dernières phases possibles sur notre globe, & la quantité de ces phases.

Avant d'épuiser tous les cas de réduction, je remarque qu'en général la condition est que la ligne des centres fasse avec la la ligne de comparaison un certain angle donné: mais quelques circonstances astronomiques ne s'opposeroient-elles pas à l'existence de cette condition. Pour résoudre cette difficulté, je cherche quel est sous chaque parallèle, le *maximum* d'angle de la ligne des centres avec la ligne de comparaison. Je fais voir que ce *maximum* est le plus grand possible pour les lieux situés sous l'équateur. Je détermine donc la plus grande valeur à laquelle l'angle de la ligne des centres puisse parvenir, ou si l'on veut le *maximum maximorum* de cet angle; il est sensible que toutes les solutions qui supposent un parallélisme de la ligne des centres, non compris dans ces limites, sont par-là même imaginaires: cette considération me fait exclure plusieurs cas de réduction. Il n'est aucun astre dans notre système planétaire à qui ces conditions puissent convenir, l'angle des orbites avec l'équateur n'est pas assez grand, je ne m'étends donc point sur les formules relatives à ces parallélismes, elles ne présenteroient que des combinaisons d'Algèbre, qui donneroient dans tous les cas, des résultats imaginaires. Mais elles n'ont pas dû être négligées, ce sont de vraies solutions analytiques, de vraies réductions de l'équation générale données par la Géométrie, & qui ne sont exclues que par des considérations particulières: imaginons d'autres astres dont les orbites fassent un plus grand angle avec l'équateur, & toutes ces solutions deviendront réelles.

Je démontre ensuite qu'il est deux autres cas qui réduisent généralement l'équation, c'est-à-dire indépendamment du parallélisme de la ligne des centres; ce sont ceux de la déclinaison du Soleil nulle ou de l'orbite relative perpendiculaire au cercle de déclinaison. Quoique ces cas soient très-rares, puisqu'il est très-difficile que la conjonction écliptique du Soleil arrive précisément à l'instant de l'équinoxe, ou que l'orbite relative soit perpendiculaire au cercle de déclinaison du Soleil, je les examine sommairement.

Je détermine enfin, pour quels lieux de la Terre la ligne des centres fait à l'instant de la plus grande phase un angle donné avec la ligne de comparaison; pour quels lieux de la Terre la plus courte distance des centres arrive à un instant physique assigné?

Dans le commencement de cette seconde partie, j'ai donné la formule pour calculer la distance apparente des centres du Soleil & de la Lune à une heure donnée dans un lieu assigné. Je me propose le problème inverse: je suppose connus, la distance apparente des centres & l'instant physique du phénomène, c'est-à-dire le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, & je détermine quels lieux de la Terre éprouvent cette phase.

Les mêmes difficultés de calculs qui m'avoient arrêté dans la solution du problème précédent, se représentent dans la solution de ce nouveau problème. Je ne puis donc donner des équations solubles que pour quelques cas particuliers; les moyens que j'emploie pour découvrir les cas de réduction, sont les mêmes que pour l'article précédent.

L'on a fait voir dans les premiers problèmes de cette seconde partie, comment *(étant donnée la latitude d'un parallèle & l'angle horaire du lieu à l'instant de la plus grande phase)* l'on détermine la longitude du lieu particulier, relativement auquel la plus courte distance des centres arrive à l'heure donnée. Mais au lieu de supposer connu l'angle horaire, si l'on cherchoit à quelle heure la plus courte distance des centres arrive pour un lieu particulier dont la longitude est donnée; l'on auroit à résoudre une équation qui contiendroit en même temps

l'angle horaire cherché & des fonctions très-compliquées de son sinus & de son cosinus; le problème ne paroît donc pas soluble. Pour suppléer à cet inconvénient, j'ai substitué à l'expression rigoureuse de l'arc horaire correspondant à la plus grande phase, une série très-convergente, dont le cinquième terme ne donne déjà plus que des tierces horaires.

Quelqu'intéressant qu'il soit pour l'Astronomie de déterminer tous les phénomènes relatifs aux éclipses, il est cependant une phase particulière qui présente un objet de curiosité plus universel, je parle de l'éclipse centrale: les ténèbres dont cette phase est quelquefois accompagnée jettent un intérêt plus vif sur la présence de ce phénomène; mais quoique destituée souvent de cet appareil imposant, elle n'en est pas moins intéressante aux yeux de l'Astronome: rien de plus curieux en effet que de suivre, sur la surface du globe, la trace de l'ombre projetée par la Lune.

Les méthodes établies dans cet ouvrage, fournissent une solution bien facile de ce problème. En effet, puisque l'on a l'expression générale de la distance des centres; si l'on fait nulle cette expression, l'on parviendra à une relation très-simple, entre la latitude des lieux qui voient l'éclipse centrale, l'heure à laquelle ce phénomène arrive & la latitude de la Lune lors de la conjonction: tel est l'objet de mes recherches relativement à cette phase particulière. Je fais voir comment étant donnée la latitude d'un parallèle terrestre quelconque, on détermine à quelle heure l'éclipse centrale arrive sous ce parallèle; & réciproquement, comment on détermine la latitude du lieu qui voit l'éclipse centrale, lorsqu'il est dans ce lieu une certaine heure donnée.

La théorie *de maximis & minimis* s'applique également à ce problème.

Puisque le lieu qui voit l'éclipse centrale à une certaine heure, n'a pas la même latitude que celui relativement auquel elle arrive à une autre heure, & que par conséquent la différence des heures occasionne une diversité dans les latitudes; n'est-il pas possible qu'il y ait un certain angle horaire au-delà duquel

les

les latitudes, après avoir decrû, recommencent à croître ? ces questions méritoient sans doute d'être approfondies; elles font partie de nos recherches : l'on y détermine la plus grande & la plus petite latitude possibles de tous les lieux qui voient l'éclipse centrale & la longitude correspondante de ces lieux ; l'on fait voir enfin dans quel lieu l'éclipse centrale arrive au lever & au coucher du Soleil.

Cette théorie est terminée par l'application de ces différentes formules à la route de l'ombre pour l'éclipse du 1.er Avril 1764. L'on peut voir dans ce dispositif, les longitudes & les latitudes correspondantes aux différentes heures successives depuis le lever jusqu'au coucher du Soleil; l'on doit observer que, conformément aux remarques précédentes, les latitudes décroissent à mesure que l'on s'éloigne de l'heure correspondante au *maximum* de latitude.

Personne n'ignore que l'angle sous lequel la Lune paroît à nos yeux est variable; la distance de cet astre à la Terre, n'ayant point un rapport infini avec le rayon terrestre, il est soumis à la loi optique de tous les corps qui paroissent soutendre un angle d'autant plus grand que leur distance est plus petite : cet angle ne dépend pas seulement de la distance de la Lune au centre de la Terre, la latitude du lieu & l'angle horaire, sont encore des élémens qui influent sur sa variation. Quoique l'on n'ait rien à desirer sur cette matière, après les peines que de célèbres Astronomes ont prises de calculer les diamètres de la Lune pour toutes les latitudes terrestres & toutes les positions possibles de cet astre ; j'ai cru cependant devoir entrer dans quelque détail sur la solution particulière que l'on peut déduire de mes formules. J'établis une relation, que je crois nouvelle, entre la parallaxe horizontale polaire, la distance apparente des centres du Soleil & de la Lune, l'angle horaire, le temps écoulé depuis la conjonction & le diamètre apparent de la Lune. L'accord rigoureux des résultats donnés par cette méthode avec les résultats donnés par les méthodes déjà connues, fait assez voir que ces deux routes conduisent également à la vérité.

Après avoir considéré la distance des centres du Soleil &

de la Lune, j'obſerve qu'il eſt d'autres manières de déterminer la quantité de l'écliple également en uſage parmi les Aſtronomes, c'eſt de conſidérer le nombre de doigts du Soleil éclipſés par la Lune & la diſtance des limbes. J'établis en conſéquence la relation entre la diſtance des centres, le nombre de doigts éclipſés & la diſtance des limbes.

Il ſuffit des premières notions de Géométrie, pour ſentir que le diſque de la Lune en s'avançant ſur le diſque du Soleil, forme deux eſpèces de pointes à peu-près ſemblables aux cornes de la Lune dans ſon croiſſant; à meſure que la Lune s'avance ſur le diſque du Soleil, la diſtance de ces cornes augmente à proportion: l'on peut donc juger de la grandeur de l'éclipſe, par la diſtance de ces cornes, cette méthode eſt fort en uſage parmi les Aſtronomes; elle a l'avantage d'être dans beaucoup de cas, ſuſceptible d'une très-grande préciſion. J'ai donc penſé qu'il pouvoit être utile de déterminer l'équation entre la diſtance des cornes, la diſtance des centres & les diamètres apparens du Soleil & de la Lune. Par le moyen de cette équation, *étant donnée la diſtance des centres*, l'on en conclut la diſtance des cornes, & réciproquement, *étant donnée la diſtance des cornes*, l'on en conclut la diſtance des centres.

La théorie *de maximis & minimis* s'applique encore à ce problème. En effet, puiſque la diſtance des cornes augmente à meſure que la diſtance des centres diminue, qu'elle parvient à ſa plus grande valeur & qu'enſuite elle diminue, il eſt du reſſort de la Géométrie de déterminer ce point de paſſage: cette queſtion fait la matière d'un problème. Je détermine donc la diſtance des centres correſpondante à la plus grande diſtance des cornes, & la valeur de cette plus grande diſtance; je remarque que ce *maximum* n'a pas lieu pour tous les endroits de la Terre qui voient l'éclipſe. Je demontre qu'il faut que la diſtance des centres du Soleil & de la Lune puiſſe d'ailleurs être égale à une certaine valeur que j'aſſigne.

Il eſt temps de parler d'une idée que les réſultats contradictoires des premiers calculs de cette éclipſe m'avoient fait naître; les rayons du Soleil n'éprouveroient-ils pas une inflexion

à l'approche du corps de la Lune? Cette idée n'étoit point nouvelle, plusieurs célèbres Astronomes * l'avoient eue long-temps avant moi. M. de la Lande, dans son dernier ouvrage d'Astronomie, soupçonne que cette inflexion a lieu dans les occultations des étoiles fixes. Il n'y avoit pas une grande distance de cette remarque à l'application du même principe aux éclipses de Soleil: d'ailleurs je pensois que cette question ne pouvoit être irrévocablement décidée, tant que l'on n'auroit point des méthodes pour calculer les mêmes observations dans les deux hypothèses du rayon infléchi & du rayon non infléchi. J'ai donc cherché ce que devenoient les formules précédentes dans l'hypothèse du rayon infléchi. J'ai vu que cette hypothèse n'altéroit en aucune façon l'équation au disque de la Lune, que tout son effet étoit de produire une altération momentanée dans l'équation au disque du Soleil; en un mot je suis parvenu à déterminer la relation entre la distance des centres, la distance des limbes & la distance des cornes dans l'hypothèse du rayon infléchi.

* *Transf. philos. année 1738, & Mém. de Berlin, 1748.*

Pour calculer des formules, il étoit nécessaire de partir d'une hypothèse d'inflexion. Je suppose donc que par le centre de la Lune & par l'œil de l'observateur l'on mène une droite indéfinie. J'évalue l'inflexion relativement à cet axe, j'imagine que les rayons du Soleil qui parviennent à l'observateur, éprouvent une déviation de leur route rectiligne telle que le nouvel angle qu'ils forment avec cet axe, soit dans un rapport quelconque avec l'angle qu'ils auroient formé s'ils fussent arrivés en ligne droite à l'observateur.

Lorsque j'étois sur le point de présenter cet ouvrage, j'ai appris qu'un célèbre Astronome de cette Académie *, en calculant l'éclipse du 1.er Avril 1764, étoit parvenu à des conséquences analogues. Quoique j'ignore totalement ce qui peut être contenu dans son Mémoire, de quelles observations il est parti, quelles conséquences il en a tirées; je saisis avec empressement cette occasion de lui témoigner toute mon estime. S'il est parvenu au même résultat, c'est avec plus de confiance que je présente ce travail; je me ferai toujours honneur de marcher

* M. le Monnier.

dans la carrière des Sciences, sur les traces de mes confrères que je regarderai toujours comme mes maîtres. Il pourroit même arriver que sans le savoir, j'eusse encore dérobé d'autres idées, je les restitue avec plaisir : au reste, la vérité est une; doit-il paroître étonnant que des recherches analogues conduisent aux mêmes résultats ?

Je finis cette seconde partie par la solution d'un problème intéressant, c'est la détermination du commencement & de la fin de l'éclipse; au défaut de formules directes possibles, l'on a eu recours à une série très-convergente pour exprimer l'angle horaire correspondant au commencement & à la fin de l'éclipse, cette série dès le cinquième terme ne donne déjà plus que des tierces horaires: il n'est pas inutile de remarquer qu'elle s'applique également à l'hypothèse du rayon infléchi & du rayon non infléchi ; ces deux cas ne diffèrent que par les coëfficiens numériques de quelques-uns des termes de la série.

TROISIÈME PARTIE.

DANS cette troisième partie, l'on descend des observations aux élémens, c'est-à-dire que l'on suppose les observations & que l'on en conclut les élémens de la Lune.

Si l'on jette les yeux sur les formules, l'on verra que la connoissance exacte des grandeurs dont elles sont composées, dépend en partie du mouvement de la Lune, & en partie du mouvement du Soleil. Je remarque que les mouvemens solaires sont trop bien connus pour laisser quelqu'incertitude sur les élémens qui en dépendent; il n'en est pas de même de la Lune. Quelques précises que soient les nouvelles Tables Astronomiques, il reste toujours quelque doute léger sur la scrupuleuse exactitude des résultats.

Quatre élémens principaux du mouvement lunaire entrent dans la composition des formules :

La parallaxe horizontale polaire :

Sa latitude vraie au moment de la conjonction :

L'instant précis de la conjonction :

Le rapport du mouvement horaire en longitude au mouvement horaire en latitude.

J'obſerve d'abord qu'il eſt difficile d'élever quelqu'incertitude ſur les réſultats des Tables relativement aux mouvemens horaires, qu'il peut arriver qu'à un inſtant quelconque, l'obſervation diffère du lieu calculé de quelques ſecondes; mais que cette erreur eſt le réſultat de pluſieurs erreurs accumulées pendant une longue ſuite d'inſtans ſucceſſifs, & non pas une erreur inſtantanée; que par conſéquent les différences horaires des lieux calculés, ſont égales aux différences horaires des lieux obſervés, ou, ce qui revient au même, que les mouvemens horaires ſont rigoureuſement donnés par les Tables aſtronomiques.

Dans le choix des inconnues de l'équation, je me détermine donc, à regarder comme variable, la parallaxe horizontale de la Lune, ſa latitude & l'inſtant de la conjonction; j'obſerve même que dans l'ordre des quantités dont la détermination peut être ſujette à quelqu'incertitude, la parallaxe horizontale des Tables eſt beaucoup plus préciſe.

Malgré l'indétermination de ces grandeurs, je fais voir qu'il eſt des quantités qui ſemblent en dépendre, que l'on peut regarder comme rigoureuſement déterminées par les Tables Aſtronomiques: ce ſont celles dont les variations ſont trop inſenſibles pour entrer en ligne de compte dans les réſultats.

Pour fixer les idées ſur ces grandeurs, j'ai de nouveau recours à la méthode *de maximis & minimis*. J'évalue la plus grande différence que ces quantités, regardées comme variables, peuvent introduire dans l'expreſſion de la diſtance des centres, je fais voir que la plus grande différence peut à peine aller à deux tierces de degré, d'où je conclus qu'il ſeroit abſurde de compliquer les formules pour parvenir à une exactitude imaginaire.

Après avoir déterminé quelles quantités doivent être regardées comme variables, je paſſe à la ſolution des problèmes.

J'ai ſuppoſé que les rayons du Soleil s'infléchiſſoient en paſſant près du bord de la Lune, cette ſuppoſition eſt-elle gratuite? en admettant même une inflexion dans les rayons

qui rasent le bord de la Lune, la force infléchissante agit-elle à une distance quelconque suivant la même loi? son activité au contraire n'agit-elle qu'à une distance très-petite? tels sont les faits que je me propose d'abord de constater.

Il est un moyen qui s'offre naturellement à l'esprit, c'est de calculer avec exactitude, d'après des élémens connus, les phénomènes apparens, de comparer les observations aux phénomènes calculés, & d'attribuer à l'inflexion la différence des observations & des phénomènes calculés. Il est cependant une objection que l'on peut faire contre cette méthode, elle demande une exactitude trop scrupuleuse dans les élémens, la quantité de l'inflexion est trop petite, pour qu'il soit possible d'assurer, si cette différence entre les observations & les phénomènes calculés, est l'effet de l'inflexion ou le résultat d'une erreur légère dans la connoissance rigoureuse des élémens.

Un autre inconvénient qu'il faut éviter, c'est d'employer des rayons qui aient éprouvé une inflexion différente; si je compare en effet deux rayons, dont l'un ait rasé le bord de la Lune, & dont l'autre ait passé à une distance donnée de ce bord, la supposition systématique sur le rapport des deux inflexions, ne peut-elle pas m'écarter de la vérité? & si je ne suppose aucune loi, comment comparer ces deux inflexions?

Les méthodes que je propose me paroissent exemptes de ces inconvéniens; elles sont directes, elles ne supposent pas les élémens de la Lune déterminés avec une exactitude trop scrupuleuse, elles n'emploient que des rayons qui ont essentiellement éprouvé la même inflexion.

Je détermine d'abord l'inflexion particulière des rayons qui rasent le bord de la Lune; je suppose ensuite connue cette inflexion, & je fais voir comment on peut déterminer sa variation relativement aux différentes distances du rayon solaire au limbe de la Lune.

J'aurois fort desiré donner à cette dernière partie de l'ouvrage toute la perfection dont elle est susceptible, mais aucun Astronome ne s'étant proposé ce travail, il ne m'a pas été possible de trouver des observations pour le compléter, je n'ai

même ajouté une Table des variations, toute incomplète qu'elle est, que pour montrer ce qui reste encore à faire dans cette matière plus étendue peut-être & plus intéressante que l'on ne se l'imagine, & qui demande des observations scrupuleuses & réitérées. Je remarque en finissant, sans cependant vouloir rien assurer, que la diminution de l'inflexion m'a paru beaucoup moins subite que ne l'a supposée M. Euler.

Après avoir discuté ce qui regarde directement l'inflexion des rayons solaires, je passe à la solution d'autres problèmes: j'observe qu'il n'est pas ordinairement possible dans les éclipses de Soleil, de déterminer par une observation immédiate, la grandeur du diamètre de la Lune; s'il est des cas particuliers, tels que ceux de l'éclipse annulaire où la totalité du diamètre de la Lune se projetant sur le disque du Soleil, permet aux Astronomes d'en prendre la mesure exacte, ces cas singuliers ne font pas la loi générale. Pour y suppléer, on a recours à d'autres observations, dont les conséquences conduisent naturellement à la détermination de ce diamètre; telle est, par exemple, l'observation de la distance des cornes combinée avec une observation simultanée de la distance des limbes du Soleil & de la Lune.

L'on voit que cette première méthode suppose des observations simultanées, je donne ensuite une nouvelle formule qui n'exige que l'observation de la distance des cornes. L'esprit de cette méthode consiste à ne faire entrer dans l'expression du diamètre de la Lune, que les distances des cornes observées à deux instans différens, combinées avec la différence des distances des centres. L'observation immédiate fournit les deux premiers élémens, c'est-à-dire les deux distances des cornes; quant aux différences des distances des centres, je remarque que, quoique pour un instant quelconque, l'on ne puisse pas répondre d'un accord rigoureux des distances des centres, calculées & observées: cependant si l'on calcule ces grandeurs pour deux instans peu éloignés, comme les mêmes causes d'erreurs influent sur les deux calculs, les résultats seront également éloignés de l'observation, d'où je conclus qu'il est possible de suppléer à

l'obſervation immédiate de la différence des diſtances des centres par le calcul de ces différences. Chacun de ces problèmes eſt réſolu dans l'hypothèſe du rayon infléchi & du rayon non infléchi.

Je fais voir enſuite comment l'on peut conclure le demi-diamètre de la Lune & la diſtance des centres d'après les ſeules obſervations, ſans ſuppoſer connus d'autres élémens que la parallaxe horizontale.

Cette recherche eſt terminée par le catalogue des obſervations dont j'ai fait uſage, ce ſont les obſervations de Londres, de Calais, de Madrid, de Toulouſe & de Stockolm.

La première colonne contient les obſervations telles qu'elles ont été données.

La deuxième colonne renferme les demi-diamètres calculés d'après les obſervations.

L'on voit enfin dans les troiſième & quatrième colonnes, les diſtances des centres calculées dans la double hypothèſe du rayon infléchi & du rayon non infléchi.

Le problème ſuivant eſt employé à déterminer la parallaxe de la Lune, ſa latitude, l'heure de la conjonction, & la différence en longitude de deux obſervatoires, par l'obſervation de deux plus grandes phaſes.

Relativement à cette méthode, j'obſerve qu'elle peut être très-concluante pour connoître la latitude de la Lune, mais qu'elle peut induire en erreur par rapport à l'heure de la conjonction & à la différence en longitude des deux obſervatoires; en effet, ces deux déterminations ne ſont exactes qu'autant que les inſtans des obſervations ſont les véritables inſtans des plus grandes phaſes. Comme il n'eſt pas poſſible de déterminer l'inſtant rigoureux de la plus grande phaſe, il eſt toujours à craindre que l'on ne confonde avec cet inſtant un inſtant voiſin; cette erreur influe non-ſeulement ſur l'heure de la conjonction que l'on pourroit conclure des calculs, elle altère également la différence en longitude des deux obſervatoires. Il entroit donc dans le but propoſé, d'établir la relation entre la différence en longitude des deux obſervatoires, & le nombre de ſecondes

horaires

horaires qu'il faut repartir sur l'intervalle des observations, pour avoir rigoureusement le temps écoulé entre les deux plus grandes phases. Cette méthode peut être fort utile, sur-tout lorsque l'on connoît la différence en longitude des deux observatoires, elle apprend à douter de l'exactitude des observations, & fournit les moyens de rétablir les véritables instans des plus grandes phases.

Dans la recherche suivante, je détermine les élémens de la Lune d'après une seule observation de la plus grande phase & la connoissance supposée de l'un de ses élémens.

Comme je suppose successivement connues la parallaxe horizontale, la latitude de la Lune & l'heure de la conjonction: ces différentes combinaisons fournissent trois formules.

L'on n'a point oublié d'avertir dans quels cas ces formules peuvent induire en erreur par le défaut d'observations assez rigoureuses, & dans quel cas l'on doit les employer de préférence.

Je passe ensuite à la détermination des élémens de la Lune d'après une observation de la plus grande phase combinée avec l'observation d'une autre phase quelconque, je remarque que cette méthode est très-concluante pour déduire la latitude de la Lune; mais qu'elle doit être employée avec précaution pour conclure l'instant précis de la conjonction & la parallaxe horizontale lunaire.

Je détermine enfin les élémens de la Lune, d'après la connoissance supposée de l'un de ses élémens, & l'observation des deux distances des centres quelconques; ce qui fournit encore trois formules.

Comme ces dernières formules ne supposent aucune observation particulière; que par leur moyen, il est toujours possible de comparer deux observations quelconques, quelqu'éloignées qu'elles soient entr'elles par le temps & par la situation des observatoires, il est sensible que les résultats trouvés par ces méthodes, sont les plus rigoureux; il seroit difficile de jeter quelqu'incertitude sur l'heure de la conjonction & la latitude de la Lune que l'on en conclut, l'on pourroit même croire

qu'elles sont susceptibles de donner avec précision la distance de la Lune à la Terre.

La détermination des élémens de la Lune, n'est pas le seul avantage que l'on puisse tirer des observations d'une éclipse, la Géographie a un droit égal à ces observations.

Il devoit donc entrer dans le plan de cet ouvrage, de faire voir par quelles méthodes l'on peut conclure des observations la différence en longitude de deux observatoires quelconques : ce problème est l'objet d'un article particulier, l'on y fait voir par quels moyens les élémens de la Lune ayant été conclus de deux observations, & étant donnée l'observation d'une nouvelle distance des centres faite dans un autre lieu, l'on peut déterminer la différence en longitude des deux observatoires.

Je n'ai pas encore parlé d'une quantité qu'il seroit à desirer de pouvoir déterminer avec précision lors d'une éclipse de Soleil; je veux dire, l'angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune avec le fil horaire ou avec un fil vertical mené par le centre de la lunette. Il est difficile d'imaginer quelle simplification l'observation de cet élément apporteroit dans les calculs. Il est toujours possible alors de combiner tant d'observations que l'on voudra, pour en conclure tels élémens de la Lune demandés, sans que jamais les inconnues du problème montent à un degré supérieur au premier. La raison en est sensible, dans les équations que cette hypothèse permet d'employer, les variables sont toutes dans des termes distincts, élevées au seul premier degré & combinées avec des quantités connues. L'élimination de ces variables ne conduit donc nécessairement qu'à une équation du premier degré.

Afin de mieux faire sentir l'avantage de cette détermination (en cas toutefois qu'elle soit possible), je résous d'une manière beaucoup plus simple, plusieurs problèmes déjà résolus précédemment, & je fais voir que la méthode s'étend à beaucoup de questions que les difficultés d'Algèbre eussent rendues insolubles sans cette détermination.

Je détermine ensuite le point de l'écliptique dans lequel

arrive la conjonction & l'erreur des Tables Astronomiques, soit en longitude, soit en latitude.

Par la combinaison de dix-neuf observations faites à Madrid, à Toulouse, à Londres, à Calais, à Stockolm, je suis parvenu aux résultats suivans.

Élémens de la Lune pour l'éclipse du premier Avril 1764.

Heure de la conjonction à Paris 10h 31′ 23″ Temps vrai
dans 0s 12d 9′ 57″
avec une latitude boréale de 39′ 36″.

De ces déterminations, j'ai conclu que les nouvelles Tables de M. Clairaut ont donné une latitude trop grande de 5 secondes & une longitude trop petite de 23 secondes.

Dans les recherches suivantes, je discute plusieurs questions Astronomiques relatives aux éclipses.

Les rayons du Soleil éprouvent-ils une inflexion en passant près de la Lune?

Quelle paroît être la quantité de cette inflexion?

Quelle longitude de Madrid peut-on conclure des observations de l'éclipse du 1.er Avril 1764?

Quelle est la véritable heure de l'observation faite à Calais?

Sur la première de ces questions il m'a paru que l'inflexion des rayons solaires qui rasent le limbe de la Lune est d'environ 4″ $\frac{2}{3}$. Il m'a semblé aussi que la différence des longitudes de Paris & de Madrid n'étoit que de 23′ 6″ horaires, quoique cette même différence soit de 24′ 18″ suivant la Connoissance des Temps. Quant à l'observation de Calais, je croirois que l'Observateur ne s'est trompé que d'environ 7 secondes sur l'instant précis des observations, quoiqu'il ait annoncé quelque incertitude sur cet instant.

Comme la théorie de l'inflexion des rayons solaires, du moins quant à la détermination précise, est une matière qui n'est pas fort connue; qu'une partie de cette théorie, celle qui est relative à la loi de la variation, n'a jamais été considérée par aucun Astronome, & que je suis fort éloigné de regarder

mes résultats sur la quantité particulière de l'inflexion des rayons solaires rasant le limbe de la Lune, comme des déterminations irréfragables, j'ai cru qu'il n'étoit pas inutile de présenter sous un seul point de vue l'usage que l'on peut faire des éclipses de Soleil, relativement à cet objet, & les différentes observations que l'analyse m'a indiquées, comme les plus favorables.

Cette troisième partie est enfin terminée par une discussion assez curieuse. A quelle cause doit-on attribuer l'inflexion que paroissent subir les rayons solaires? Est-ce à l'attraction Newtonienne, ne seroit-ce pas plutôt à une atmosphère répandue autour de la Lune? Pour terminer cette question, je calcule l'équation à sa trajectoire décrite par le rayon solaire qui rase le limbe de cette Planète. Je fais voir qu'en employant dans ces calculs la vîtesse de la lumière & la masse de la Lune, déduites des observations, la trajectoire diffère si infiniment peu de la ligne droite, qu'il n'est pas possible d'attribuer l'inflexion à l'attraction Newtonienne: il faut donc en conclure l'existence d'une atmosphère répandue autour de la Lune.

QUATRIÈME PARTIE.

DANS la quatrième partie de l'Ouvrage, je démontre quel changement on doit faire aux formules pour les appliquer aux occultations des Étoiles & des Planètes par la Lune, aux appulses, &c. l'on y donne enfin des méthodes pour réduire des observations quelconques de cet astre, au lieu vû du centre de la Terre. Plusieurs Auteurs célèbres se sont occupés de questions analogues à ce dernier problème. M. de Maupertuis, dans son traité de la Parallaxe; M. Euler, dans les Mémoires de Berlin; M. Bouguer, dans sa Figure de la Terre; M.[rs] de l'Isle, de la Caille, de la Lande, & plusieurs autres que l'on pourroit également citer avec éloge, ont donné des méthodes pour tenir compte dans les calculs astronomiques de l'aplatissement de la Terre. Mais si l'on compare leurs solutions à la mienne, il sera aisé de voir que l'énoncé du problème, la route qu'ils ont

prise & la forme de la solution, sont différentes: en effet, le point principal auquel ils se sont attachés, a été de considérer les parallaxes de la Lune dans le sphéroïde aplati, soit en les comparant avec les mêmes parallaxes dans la sphère, soit en les calculant directement dans le sphéroïde; & il faut convenir que la réduction du lieu apparent de la Lune au lieu vrai, est un corollaire de cette méthode; mais aucun de ces Auteurs ne s'est proposé de mettre en équation le lieu vrai & le lieu apparent, de sorte que le lieu apparent étant la donnée du problème, le lieu vu du centre de la Terre soit la racine de l'équation. Il est encore une différence bien sensible & qui mérite d'être remarquée; aucune de ces solutions, ce me semble, n'est rigoureusement exacte, en prenant ce terme dans toute son étendue: le problème n'est résolu qu'en supposant très-petite la différence des axes terrestres, soit relativement à la distance de la Lune à la Terre, soit relativement à la valeur absolue de ces axes. Imaginons un sphéroïde fort aplati & un satellite fort proche de la planète principale; les droites que l'on a regardées comme parallèles dans le cas de la Terre, deviendront convergentes; les angles que l'on a supposés égaux, auront une différence sensible; les termes des séries que l'on a pu négliger, influeront sur le résultat; les formules, en un mot, ne seront plus rigoureuses: l'équation, au contraire, que je démontre, est exacte, elle s'applique également à un sphéroïde quelconque, quel que soit le rapport des axes & la distance du satellite: j'ajouterai de plus qu'elle est extrêmement simple.

Je donne ensuite des formules pour conclure la distance de la Lune à la Terre, par l'observation d'une seule hauteur méridienne, en supposant d'ailleurs connue la déclinaison de cet astre.

Je me propose enfin de calculer par des formules directes la distance de la Lune à la Terre, d'après deux observations méridiennes de cette Planète, faites dans deux Observatoires différens, sans supposer connus aucuns de ses élémens: l'on sait que ce problème astronomique a fait un des objets du voyage de M. l'abbé de la Caille au cap de Bonne-espérance,

& que la comparaison de ses observations de la Lune au méridien avec celles faites en même temps à Berlin par M. de la Lande, n'ont pas peu servi à fixer la parallaxe de cette Planète; il devoit donc entrer dans le plan que je me suis proposé de donner des méthodes pour calculer directement de semblables observations.

Il est sensible que ce dernier problème n'est qu'un cas particulier de cet autre plus général: *Déterminer la distance de la Lune à la Terre d'après deux observations quelconques de cette Planète.* Si l'on vouloit considérer la question dans toute sa généralité, l'on pourroit (théoriquement parlant) mettre le problème en équation; mais la solution analytique à laquelle on parviendroit seroit hérissée de radicaux qui ne permettroient pas d'en faire usage; d'ailleurs les observations faites dans toute autre position que dans le méridien, n'auroient pas le degré d'exactitude que demandent des déterminations aussi délicates; la Géométrie & l'Astronomie concourent donc à exclure de pareilles observations.

J'ai fait voir dans la suite de cet Ouvrage, que s'il étoit possible de déterminer par l'observation l'angle que fait avec la ligne de comparaison la droite qui joint les centres du Soleil & de la Lune, la connoissance de cet élément simplifieroit singulièrement les calculs.

Rien ne détermine dans le ciel la position de la ligne de comparaison; quoiqu'elle fasse un angle constant avec la projection du méridien universel & avec le fil horaire de l'Observateur placé au centre de la Terre, aucune de ces droites, emportées par le mouvement diurne, n'a une situation fixe & déterminée; il est donc nécessaire de rapporter leur position à quelque terme sensible, & tel peut être le fil vertical mené par le centre de la lunette.

Cette réflexion conduit naturellement à la solution de ce problème:

Déterminer sous une latitude & à un instant quelconque l'angle du fil à-plomb avec la projection du méridien universel ou avec le fil horaire de l'Observateur, placé au centre de la Terre.

En effet, si l'observation fait connoître l'angle de la ligne des centres avec le fil vertical, & que d'ailleurs l'on connoisse l'angle du fil vertical avec la ligne de comparaison, l'on conclura facilement l'angle de cette dernière ligne avec la ligne des centres, & par conséquent l'on sera dans le cas de n'avoir que des équations simples à résoudre.

Il est sensible que la solution de ce problème tient à la figure de la Terre: en effet, dès que la Terre n'est point une sphère parfaite, le fil à-plomb n'est plus dirigé vers le centre; il prend la direction du rayon osculateur dont il est le prolongement; d'ailleurs, entraîné avec l'Observateur par le mouvement diurne, sa projection varie suivant l'angle horaire & la latitude; ces difficultés ne m'arrêtent point, & le problème est résolu dans toute la rigueur géométrique.

Je finis par assigner, sous une latitude quelconque, l'heure correspondante au *maximum* d'angle du fil à-plomb avec la ligne de comparaison & la quantité de ce *maximum*.

Il ne m'appartient pas de parler de l'exécution de ce travail; je me contenterai de dire qu'il n'est aucune méthode que je n'aie pratiquée plusieurs fois & qui ne soit éclaircie par un type de calcul pour en faciliter l'usage: l'on pourra juger par le grand nombre de corollaires, avec quelle scrupuleuse attention j'ai cherché à prévenir toutes les difficultés capables d'arrêter le Lecteur, soit relativement au changement de signes des différentes valeurs qui composent les formules, soit relativement aux solutions données par l'Algèbre, quoiqu'étrangères aux problèmes astronomiques.

Dans la suite de cet Ouvrage, je n'ai eu aucun égard aux réfractions; c'est-à-dire que j'ai supposé qu'elles ne causoient aucune altération dans les apparences, ou du moins que ces apparences avoient été corrigées par une méthode quelconque.

Si la hauteur du Soleil, lors de l'observation, surpasse 21 degrés, la première supposition est sensiblement vraie: en effet, les altérations causées par la réfraction ne sont sensibles qu'autant que chaque point du disque du Soleil & de la Lune éprouve une réfraction différente. Le diamètre moyen du Soleil & de

la Lune eſt d'environ 32 minutes; la différence des réfractions correſpondante à 32 minutes n'eſt déjà plus que de 3 ſecondes, ſi l'on ſuppoſe l'aſtre élevé de 21 degrés ſur l'horizon; la réfraction n'altère donc à cette hauteur que de 3 ſecondes une grandeur verticale de 32 minutes, tandis qu'elle n'opère aucune altération ſur les grandeurs horizontales; les quantités que l'on obſerve dans une éclipſe ne peuvent pas ſurpaſſer les diamètres du Soleil ou de la Lune, c'eſt-à-dire environ 32 minutes; le *maximum* d'erreur que l'on puiſſe commettre en négligeant la réfraction n'eſt donc qu'une erreur de 3 ſecondes de degré, lors même que l'on ſuppoſe la quantité obſervée la plus grande poſſible & entièrement verticale; mais cette erreur eſt d'autant moindre que la quantité eſt plus petite & que ſa poſition approche davantage de la ſituation horizontale; d'où l'on doit conclure que dans la totalité morale des obſervations l'on peut négliger l'effet de la réfraction.

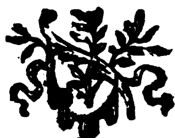
Si au contraire la hauteur du Soleil, lors des obſervations, eſt moindre que 21 degrés, il eſt néceſſaire de les dépouiller des effets de la réfraction, lorſque la diſtance verticale des points que l'on compare, n'eſt pas nulle ou du moins très-petite; car alors la réfraction qu'éprouvent ces points eſt ſenſiblement différente, &, par une conſéquence directe, leur diſtance apparente eſt altérée: cette première opération préliminaire & indépendante de la théorie des parallaxes ne doit pas être négligée lorſqu'il s'agit de déterminations préciſes & délicates: l'on trouvera à la ſuite de cet Ouvrage une méthode particulière relative à ce ſujet.

Je préviens une objection que l'on me pourroit faire & qui ſe tire des réflexions précédentes. Dans les calculs de l'Éclipſe du 1.er Avril 1764, j'ai employé à des déterminations très-délicates des obſervations dans leſquelles il ne paroît pas que l'on ait eu égard à l'effet de la réfraction; la réponſe eſt facile: la hauteur du Soleil ſur l'horizon & la petiteſſe, ſoit des diſtances des limbes, ſoit des diſtances des cornes employées à ces déterminations, ne doivent laiſſer aucun ſcrupule ſur l'exactitude des réſultats.

II

Il est inutile d'avertir que toutes les formules que nous avons démontrées pour la Lune, s'appliquent également aux passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil; ce sont les mêmes problèmes & les mêmes solutions, à quelques changemens près dans les signes des formules, & qui sont indiqués par les constructions fondamentales.

Qu'il me soit permis d'ajouter la réflexion suivante. Un calcul d'Éclipse semble n'annoncer d'abord que des procédés de Géométrie élémentaire: cette vérité est incontestable, si l'on s'en tient aux problèmes & aux méthodes connues; mais j'observe que plusieurs illustres Géomètres se sont occupés du problème de la parallaxe de la Lune: ce problème cependant est, j'ose le dire, beaucoup moins difficile que ceux que je résous. En effet, dans le problème de la parallaxe de la Lune, l'on n'est obligé de considérer que la parallaxe d'un seul Astre; dans le problème des éclipses, au contraire, envisagé sous son véritable point de vue, il faut considérer à la fois les parallaxes de deux astres, & les combiner par des équations qui représentent leurs rapports respectifs. Cette remarque suffit pour montrer que mon travail, considéré du côté géométrique, peut mériter quelqu'attention.



MÉMOIRE

SUR LES DEGRÉS EXTRAORDINAIRES DE CHALEUR AUXQUELS *les Hommes & les Animaux sont capables de résister.*

Par M. TILLET.

2 Mai 1764. SI l'on peut espérer de parvenir à la connoissance de certaines vérités en Physique, c'est sans doute par la voie des expériences & par une suite d'observations d'où naissent les mêmes résultats. Mais il ne suffit pas quelquefois, pour que ces résultats soient aussi étendus & aussi concluans qu'ils le paroissent au premier coup d'œil, qu'on ait recueilli tous les traits de lumière qu'un travail d'ailleurs exact a d'abord donnés; il faut encore que l'objet particulier de recherche ait été considéré sous des côtés différens, dans des circonstances qui ne soient pas absolument semblables, & qu'il ait été comparé avec d'autres objets du même ordre, dans le point de vue spécial dont on est occupé.

Le célèbre Boërhaave a donné le détail de quelques expériences sur ce qui fait la matière de ce Mémoire; il a été frappé des accidens graves qui en ont été la suite; & comme il étoit assez naturel qu'il présumât que ces accidens auroient toujours lieu dans des circonstances à peu près pareilles à celles qu'il rapporte, il a conclu sur ces premières expériences que les animaux ne sauroient soutenir un degré de chaleur un peu violent, & qu'ils meurent bien-tôt si on les y laisse exposés.

Nous allons voir néanmoins, par une suite de faits bien constatés que les hommes peuvent résister pendant un certain temps à une chaleur qui paroîtra excessive, sans qu'on s'aperçoive qu'ils en soient incommodés; que différens animaux en ont

soutenu une beaucoup plus forte que celle dont Boërhaave fait mention; & qu'à la suite de cette expérience ils n'ont essuyé aucun accident fâcheux; tandis que ceux qui ont été le sujet des épreuves qu'il rapporte y ont tous succombé, après une résistance plus ou moins longue & qui dépendoit de la nature de ces animaux.

Je crois devoir présenter mes expériences & les réflexions sommaires où elles m'ont conduit, dans le même ordre que je les ai faites. Une circonstance, étrangère en quelque façon à ce travail, m'en a fourni l'idée: je vais la rappeler ici comme le début naturel de mes observations.

Le sujet des deux voyages que nous fimes en Angoumois par ordre de l'Académie en 1760 & 1761, M. du Hamel & moi, est connu du Public: on sait que nous étions chargés d'y observer l'insecte qui dévore les grains de cette Province & d'y chercher les moyens d'arrêter ses ravages. L'histoire de cette chenille funeste & de son papillon, a été donnée, tant dans le recueil des Mémoires de l'Académie * que dans un ouvrage particulier. Après un grand nombre d'observations, qui s'y trouvent rapportées, nous reconnumes qu'un des meilleurs moyens qu'on eût employés jusqu'alors pour faire mourir l'insecte dans le grain, avant qu'il l'eût beaucoup endommagé, étoit de faire passer les blés au four & de leur donner un degré de chaleur assez fort pour que l'animal ne pût pas y résister. L'expédient étoit simple & ne demandoit aucuns frais: il ne s'agissoit que de profiter du reste de la chaleur du four après que le pain en avoit été tiré, & de l'appliquer au grain avec quelques précautions pendant tout le temps qui conviendroit.

* *Mém. Acad. année 1761, page 289.*

Nos dernières observations sur les papillons du blé, furent faites à la Rochefoucault: cette ville, peu considérable, n'a qu'un seul four bannal; dans la vue d'y faire quelque expérience sur la manière d'étuver les grains, nous voulumes connoître le degré de chaleur qu'il conservoit encore le lendemain du jour où l'on y avoit cuit du pain; je plaçai pour cet effet sur une pelle de bois un thermomètre fait à l'esprit de vin, suivant

les principes de M. de Reaumur, & je le portai vers le milieu du four. Après l'y avoir laissé pendant quelque temps, je le retirai pour voir à quel point la liqueur étoit montée; elle avoit passé le terme de l'eau bouillante; mais je m'aperçus que durant le peu de temps que j'employois à retirer avec précaution le thermomètre vers la bouche du four, & à y observer la hauteur de l'esprit de vin, il baissoit de quelques degrés, & ne m'indiquoit plus celui où il s'étoit d'abord trouvé.

Dans le moment où je faisois cette remarque, & pendant que le thermomètre, remis en expérience, acquéroit de nouveaux degrés de chaleur, une fille attachée au service du four, s'offrit d'y entrer & de m'avertir de la hauteur précise de la liqueur, lorsque je la lui demanderois. J'hésitois à l'exposer à une chaleur aussi forte, malgré l'assurance qu'on me donnoit qu'elle ne couroit aucun risque, & je laissois entrevoir quelqu'inquiétude: cette fille en sourit, & entra dans le four; lorsqu'elle y fut, je lui donnai un crayon, afin que par un trait léger fait sur la graduation, elle m'apprit plus sûrement le point de hauteur auquel la liqueur monteroit. Après que cette fille eut resté dans le four pendant quelques minutes, elle fit un trait à l'endroit où la liqueur étoit arrêtée, & je retirai le thermomètre; je vis que l'esprit de vin étoit déjà monté à plus de 100 degrés: je craignis encore plus alors qu'une chaleur aussi considérable n'incommodât cette fille; & nous l'engagions, M. du Hamel & moi, à sortir du four; mais malgré nos instances elle voulut y rester encore, & nous dit qu'elle étoit accoutumée à s'y tenir plus long-temps sans avoir besoin de respirer un air frais. Le thermomètre fut donc remis en expérience pendant dix minutes ou environ que la fille resta dans le four; elle marqua le point où la liqueur étoit montée; c'étoit à-peu-près celui de 130 degrés. La fille sortit alors du four; elle avoit le visage fort rouge; mais d'ailleurs elle ne nous parut pas plus incommodée qu'on ne l'est quelquefois dans l'été, à la suite d'une chaleur extraordinaire, & sa respiration n'avoit rien de bien précipité.

Nous verrons bientôt qu'il y a quelque diminution à faire

sur cette grande chaleur du four que le thermomètre avoit indiquée, mais que, tout réduit à un calcul exact, elle a été beaucoup au-delà de 112 degrés.

Lorsque nous fumes de retour à Paris, M. du Hamel & moi, nous eumes occasion de rapporter de vive voix à l'Académie le fait assez étonnant dont il s'agit; la Compagnie le trouva digne de son attention; elle parut même desirer qu'il devînt la matière d'une observation détaillée & sur-tout exacte, pour le degré de chaleur que la fille avoit soutenu: je me chargeai de satisfaire l'Académie sur cela autant qu'il dépendroit de moi, & d'y ajouter ce que d'autres épreuves du même genre pourroient m'apprendre d'intéressant.

Quoique j'eusse très-présent à l'esprit le résultat de l'expérience dont il est question, & que nous nous rappelassions également, M. du Hamel & moi, que la liqueur du thermomètre étoit montée dans le four à 130 degrés, je crus cependant qu'il convenoit de répéter l'expérience, & de la faire avec des soins que nous n'avions pas pris dans la première occasion: J'écrivis donc, au mois d'Août de l'année dernière, à M. Marantin, Commissaire des guerres à la Rochefoucault, pour le prier de faire de nouveau cette expérience & de m'en envoyer le résultat. Il avoit été témoin de celle que j'ai rapportée, je connoissois son exactitude & son talent pour l'observation; il avoit entre les mains le thermomètre dont j'avois fait usage, & personne d'ailleurs ne pouvoit mieux que lui, me fournir les nouveaux éclaircissemens que je demandois.

Voici en substance ce qu'il m'a marqué, d'après plusieurs épreuves auxquelles il a donné tous ses soins, & qui ont été répétées dans des jours différens. Lorsqu'il les fit, la fille dont j'ai parlé plus haut étoit malade; il eut recours à une des trois autres qui sont attachées au service du four: peu importoit à laquelle de ces filles il s'adressât; elles ont une égale habitude d'entrer dans le four, pendant qu'il est encore très-chaud: l'objet de cette fonction pénible est de ranger dans ce four le gros bois destiné à le chauffer de nouveau, & au point que l'exige la cuisson d'une grande quantité de pain.

Le résultat des expériences que M. Marantin a bien voulu répéter, l'ont conduit à assurer de la façon la plus positive, que ces filles ainsi habituées à soutenir la chaleur du four, peuvent y rester, sans en être incommodées, quatorze ou quinze minutes lorsque le thermomètre marque 115 à 120 degrés; qu'elles y restent dix minutes quand la chaleur est de 130 degrés; & cinq minutes seulement lorsqu'elle va jusqu'à 140. Une circonstance singulière que M. Marantin me marque, fait assez juger de la grande chaleur qu'avoit le four pendant qu'une de ces filles y étoit: au moment même des expériences qu'il me rapporte, cette fille courageuse avoit autour d'elle des pommes & de la viande de boucherie qui y cuisoient. La seule précaution nécessaire qu'on prit pendant le temps qu'elle resta dans le four, c'est qu'on le tint entièrement ouvert; au lieu qu'on le ferma dès qu'elle en fut sortie, afin que les fruits & la viande y parvinssent plus tôt à la cuisson.

J'ai averti qu'il ne falloit pas compter en rigueur, pour les expériences dont il s'agit ici, sur toute la chaleur que paroissoit désigner le thermomètre dont j'avois fait usage, & que M. Marantin avoit employé après moi. J'avois heureusement à Paris un thermomètre absolument pareil à celui qui a servi à la Rochefoucault; il m'a été facile de le rapprocher d'un autre de ces instrumens, fait avec le mercure, & de juger par-là du dérangement qui survient dans un thermomètre à esprit de vin, lorsqu'on l'expose à une très-grande chaleur.

Le thermomètre à mercure que j'ai comparé avec le thermomètre à esprit de vin, a été construit avec soin sous les yeux de M. l'abbé Nollet : après les avoir mis l'un & l'autre dans l'eau bouillante, j'ai remarqué que le thermomètre à mercure se tenoit exactement au 85e degré, terme fixé sur cet instrument pour ce point de chaleur de l'eau, pendant que l'esprit de vin dans l'autre étoit au 117e degré. Je m'aperçus bientôt que cette différence de 32 degrés étoit occasionnée par une bulle de vapeur, de deux lignes ou environ de diamètre qui s'étoit formée dans la boule du thermomètre, & qui avoit fait monter tout-à-coup la liqueur au-delà du terme de l'eau bouillante.

Par une feconde expérience, je comparai ces deux thermomètres, en les plaçant dans un bain de fable auquel je donnai une affez forte chaleur: lorfque le vif-argent dans l'un fut monté à 100 degrés, l'efprit de vin s'éleva dans l'autre au 132ᵉ degré ou environ; la bulle de vapeur s'y montra comme dans la première expérience; elle avoit commencé à fe développer dès le 106ᵉ degré.

J'employai pour une troifième expérience, l'huile d'olive que j'échauffai jufqu'à un certain point: le vif-argent dans un des thermomètres monta à 103 degrés, & l'efprit de vin dans l'autre parvint jufqu'à 153; la bulle, plus développée dans cette circonftance-ci, occafionna une différence de 50 degrés; l'afcenfion fubite de l'efprit de vin eut lieu auffi dès le 106ᵉ degré: je remarquai un balancement de la liqueur dans le tube depuis le 140ᵉ degré jufqu'au 150ᵉ & au-delà.

Je comparai enfin pour la quatrième fois ces deux thermomètres, en les plaçant dans un four, fur une même pelle de bois & à côté d'un pâté qui y cuifoit: après qu'ils y eurent refté trois quarts d'heure, j'obfervai que le vif-argent étoit parvenu à 112 degrés, & l'efprit de vin à 126; dans cette expérience, je remarquai que la boule du thermomètre à efprit de vin ne contenoit aucune bulle; mais il s'étoit élevé au haut du tube quelques vapeurs qui s'y étoient condenfées & réduites en une ou deux gouttelettes: cette différence vient fans doute de ce que dans les trois premières expériences, le tube foiblement échauffé ne donne pas lieu à l'élévation des vapeurs; il y devient au contraire un obftacle en concentrant ces vapeurs dans la boule, où enfin elles fe développent & font naître la bulle dont j'ai parlé: celle-ci formée une fois pouffe la liqueur renfermée dans le tube, & a une action proportionnée à l'intenfité de la chaleur que la boule reçoit; au lieu que dans la quatrième expérience le développement des vapeurs fe fait dans le tube même, comme recevant un degré de chaleur pareil à celui que reçoit la boule & le communiquant à la liqueur; mais d'un autre côté la bulle ne s'annonce plus dans la boule, parce que la formation des vapeurs n'y

ayant plus lieu, elle trouve à se développer au point le plus haut de la liqueur & à s'élever à l'extrémité du tube.

Le résultat de la dernière comparaison des thermomètres, prouve que quand on les tiendra exposés également à un certain degré de chaleur du four *, il n'y aura de différence entr'eux, pour leur point respectif d'élévation, que 14 ou 15 degrés, & que conséquemment un thermomètre à mercure, placé dans le four pendant que la fille y étoit, auroit marqué 112 degrés au moins de chaleur, tandis que le thermomètre à esprit de vin en auroit désigné 130.

Si, après cette comparaison des deux sortes de thermomètres, on hésitoit encore à adopter les résultats que j'en ai tirés, sous prétexte que la marche du thermomètre employé à la Roche-foucault, pouvoit ne pas répondre à celle d'un thermomètre à mercure dans les proportions que j'ai observées, & en supposant l'expérience où les deux instrumens recevroient également la chaleur du four; si l'on avoit, dis-je, le moindre doute sur cela, il seroit levé dans un instant. Le thermomètre à esprit de vin dont nous avons fait usage, M. Marantin & moi, pour nos différentes expériences, ce même instrument m'a été renvoyé à Paris depuis peu; je l'ai comparé avec un thermomètre à mercure que j'ai fait dans ce dessein avec tout le soin dont je suis capable: cette comparaison a eu lieu dans un four de Boulanger, immédiatement après la cuisson du pain; les deux thermomètres ayant été mis en expérience pendant une demi-heure ou à peu près, avec les précautions dont j'ai parlé plus haut, l'esprit de vin dans l'un est monté à 130 degrés ou environ, pendant que le mercure dans l'autre s'est arrêté à 112: il ne s'est point formé de bulle dans la boule qui contenoit l'esprit de vin; il n'y en avoit aucune

* Je dis *à un certain degré de chaleur*, parce que l'esprit de vin qui marche d'abord plus lentement que le mercure, avant que d'arriver au terme de l'eau bouillante, s'élève plus rapidement que lui, lorsqu'il a une fois passé ce terme, & ne suit plus une certaine proportion dans les degrés qu'il parcourt; soit que tout-à-coup il se forme une bulle dans la boule du thermomètre, soit que la marche de l'esprit de vin devienne de plus en plus précipitée par une extrême dilatation.

aussi

aussi dans la liqueur qui occupoit le tube; & l'on peut être assuré que cette élévation considérable de l'esprit de vin, n'étoit dûe précisément qu'à la grande dilatation qu'il éprouvoit. Ne balançons donc point à regarder comme bien constans les résultats qui ont été établis : voyons le mercure monté réellement dans le four bannal de la Rochefoucault à 112 degrés du thermomètre de M. de Reaumur, & considérons-le comme désignant avec exactitude le point de chaleur qu'il est possible de soutenir pendant dix minutes sans en être incommodé.

Ce fait, quoique très-avéré, a de quoi surprendre sans doute; mais l'étonnement doit encore augmenter si l'on rapproche de l'expérience que j'ai rapportée, celles que cite Boërhaave dans son excellent Traité du feu, & qu'il est nécessaire d'exposer ici : celles qui me resteront à détailler & que j'ai faites d'après les observations de ce célèbre Médecin, serviront peut-être à expliquer ce qu'il y a de surprenant dans ces expériences, soit qu'on les compare ensemble, soit qu'on les examine d'une manière isolée. Boërhaave, à l'occasion de la question assez délicate & souvent agitée sur l'endroit du corps humain où réside la plus grande chaleur, voulut savoir quel est le degré de celle que les animaux peuvent supporter : il engagea en conséquence Fahrenheit & une autre personne dont il connoissoit l'exactitude, à faire sur ce sujet les expériences qu'il leur indiqueroit lui-même & dont ils lui rendroient compte avec fidélité : on voit, par la manière dont il parle de ces expériences, qu'il les regarde comme très-utiles à la Chimie & propres à faire connoître les effets de la chaleur de l'air sur les corps, les humeurs & les différentes parties des animaux. *Elem. Chemiæ, t. I, p. 148.*

Boërhaave avoit observé que l'air est si sec & si chaud dans les étuves où les Rafineurs font sécher subitement les pains de sucre, qu'il ne lui étoit pas possible de le supporter un instant sans courir risque d'être suffoqué; il crut que ces étuves fournissoient un moyen simple de juger du véritable degré de chaleur que les animaux sont en état de soutenir; & ce fut-là que les expériences dont il avoit formé le projet furent exécutées avec beaucoup de soin. *Idem, p. 147.*

Trad. t. II, page 314.

« L'étuve de la Rafinerie, c'eſt Boërhaave qui parle, étoit » ſi fort échauffée qu'un thermomètre de mercure très-exact *, » après y avoir été aſſez long-temps, étoit monté au 146.e » degré; alors on y mit à ſix heures du ſoir un moineau renfermé » dans une cage; environ au bout d'une minute, le moineau, le » bec ouvert, reſpiroit déjà avec beaucoup de peine & d'efforts; » à chaque moment ſa reſpiration devenoit plus fréquente & ſes » forces diminuoient conſidérablement, juſqu'à ce que ne pouvant » plus ſe tenir ſur le bâton où il étoit perché, il deſcendit au » fond de la cage; là, reſpirant avec de très-grands efforts & » fort vîte, il mourut dans l'eſpace de ſept minutes.

» On avoit mis en même temps dans cette étuve un chien » qui, après y avoir été 7 minutes, faiſoit aſſez connoître combien » cette grande chaleur lui étoit incommode, en ouvrant la gueule, » en tirant la langue & en reſpirant très-vîte; cependant il reſtoit » tranquille dans le panier où il étoit renfermé: à peu-près au » bout d'un quart-d'heure, il reſpiroit avec bruit & avec beaucoup » de peine, & il faiſoit des efforts ſurprenans pour ſortir; peu » de temps après, les forces lui manquèrent; ſa reſpiration com- » mençoit à devenir de plus en plus lente, chaque inſpiration » & chaque expiration duroit long-temps, quoique faite encore » avec aſſez de force; enfin ſa reſpiration devint ſi languiſſante » que peu de temps avant ſa mort, on ne pouvoit plus l'entendre. » Pendant tout ce temps, il avoit rendu une grande quantité » de ſalive rougeâtre & ſi puante qu'aucun des aſſiſtans ne pouvoit » en ſupporter l'odeur; & cette puanteur ſubite étoit ſi maligne, » qu'un de ceux qui faiſoient l'expérience, s'étant approché de » trop près, en fut tellement ſaiſi en un inſtant, qu'il tomba » preſque en défaillance & qu'il fallut le faire revenir à l'aide » d'une liqueur, qui étoit une teinture de mirrhe faite avec de » l'eſprit de vin. Cet accident fut cauſe qu'il ne put pas mettre » un thermomètre dans la gueule du chien qui venoit de mourir; » mais l'y ayant mis peu de temps après être revenu à lui, il » vit que le mercure ſe fixa au 110.e degré; malgré cette » grande chaleur & tous les efforts que ce chien avoit faits, il » ne paroiſſoit ſur cet animal aucune marque de ſueur: ce chien

* Celui de Fahrenheit.

pesoit dix livres. Pendant qu'on faisoit ces expériences sur «
ces deux animaux, on plaça en même temps dans cette étuve «
un chat renfermé dans une cage de bois; après y avoir été «
une minute, il commença à s'étendre sur le fond de la cage «
& à être essoufflé, & un quart-d'heure après il respira avec «
une espèce de sifflement; ensuite il fit aussi de très-grands efforts «
pour s'enfuir; & enfin il mourut après avoir passé par les mêmes «
souffrances que le chien, avec cette différence pourtant qu'il «
étoit mouillé de sueur, comme si on venoit de le tirer de l'eau, «
& qu'il ne puoit pas comme le chien. »

Je ne m'arrête point dans ce moment-ci aux réflexions que fait Boërhaave d'après ces expériences; je n'en considère que les résultats, & je vois 1.° que le degré de chaleur de l'étuve ayant été de 146 degrés au thermomètre de Fahrenheit, il répondoit à peu près au 54.e du thermomètre que j'ai employé dans mes expériences, & dont j'ai dit que le terme de l'eau bouillante étoit marqué au 85.e degré. Je remarque en second lieu que le moineau de la première expérience de Boërhaave mourut dans l'espace de sept minutes; j'apprends encore par la suite du détail qu'il donne de la deuxième & de la troisième expérience, que les deux autres animaux perdirent la vie dans l'espace de vingt-huit minutes ou environ; j'observe enfin qu'un de ces animaux se trouva tellement corrompu après sa mort, qu'il s'exhala de son corps une odeur assez maligne pour faire tomber en défaillance un des Observateurs qui s'en approcha de trop près. Nous avons vu plus haut par la comparaison des thermomètres, qu'il falloit estimer à 112 degrés réels la chaleur que la fille avoit soutenue dans le four pendant dix minutes sans en être incommodée, & porter encore à plusieurs degrés au-delà la chaleur qu'elle avoit soufferte pendant cinq minutes sans aucun accident. Quoiqu'il y ait à présumer que la résistance à de pareilles épreuves est proportionnée à la masse des corps qui les subissent, & qu'un petit oiseau doive plutôt y succomber qu'un autre animal beaucoup plus fort, ou un homme robuste; cependant il y a une si grande distance de 54 degrés de chaleur qu'avoit l'étuve de la Rafinerie, à 112

ou même 120, auxquels on peut fixer celle du four, qu'il faut croire que quelque cause particulière arrêtoit d'abord ou diminuoit de beaucoup l'action de la chaleur dans les expériences qui ont été faites à la Rochefoucault, pendant que rien ne la suspendoit dans celles que Boërhaave a rapportées. Ce fut pour parvenir à connoître cette cause, que je fis plusieurs expériences au mois de Novembre dernier, en exposant quelques animaux à la chaleur du four, & en la leur faisant subir en différens états. Le four domestique que j'ai employé, quoique fort petit, conserve assez bien la chaleur; il a 4 pieds de profondeur dans œuvre, 3 pieds 7 pouces de largeur & 14 pouces & demi de hauteur sous le milieu de la voûte: son ouverture est proportionnée à ces dimensions; elle a en hauteur 1 pied ou environ & 19 pouces de largeur. Après avoir chauffé ce four jusqu'à 120 ou 130 degrés du thermomètre à mercure, je laissai tomber la chaleur insensiblement jusqu'au 65.e degré;

1.re Expérience. alors je mis un bréant renfermé dans sa cage, vers le milieu du four & à côté du thermomètre; au bout de la première minute cet oiseau commença à s'agiter; après la seconde il ouvrit le bec & haleta, il s'agita moins ensuite, ses aîles tremblantes s'étendirent un peu, il poussa un cri foible vers la quatrième minute, il se coucha sur le côté l'instant d'après, il étoit expirant; je le retirai sur le champ à l'entrée du four, & je le plaçai ensuite dans un air frais; il parut reprendre quelques forces, mais sa respiration étoit pénible & accompagnée de convulsions; il mourut six minutes après avoir été retiré du four, & quatre avoient suffi dans cette épreuve pour le faire périr: il fut ouvert dans le moment, ses poumons sembloient être un peu jaunes, son sang étoit dissous en apparence; d'ailleurs aucune cause de mort qui fût frappante, sur-tout il ne s'exhaloit de son corps aucune odeur: l'observation de Boërhaave sur l'infection que rendit le corps d'un des animaux qu'il fit périr, m'avoit rendu attentif à ce point singulier.

2.e Expérience. Dans l'instant même où je retirai le bréant du four, & lorsque le thermomètre étoit encore à 65 degrés ou à peu-près, je mis en expérience un poulet; je l'avois renfermé dans un

panier d'osier entrelacé lâchement & placé sur une pelle de bois, dans la crainte que l'âtre du four ne donnât en dessous à l'animal une chaleur plus forte que celle dont il étoit environné, & qui étoit indiquée exactement par le thermomètre placé aussi sur une pelle de bois: dès la première minute le poulet s'agita beaucoup, & fit des efforts pour sortir; il poussa quelques cris foibles à la deuxième minute, ouvrit le bec, respira avec peine, & fut abattu vers la quatrième minute: il y a toute apparence qu'il eût péri si je l'eusse laissé en expérience une minute ou deux de plus. Je le retirai peu à peu vers l'entrée du four, il respira avec peine, ayant le bec très-ouvert; placé ensuite dans un air frais il revint insensiblement à son état naturel, & but avec avidité quelques gouttes de vin qu'on lui présenta dans un gobelet.

Je choisis pour une troisième expérience un jeune lapin que je renfermai, comme le poulet, dans un panier d'osier à claire-voie; le thermomètre placé dans le four à côté de lui, indiquoit 62 degrés de chaleur. L'animal fut tranquille pendant huit ou dix minutes; au bout d'un quart d'heure il se remua un peu; vers la dix-septième minute il commença à s'agiter: je le retirai alors, je voulois le conserver; il n'étoit point abattu, sa respiration seulement étoit précipitée, & il bavoit; d'ailleurs il paroissoit n'avoir souffert que légèrement, & quelques momens après avoir été retiré du four il mangeoit des laitues. 3.e Expérience.

Ces premières expériences, quoique nécessaires dans le point de vue que j'avois, n'étoient qu'une espèce de préparation à d'autres plus singulières que je vais rapporter: je soupçonnai que ce n'étoit pas précisément l'air très-chaud que respiroient les animaux dans le four, qui étoit la cause des grandes anxiétés qu'ils y éprouvoient, ou même de leur mort lorsque l'épreuve étoit trop longue; mais qu'il y avoit lieu de croire que l'air ambiant, échauffé à un point excessif, les saisissoit sur le champ, & après les avoir pénétrés sans obstacle de toutes parts, leur occasionnoit une fièvre violente qui pouvoit être le premier principe des accidens plus ou moins graves qu'ils essuyoient.

D'après cette idée, que les expériences de la Rochefoucault m'avoient fait naître, je mis un nouveau bréant dans une espèce

de maillot, en l'enveloppant d'un linge double & à plusieurs tours; je lui laissai la tête & les pattes libres, mais je fis en sorte que le linge plusieurs fois redoublé comprimât ses plumes, & le ceignît le plus exactement qu'il fût possible.

L'oiseau ainsi enveloppé fut remis dans sa cage, & placé au milieu du four; le thermomètre mis à côté de lui indiquoit une chaleur de 67 degrés; au bout de cinq minutes ou environ il commença à haleter; après la sixième, il s'agita & haleta plus vivement: il resta dans cet état pendant huit minutes, je le retirai alors; il n'étoit pas trop abattu, & il auroit pu soutenir une plus longue épreuve sans mourir. On lui ôta son maillot, ses plumes étoient sèches & n'avoient qu'une médiocre chaleur; on lui trempa le bec dans du vin, qu'il but volontiers, & quelques momens après il voltigeoit dans sa cage.

Le poulet fut remis aussi en expérience avec un maillot formé d'un linge double, & qui au moyen de plusieurs tours le serroit étroitement; sa tête & ses pattes étoient en liberté: je le plaçai ainsi emmaillotté, avec les précautions ordinaires, dans le milieu du four, où le thermomètre annonçoit, comme dans l'expérience précédente, une chaleur de 67 degrés. Pendant les quatre premières minutes, ce poulet fut tranquille; vers la cinquième minute, il commença à ouvrir le bec; sa respiration devint plus pénible jusqu'à la dixième minute, où je le retirai du four; il haletoit alors fortement, mais il étoit moins abattu que dans la première épreuve qu'il avoit subie: lorsque le linge qui l'enveloppoit fut ôté, je ne m'aperçus d'aucune chaleur extraordinaire sur son corps, ses plumes étoient sèches comme celles du bréant; il se tint sur ses pieds dès qu'il fut libre, becqueta des miettes de pain, & but, comme la première fois, quelques gouttes de vin; le thermomètre à la fin de l'expérience étoit descendu à 64 degrés.

Il ne me restoit plus qu'à faire subir au lapin une épreuve du même genre, mais proportionnée à ses forces pour la durée, & propre à être rapprochée par-là de celles que Boërhaave rapporte. Dans la crainte que cet animal, quoique bien emmaillotté, ne pût pas soutenir une chaleur considérable pendant

une demi-heure ou environ, je fis une première expérience, dans laquelle le lapin ne resta au four que vingt à vingt-une minutes, & pendant lesquelles le mercure du thermomètre monté d'abord à 65 degrés, descendit au-dessous de 62 ; à cela près que l'animal s'agita assez, dans le cours de l'expérience, pour renverser son panier, & qu'il respiroit avec peine lorsque je le retirai du four, je ne m'aperçus point qu'il y eût beaucoup souffert, & il revint bientôt à son état naturel; je n'hésitai donc point à l'exposer à une épreuve plus longue, en l'enveloppant le mieux qu'il me fut possible.

L'espèce de maillot qui lui servit étoit composé d'une serge pliée en deux & d'une serviette qui étoit aussi doublée: l'une & l'autre serroient le corps du lapin par plusieurs tours & aussi étroitement que le font les langes dont un enfant au maillot est enveloppé: cet animal avoit la tête & les pattes libres; d'ailleurs son corps étoit parfaitement couvert. La chaleur du four fut d'abord portée à 110 degrés: lorsqu'elle fut descendue à 65, par une diminution insensible, je mis le lapin en expérience; il étoit renfermé dans le même panier d'osier à claire-voie, qui avoit servi pour les épreuves précédentes; ce panier étoit placé sur une large pelle de bois, à côté du thermomètre & au milieu du four qui resta ouvert comme on sent bien, pendant tout le temps que dura l'expérience. Je la commençai à $3^h\ 51'\frac{1}{2}$ du soir; l'animal fut tranquille jusqu'à $4^h\ 14'$, c'est-à-dire pendant $22'\frac{1}{2}$: alors seulement je remarquai qu'il bavoit & que quelque humeur couloit aussi de son nez; dans cet espace de temps le mercure descendit à $59^d\frac{1}{2}$; la respiration du lapin devint fréquente à $4^h\ 15'\frac{1}{2}$; la chaleur du four n'étoit plus que de 57 degrés à $4^h\ 19'\frac{1}{2}$, & elle baissa d'un demi-degré ou environ à $4^h\ 21'$; il y eut encore quelque diminution jusqu'à $4^h\ 23'\frac{1}{2}$ qui fut l'instant où je retirai le lapin du four: il y étoit resté par conséquent pendant $32'$; & selon toute apparence il auroit pu soutenir une épreuve beaucoup plus longue sans mourir, si j'avois eu besoin de la tenter: en approchant l'oreille fort près de la tête du lapin on entendoit une espèce de râlement très-précipité &

assez semblable au roulement du gosier que fait communément un chat lorsqu'on le caresse; ce râlement cessa bien-tôt & ne fut plus que le bruit sourd d'une respiration pénible: le mouvement de ses narines étoit fort vif; & sa lèvre inférieure resta retirée en dessous pendant 4 minutes: ses pattes de devant étoient mouillées, tant à cause de la bave abondante qui s'étoit écoulée de sa bouche, pendant l'épreuve, que parce qu'il s'étoit frotté le nez fréquemment. D'ailleurs il ne paroissoit point abattu: son poil que je touchai, dans l'instant même où je lui ôtai tout ce qui l'enveloppoit, n'avoit pas la plus légère moiteur, & je ne remarquai point que dans tout son corps il eût une chaleur extraordinaire; 5 ou 6 minutes après être sorti du four, il revint à son état naturel & ne tarda pas à manger quelques feuilles de laitue.

Si l'on compare actuellement ces dernières expériences avec les premières, on verra 1.° que le bréant enveloppé de linge a soutenu durant 8 minutes & sans accident, une chaleur de 67 degrés, pendant que l'autre qui n'étoit point garanti de l'action immédiate de la chaleur, n'a pas pu la soutenir au même degré, & a péri peu après 4 minutes d'épreuve. 2.° Que le même poulet qui avoit été exposé à un degré de chaleur à peu près pareil & qui avoit couru risque d'y succomber après une épreuve de 4 à 5 minutes, en a soutenu une autre pendant 10 minutes sans accident, au moyen de l'enveloppe qui avoit arrêté les premiers coups de chaleur. On remarquera enfin que le lapin emmaillotté a supporté sans aucun risque pendant 32 minutes, une chaleur prise d'abord à 65 degrés, & tombée ensuite à 56 ou environ, & qu'il y auroit résisté encore plus long-temps, si les circonstances l'eussent demandé; au lieu que ce même lapin mis à découvert dans le four, & exposé pendant 17 minutes seulement à une chaleur de 62 degrés, avoit eu quelque peine à la soutenir, & avoit paru aussi abattu au moins après cette courte épreuve, qu'il l'a été après la dernière, quoique celle-ci par sa durée eût dû épuiser presque toutes ses forces & mettre sa vie en danger.

Si l'on rapproche ensuite mes dernières expériences de celles de

de Boërhaave, on verra d'abord que, par la comparaison du thermomètre de Fahrenheit qu'il employa avec celui dont j'ai fait usage, les 146 degrés de l'un répondent à 54 degrés moins un sixième de l'autre; & que conséquemment la chaleur de l'étuve où ses épreuves furent faites, étoit beaucoup plus foible que celle du four où je fis les miennes, sur-tout quant au début de toutes mes expériences: on remarquera en second lieu, que le moineau dont il parle mourut dans l'espace de 7 minutes, tandis que le bréant emmaillotté n'éprouva aucun accident fâcheux, après une épreuve de 8 minutes; on observera enfin que le chien & le chat dont il fait encore mention, moururent dans l'espace de 28 minutes ou à peu-près, pendant que le lapin qui a été le sujet de ma dernière expérience, & dont le poids étoit bien plus foible que celui du chien que cite Boërhaave, a résisté pendant 32 minutes à une chaleur de 65 degrés à 56, n'a pas paru se ressentir d'une aussi forte épreuve, & l'auroit soutenue plus long-temps si mon dessein n'eût pas été de tenir mes expériences à peu-près dans les mêmes limites que Boërhaave avoit été forcé de donner aux siennes.

J'ai dit, en parlant du bréant qui mourut après une épreuve de 4 minutes & qu'on ouvrit sur le champ, qu'il ne s'exhaloit de son corps aucune odeur, & que rien ne me parut y porter le caractère de corruption; d'un autre côté, parmi les trois animaux qui périrent dans les épreuves de Boërhaave, on ne voit que le chien par rapport auquel il remarque une infection subite & une malignité singulière dans la salive rougeâtre qu'il répandit: cet accident le porte à regarder la corruption prompte des humeurs comme un effet de l'excessive chaleur que ce chien avoit éprouvée; & il sembleroit insinuer, par l'explication qu'il donne de ce fait, qu'un excès de chaleur, en portant le coup subit de la mort à un animal, peut être par lui-même la cause de cet accident singulier. S'il est permis de former quelque doute, après le sentiment de ce grand homme, ne pourroit-on pas présumer que le chien sur lequel tombe cette observation, étoit vicié intérieurement, & qu'une chaleur extraordinaire

n'a fait que développer quelque principe de corruption, qui, dans l'état naturel, seroit resté enséveli? Cette puanteur maligne ne s'est pas annoncée dans les autres animaux qui ont péri comme le chien par un excès de chaleur, & au moins faudroit-il plusieurs faits dans ce genre pour qu'on n'hésitât plus à reconnoître leur dépendance bien réelle de la cause à laquelle on les verroit liés.

Lorsqu'on se rappelle que les filles attachées au service du four de la Rochefoucault, résistent sans peine pendant un quart-d'heure à une chaleur de plus de 100 degrés, & qu'elles soutiendroient peut-être pendant une demi-heure la chaleur de l'eau bouillante: lorsqu'on fait attention encore à la dernière expérience que j'ai rapportée, où le lapin ne s'est point ressenti d'une épreuve de 32 minutes, au commencement de laquelle la chaleur du four étoit de 65 degrés; on est surpris que deux animaux assez forts, tels que le chien & le chat qui furent le sujet des dernières expériences de Boërhaave, aient péri dans l'espace de 28 minutes, quoique la chaleur de l'étuve ne fût que de 54 degrés du thermomètre de M. de Reaumur. N'y a-t-il pas lieu de soupçonner que cette étuve renfermoit quelque vapeur dangereuse, & que le degré de chaleur où elle étoit, quoique nuisible à certains égards, comme bien supérieur à celui qui nous est naturel, n'auroit pas été capable seul & par lui-même de produire des accidens aussi fâcheux que ceux dont Boërhaave fait mention? Il observe encore, au sujet de ces étuves de Rafinerie, que l'air y est si sec & si chaud qu'il ne pouvoit pas le supporter pendant un instant sans courir le risque d'être suffoqué au moment même; & il ajoute, que les ouvriers n'y restent que peu de temps, lorsqu'ils sont obligés d'y entrer, & qu'ils en sortent presqu'aussitôt pour se rafraîchir: combien seroit-il donc surprenant que la chaleur du four de la Rochefoucault, étant portée au double de celle de l'étuve que Boërhaave employa, des filles assez délicates pussent y résister pendant 12 ou 15 minutes sans en être incommodées, si l'on ne supposoit pas que l'air n'y a rien de dangereux, tandis qu'il pouvoit y avoir quelque chose de nuisible dans les vapeurs que cette étuve fournissoit?

Il ne me reſte plus qu'à conſidérer ſi la principale des réflexions auxquelles les expériences de Boërhaave l'ont conduit, eſt applicable au réſultat des miennes : il croit que le ſang qui eſt dans les veines, les artères, le cœur, le poumon & dans les autres parties du corps, eſt d'une chaleur aſſez égale ; que c'eſt cependant dans les poumons qu'il eſt le plus échauffé, mais en même temps le plus refroidi par une ſuite néceſſaire du jeu des poumons & de l'inſpiration d'un nouvel air. De-là, il conclut que les animaux qui ont ſuccombé aux épreuves qu'il a détaillées, n'ont péri que parce qu'il s'eſt excité dans leurs poumons une très-grande chaleur que rien n'a contribué à modérer ; qu'elle a été beaucoup plus conſidérable dans cette partie de leur corps que dans l'étuve ; & qu'il en eſt réſulté dans l'eſpace de moins d'une demi-heure la corruption entière des huiles, des ſels & des eſprits de ces animaux.

Si le doute eſt encore permis, après la déciſion d'un homme auſſi éclairé que Boërhaave, je demande pourquoi, dans les expériences que j'ai faites, les animaux qui en ont été le ſujet ſoutenoient beaucoup mieux la chaleur lorſqu'ils étoient parfaitement enveloppés que quand je les y expoſois à découvert? Dans l'un & l'autre cas, leurs poumons ne recevoient aucun rafraîchiſſement, & la précaution dont j'uſois dans l'une des circonſtances, ne contribuoit pas proprement à calmer l'ardeur des poumons : il n'en étoit pas ainſi de la grande chaleur qui frappoit extérieurement le corps de ces animaux ; j'en arrêtois pendant un certain temps la première action, au moyen des enveloppes multipliées qui les embraſſoient étroitement ; elle ne commençoit à ſe faire bien ſentir qu'au moment où ces mêmes enveloppes étoient fort échauffées, & ſe trouvoient au degré de la chaleur du four ; alors la ſituation de l'animal devenoit de plus en plus pénible, mais c'étoit principalement par une cauſe extérieure, dont à la vérité les poumons ſe reſſentoient par les ſuites d'un état violent & de la chaleur extrême du ſang qui s'y portoit. Il eſt certain que les poumons doivent avoir été très-fatigués dans ces épreuves, lors même que les animaux qui les ſubiſſoient n'y ont pas ſuccombé ; mais

c'eſt ſur-tout à raiſon de l'air trop raréfié, lequel ces animaux étoient contraints d'aſpirer fréquemment, que leurs poumons ſe trouvoient fort gênés & qu'ils haletoient vivement. Sans oſer donc attaquer directement l'opinion de Boërhaave, je laiſſe à décider, d'après mes expériences comparées les unes avec les autres, ſi le degré de chaleur que j'y ai fait eſſuyer à différens animaux, a porté eſſentiellement ſur leurs poumons ou n'a pas eu d'abord à l'extérieur ſon principal effet, & n'a pas expoſé ces mêmes animaux à des accidens funeſtes, en les frappant de tous côtés & en excitant en eux une fièvre violente.

J'aurai la même réſerve pour m'expliquer ſur l'uſage qu'on peut faire de ces expériences & ſur les conſéquences utiles qu'un Médecin pourroit en tirer : il y a des circonſtances où une chaleur conſidérable, telle que celle de l'eau bouillante, qu'on adminiſtreroit avec précaution & dont la première action ſe trouveroit arrêtée par les étoffes dont un malade ſeroit enveloppé; il y a, dis-je, des occaſions où une tranſpiration abondante pourroit être procurée par un remède qui n'eſt violent qu'en apparence & ſur lequel on doit être tranquille après les faits que j'ai rapportés; au ſurplus, l'idée que je propoſe ici ſort, pour ainſi dire, de ces faits & n'a rien de nouveau. M. de Reaumur a cité dans ſes Mémoires pour l'hiſtoire des Inſectes, l'application heureuſe d'un remède qui a beaucoup de rapport avec celui que j'indique ; il a été mis en uſage à Roſſette en Égypte, par deux Arabes, ſur un François qui étoit hydropique: il conſiſtoit à oindre le malade avec de l'huile de noiſette; à former enſuite ſur ſon corps un enduit de goudron & d'huile de lin; à le poudrer en troiſième lieu de grains de blé bien torréfiés & très-chauds qui s'attachèrent à l'enduit, à l'emmaillotter après cela comme un enfant & à le laiſſer en cet état dans une étuve pendant vingt-quatre heures; au bout de ce temps, on lava le corps du malade, & on lui appliqua pour la deuxième fois le remède qui vient d'être décrit; le ſuccès s'annonça quelques heures après; le malade urina copieuſement, & l'hydropiſie diſparut.

Tome II, premier Mém. p. 53.

C'eſt aux hommes inſtruits de l'économie animale qu'il

appartient de prononcer sur de pareils remèdes : il me suffit d'avoir rendu compte à l'Académie de quelques expériences*, d'après lesquelles il paroît certain qu'on peut sans aucun risque, & peut-être avec un succès marqué pour la guérison de certaines maladies, s'exposer pendant un peu de temps à une chaleur violente; puisque des personnes d'une complexion délicate y résistent habituellement, à l'appas seul d'un salaire fort modique, & sans même s'apercevoir que leur occupation à quelque chose de surprenant.

* Je fis à Troies, pendant le mois de Novembre de l'année 1763, les dernières expériences dont on vient de voir le détail. Quelque soin que j'aie pris pour qu'on pût les regarder comme exactes, je les aurois présentées avec plus de réserve, & j'aurois moins insisté sur la précision des résultats où elles m'ont conduit, si deux personnes éclairées n'eussent été témoins des faits principaux que j'ai rapportés. M. Ludot, dont le mérite est connu de l'Académie, & M. Thiesset, Médecin, voulurent bien m'aider de leurs lumières, lorsque je m'occupai de ces recherches; & il m'en coûteroit de dissimuler que s'il y a quelques points intéressans dans ce Mémoire, je les dois à la justesse de leurs observations.



HISTOIRE
DE LA
MALADIE D'UNE FEMME,

Dont les membres ſont devenus en peu de temps contrefaits d'une façon ſingulière.

Par M. MORAND le fils.

LOUISE-FRANÇOISE BOURGUILLOT, née à Paris ſur la paroiſſe S.t Sulpice, veuve de Mellin, compagnon Charron, âgée de près de trente-ſix ans, eſt d'un tempérament plhétorique, d'un caractère vif, prompt & enjoué; à treize ans, elle eut ſes règles, qui lui manquèrent enſuite pendant l'eſpace de deux ans à peu-près; à dix-ſept ans, elle avoit pris tout ſon accroiſſement, & ſa taille étoit alors de cinq pieds deux pouces; depuis ce temps juſqu'à l'âge de vingt-un ans, qu'elle ſe maria, ſa ſanté n'a ſouffert aucun dérangement digne de remarque; elle avoit de l'embonpoint & même d'aſſez belles couleurs, vivant d'une manière conforme à ſon état; elle gagnoit ſa vie à broder.

Cependant à l'âge de dix-neuf ans, elle fut attaquée d'une ophtalmie ſur les deux yeux, qui dura trois mois; & d'ailleurs elle a toujours reſſenti quelques douleurs ſourdes dans un genou, accompagnées d'un cliquetis qui ſe faiſoit entendre dans les moindres mouvemens, & quelquefois cette partie ſe trouvoit affectée de rougeur & d'une légère enflure.

Ces indiſpoſitions préliminaires, quoique légères en apparence, méritent d'autant mieux d'être obſervées, qu'elles ſemblent avoir annoncé dès-lors la conſtitution du ſujet, ainſi que le caractère eſſentiel de l'humeur morbifique qui a produit ſur les articulations ſur leſquelles elle a agi, les phénomènes dont on va tracer l'hiſtoire.

Louise-Françoise Bourguillot fut mariée au mois de Novembre 1750, & eut deux enfans, à quatorze mois l'un de l'autre; son premier, qui étoit une fille, fut enlevé à l'âge de quatorze mois par une convulsion attribuée aux dents; le second, qui étoit un garçon, mourut de la petite vérole âgé de dix-huit mois: c'est de cette dernière couche que semble dater la maladie articulaire dont cette femme est si singulièrement affectée. Elle eut dans cette couche beaucoup de lait; son sein en regorgeoit, & malgré cela cette liqueur n'a paru s'évacuer par aucune voie sensible; les vidanges se supprimèrent dès le troisième jour sans que la malade en ressentît d'autre mal qu'une légère enflure qui survint à un genou (qu'elle croit être le genou droit); elle se releva le huitième jour sans autre incommodité; mais le lendemain, elle fut saisie tout-à-coup d'un froid & d'une foiblesse universelle, qui lui laissèrent néanmoins toute sa connoissance: à ces accidens imprévus, se joignirent un violent mal de tête, des douleurs aiguës dans les genoux, qui, trois jours après, parurent gonflés & couverts d'ampoules rouges & luisantes; la malade perdit totalement l'appétit; on sentit dans l'étendue de l'abdomen des inégalités produites par l'engorgement de l'humeur laiteuse, & la malade rendit, par les vomissemens, une matière laiteuse infectée.

Dans cet état, M. Messence, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine de Paris, vit la malade & lui donna tous ses soins avec un zèle qui fait autant l'éloge de son cœur que de ses talens; il l'assista pendant dix mois avec la plus grande assiduité, & ne la quitta que lorsqu'il la vit se livrer indiscrètement aux conseils dont on ne manque jamais dans les maladies longues & rebelles: elle avoit alors les genoux enflés & les talons étoient repliés en haut & en arrière par la rétraction des muscles extenseurs du pied; malgré cette fâcheuse situation, elle se portoit assez bien d'ailleurs; après avoir employé pendant trois ou quatre mois plusieurs remèdes sans méthode & sans discernement, elle eut recours à un empyrique qui réussit à dissiper l'enflure des genoux, au moyen de quelques topiques.

Ces remèdes effarouchèrent l'humeur qui n'occupoit jusque-là

que l'extérieur de l'articulation des genoux ; l'intempérie visqueuse & saline, qui préexistoit dans la masse des liqueurs, ne tarda point à se développer & à se manifester de toutes parts avec un caractère corrosif & putride des plus actifs ; les douleurs des genoux devinrent très-vives, & la malade, trois mois après sa couche, fut privée de l'usage de ses bras ; de sorte que ne pouvant plus, depuis cette époque, s'en aider en aucune manière, elle est depuis onze ans, pour tous les besoins de la vie, dans la plus triste & la plus cruelle dépendance.

Ce fut sur le coccix que cette humeur repercutée fit sa première irruption ; elle y fit naître des clous de la grosseur d'un œuf ; ils abscédèrent ; les vers s'y mirent, ainsi qu'aux ongles des pieds. La suppuration, qui dura plus d'un an, donna lieu à la séparation de trois petites esquilles : la malade avoit dans ce même temps de fréquentes défaillances, précédées d'une sueur froide : pendant leur durée, la bile se répandoit sur tout le corps, & particulièrement sur la face : ces syncopes duroient souvent une demi-heure, trois quarts d'heure, & même plus, au point qu'on a tenu plusieurs fois la malade pour morte : cependant elle conservoit toujours assez de connoissance pour entendre tout ce qu'on disoit autour d'elle.

Treize mois après sa couche, cette femme fut tourmentée jour & nuit de douleurs si atroces, qu'elles lui faisoient jeter les hauts cris ; elles occupoient alors les genoux, où elles étoient insupportables, & s'étendoient aux jambes, aux cuisses & aux aines : ces extrémités commencèrent alors à se contracter & à se retirer sur elles-mêmes plus qu'elles n'avoient fait jusque-là.

Dix-huit mois après sa couche, elle eut des vomissemens de sang qui, selon toute apparence, partoient des vaisseaux de l'estomac, la poitrine n'étant pas affectée.

Deux ans & demi après elle fut surprise d'une violente douleur de tête ; elle vit sans cesse autour d'elle un brouillard épais ; sa vue s'affoiblit insensiblement, & se perdit entièrement une heure après & n'a pas été recouvrée depuis. Six mois après ce nouveau surcroît de maux, cette femme, qui depuis trois ans avoit perdu le sommeil, dormit cinq heures : ce sommeil se soutint

soutint pendant huit mois; alors les grandes douleurs se dissipèrent; les règles, qui avoient cessé à la dernière couche, reparurent (il y a eu sept ans le 18 Novembre 1763): depuis ce temps elles n'ont pas discontinué de revenir périodiquement; mais en même-temps la rétraction des extrémités inférieures augmentoit sensiblement, & dans l'espace de deux ans les jarrets se sont fléchis de manière que les talons se sont approchés des fesses au point de les toucher immédiatement.

La femme Suppiot, devenue toute contrefaite par un ramollissement général des os, commençoit alors à faire le sujet de l'attention & des conversations de tout Paris: ce qui revenoit à la femme Mellin sur la position extraordinaire des bras & des jambes de la femme Suppiot, lui donna d'autant plus d'inquiétude sur sa situation actuelle, qu'elle croyoit y apercevoir une ressemblance assez exacte avec la maladie dont on parloit, & qui, comme la sienne, avoit commencé à la suite d'une couche. La femme Mellin craignoit sur-tout que ses pieds ne prissent la même direction que dans la Suppiot, chez laquelle ils atteignoient les oreilles *.

Pour s'y opposer, elle les a contenus avec un jupon; par ce moyen fort simple, elle est parvenue à les ranger à sa fantaisie & à les assujettir dans la situation dont je joins ici le dessein, & dont je donnerai la description aussi claire & aussi précise qu'il est possible, après avoir continué l'histoire de la maladie.

Les mains, qui étoient sèches dans le temps des grandes douleurs, sont toujours enflées, & sont d'une si grande sensibilité, qu'elles supportent avec peine le contact du drap: la main droite, qui est à quelques égards moins contrainte &

* Voyez l'Histoire de la maladie singulière & de l'examen du cadavre d'une femme devenue en peu de temps toute contrefaite par un ramollissement général des os; par M. Morand, Docteur-Régent de la Faculté de Médecine de Paris, 1752. Voyez aussi les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris, année 1753, *page 543*; Description anatomique de l'état dans lequel se sont trouvés les os ramollis d'une femme. Par M. Morand père.

moins gênée que la gauche, eſt, toutes choſes égales, plus douloureuſe.

Les douleurs ſont plus conſtamment fixes aux genoux que par-tout; elles augmentent quelquefois en proportion de la rougeur & de l'enflure.

La malade éprouve quelquefois dans ſes membres une ſenſation, telle qu'elle imagine qu'ils vont s'alonger, & c'eſt alors qu'ils ſe contractent davantage.

Accablée de tant de maux, percluſe de tout ſon corps, ne pouvant reſter couchée que ſur le dos, n'ayant conſervé que le mouvement des omoplates, & une partie de celui des poignets & des doigts, privée de la vue, réduite enfin à une ſituation dont le ſeul ſpectacle fait frémir, la veuve Mellin, au milieu de toutes les douleurs, a conſervé ſa gaieté naturelle; ſon embonpoint & ſon coloris ne déſignent ni les ſouffrances du corps ni l'affliction de l'ame.

Son appétit eſt médiocre; les forces de ſon eſtomac ne ſont point encore affoiblies, puiſqu'on n'aperçoit en elle aucun dérangement dans les digeſtions, & qu'elle ne ſait ce que c'eſt que le dévoiement: les excrétions des inteſtins & de la veſſie ſont languiſſantes; le ventre eſt pareſſeux; la veſſie ne fait ſes fonctions que deux fois le jour, & les urines ne s'éloignent pas beaucoup de l'état naturel, ſoit en quantité, ſoit en qualité.

Les douleurs n'ont pas encore dérangé l'excrétion qui ſe fait par l'habitude extérieure du corps; la malade eſt preſque toujours en ſueurs: l'année dernière particulièrement elle en a eu de très-abondantes, d'une odeur aigre.

Elle eſt travaillée de temps à autre d'une petite toux sèche, d'un crachement fréquent très-importun, accompagné d'un mal de dos continuel, d'élancemens dans cette partie & de gêne dans la reſpiration.

Elle a ſur les yeux une fluxion habituelle, qui y entretient toujours de la rougeur, & un écoulement qui exige qu'on les humecte ſouvent: les paupières de l'œil droit ſont preſque fermées; la gauche, qui eſt un peu plus ouverte, laiſſe apercevoir une cataracte deſſéchée.

La malade a d'ailleurs une douleur de tête sourde avec pesanteur qui l'obsède continuellement; il s'y joint quelquefois des élancemens qui, depuis trois ans, s'étendent jusque dans les yeux. Le cuir chevelu est toujours violet & comme vergeté.

Ses dents se gâtent depuis quatre ans, cependant il lui en manque peu; les gencives sont saigneuses: elle entend très-bien, excepté dans ses grandes douleurs de tête.

Elle est exactement réglée tous les mois pendant trois ou quatre jours, plus ou moins abondamment: cette évacuation, précédée d'assoupissement & d'abattement, est prochainement annoncée par de l'agitation, des lassitudes, des élancemens dans la poitrine; & lorsqu'elle est finie les crachats sont teints de sang. Depuis cinq ans ou environ, les veines hémorroïdales, en deux reprises différentes, ont donné issue à un pus sanguinolent, dont l'écoulement a duré chaque fois pendant quinze jours.

Enfin les parties excrémenteuses surabondantes, qui visent sans cesse à communiquer aux humeurs une corruption putride, produisent de temps à autre, dans l'habitude de cette malade, des épanchemens ou des engorgemens de la sérosité saline & âcre qui domine chez elle.

Depuis 1762, il lui survient chaque année sur le côté droit de la poitrine une inflammation érysipélateuse, accompagnée de douleurs lancinantes & d'un suintement ichoreux, auquel succède bien-tôt un ulcère de la largeur d'un liard, qui ne se ferme qu'au bout de trois mois: les cuisses sont également sujettes, dans le cours de l'année, à l'impression de cette sorte d'humeur: la malade sent ces parties comme frappées d'un coup; la fièvre s'allume, une demangeaison survient à la peau, suivie de phlyctènes & d'un ulcère qui s'est quelquefois fort étendu.

Vers le mois de Mai 1763, elle fut attaquée, à la nuque du col, d'un gonflement douloureux, qui s'est terminé par trois ulcères, dont la suppuration a duré trois semaines.

Pendant l'été de la même année, la tête a été couverte d'ampoules, qui se couvroient d'une espèce de dartre ou gale laiteuse.

Les autres dépôts qu'a produits cette même humeur, ont été plus graves, en ce qu'ils se sont faits intérieurement (j'appelle de ce nom les différentes maladies aiguës que la malade a essuyées) : elle en a eu trois considérables en douze ans de temps.

La première a été une péripneumonie dont elle fut attaquée il y a six ans au mois de Septembre, à la suite d'un rhume : elle vomit alors le sang & le pus pendant trois jours & trois nuits.

Un an après, au mois de Janvier, elle eut une fièvre de mauvais caractère; pendant l'été de 1763, elle devint en vingt-quatre heures enflée des pieds à la tête : cette enflure singulière dura pendant cinq à six jours, sans que la malade s'en aperçût autrement que par la gêne que lui causoit la distension générale de la peau & par l'oppression qu'elle éprouvoit. Peu de temps après elle fut incommodée de demangeaison aux aisselles, où il parut une dartre vive & saigneuse.

Dans ces trois occasions, qui sont les seules pour lesquelles la malade ait fait des remèdes depuis dix ans, M. Moreau, Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, à l'exemple de M. Messence, a donné à la veuve Mellin les soins les plus charitables & les plus attentifs.

EXPLICATION DE LA FIGURE.

LES cuisses relevées sur le ventre jusque vers la poitrine, les jambes ramenées sur les cuisses, sont ramassées & repliées de manière qu'en supposant la malade vue debout, elle seroit accroupie dans l'attitude la plus forcée qu'on puisse garder.

Au moyen de ce raccourcissement, la taille de la malade, qui étoit de cinq pieds deux pouces, se trouvant aujourd'hui diminuée de toute la longueur des cuisses & des jambes, se trouve réduite à trois pieds quatre pouces moins trois lignes de hauteur, depuis le sommet de la tête jusqu'au coccix.

Ces extrémités rapprochées l'une de l'autre, se portent obliquement de droite à gauche sur le ventre, & paroissent avoir entraîné dans la même obliquité toute la charpente du bassin, où vraisemblablement la fluxion s'étant principalement fixée, y a formé ce que les Anciens

nommoient *goutte lombaire*, & a facilité la distorsion de la partie inférieure de l'épine dans le même sens que celle des cuisses & des jambes.

Les pieds sont dans un état d'extension & d'alongement parallèle au tibia, ce qui donne lieu de présumer un désordre dans toute l'articulation des os du tarse, sans déplacement sensible; le dessus du pied est remarquable par un gonflement qui est constamment le même en tout temps.

Les deux talons se touchent & les bouts des doigts sont appuyés les uns sur les autres.

Les ongles sont sujets par intervalles aux vers; ceux du petit doigt sont très-alongés; ceux du pied gauche se pourrissent de temps en temps, & il s'y forme une espèce de gale qui oblige à les couper de temps en temps.

Cette affection s'étant ensuite étendue aux extrémités supérieures, la gauche qui, la première, en fut attaquée, est aussi celle dont l'attitude est la plus frappante: pour en donner une idée exacte, il faut la supposer fixée sur la poitrine, le long du corps & dans une inaction absolue.

Le bras gauche étant resté immobile, l'avant-bras fixé en pronation; s'est relevé de bas en haut en s'écartant du corps & en s'approchant si fortement du bras, que l'extrémité inférieure de l'humerus, obligée de suivre cette direction forcée que lui imprimoit l'avant-bras, a contourné la tête de ce même os de derrière en devant, ce qui présente une sorte de luxation incomplète de l'humerus avec la cavité glénoïde de l'omoplate.

Cette même rétraction se remarque au poignet; la paume de la main fléchie sur l'avant-bras est appliquée en partie sur le bras & en partie sur l'avant-bras, de manière que le dos de la main se présente seul à la vue, gonflé, rouge dans quelques points, prononçant à l'articulation du poignet avec l'avant-bras cette espèce de saillie ou arcade que les trois premiers os du carpe forment par leur face qui s'articule avec le rayon; ce qui constitue une luxation incomplète de la première rangée des os du carpe d'avec ce même os: cette luxation de cause interne a été compliquée d'abcès sur l'os lunaire dont il s'est détaché de petites esquilles.

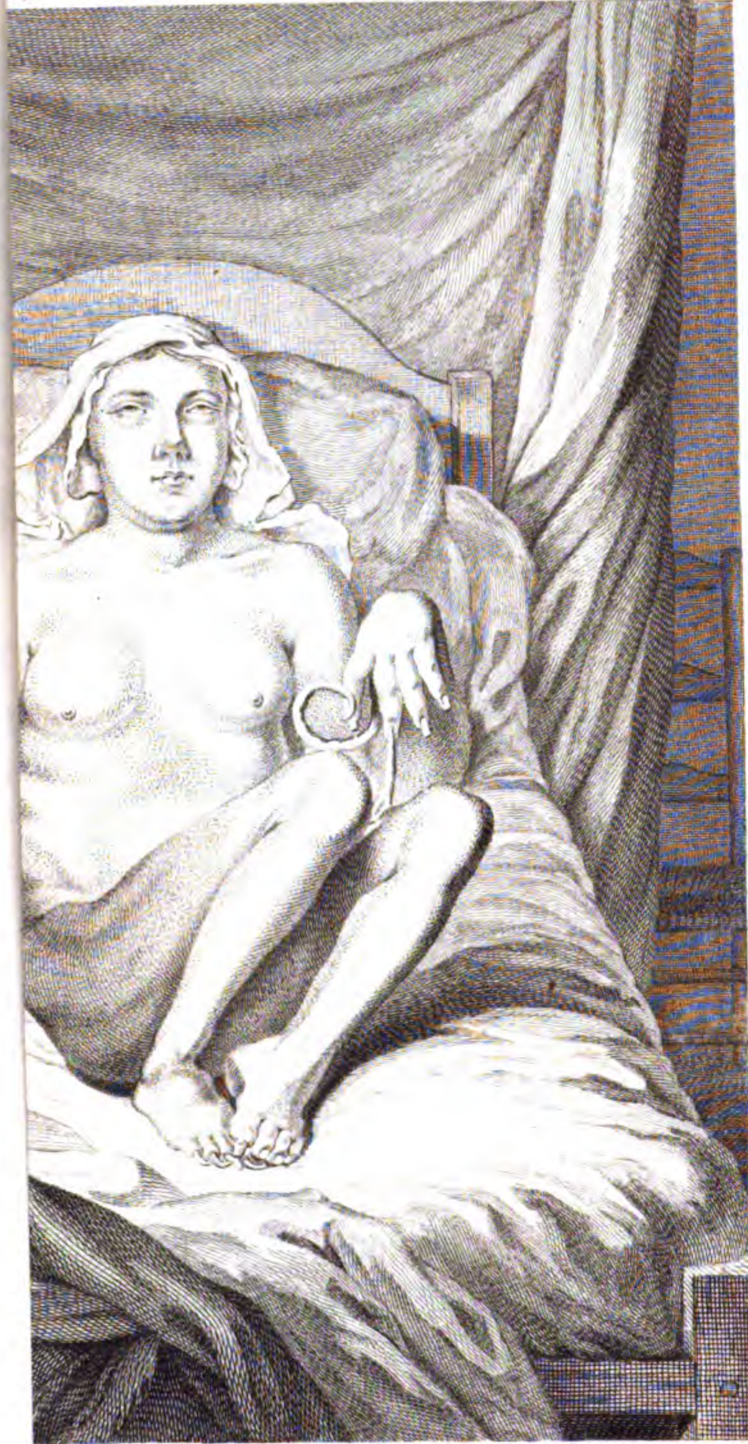
Les doigts sont de même gonflés, rouges dans plusieurs points & écartés les uns des autres; on ne peut voir le pouce qui est couché en dedans la paume de la main; on en aperçoit seulement l'extrémité entre l'index & le doigt du milieu, qui laissent passer entr'eux deux l'ongle du pouce, devenu monstrueux par son accroissement aussi singulier que la forme qu'il a prise; cet ongle, long de sept pouces & un quart, vient se terminer en crochet sur l'angle du doigt indicateur.

L'ongle du doigt du milieu a pris une croissance extraordinaire & même hideuse; il descend de biais sur le bras en s'avançant jusqu'au condyle interne; là, il se recourbe en remontant sur l'avant-bras; la longueur de cet ongle est de quatre pouces cinq lignes; ces deux espèces d'ergots sont creusés en gouttière & remplis d'une chancissure dans laquelle la vermine s'engendre très-souvent.

La même cause agissant sur l'extrémité supérieure droite, y a produit une autre espèce de contraction; le bras & l'avant-bras sont fixés en pronation; & le poignet, qui est en supination, s'approche du tronc plus que toute l'extrémité à qui il appartient; les doigts de cette main écartés les uns des autres comme ceux de la main droite, éprouvent le même gonflement & la même rougeur qui caractérise les efflorescences érysipélateuses.

Toute cette difformité a été l'affaire de trois ans; pendant tout ce temps, les douleurs les plus cruelles ont tourmenté la malade jour & nuit; elles étoient accompagnées d'une chaleur brûlante qui non-seulement ne permettoit pas à cette femme de souffrir ni drap ni couverture en plein hiver, mais qui l'obligeoit quelquefois, pour lui rendre son état plus supportable, de tenir la porte ou la fenêtre ouverte pendant le froid le plus vif.





NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES POUR CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, LES OCCULTATIONS DES ÉTOILES FIXES ET DES PLANÉTES PAR LA LUNE;

Et en général pour réduire des Observations quelconques de cet Astre, au lieu vû du centre de la Terre.

SECOND MÉMOIRE,

Dans lequel on démontre les principes des méthodes.

Par M. DU SÉJOUR.

ARTICLE PREMIER.

Constructions générales & Propositions préliminaires.

POUR déterminer les circonstances d'une éclipse de Soleil, j'imagine que par le centre de la Lune l'on fasse passer à chaque instant perpendiculairement à l'écliptique, un plan que j'appelle *plan de projection*, & dont l'intersection avec l'écliptique soit perpendiculaire à la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre: que par le Soleil l'on fasse passer un cône dont le sommet soit au centre de cet Astre & dont la base soit les différens plans des parallèles terrestres. Comme chaque Observateur attribue au Soleil le mouvement qui lui est propre, cet Astre paroîtra se mouvoir dans l'intersection du plan de projection avec ce cône lumineux, tandis que le mouvement de la Lune paroîtra se faire uniformément dans la ligne droite, projection de la petite portion de son orbite relative, parcourue pendant l'éclipse. Il ne s'agit donc que de résoudre ce problème.

Étant donnés deux corps, dont l'un se meut uniformément en ligne droite & l'autre circule dans une ellipse suivant une loi connue, déterminer à chaque instant la distance de ces corps vue d'une distance variable, mais assujettie à une loi donnée.

(2.) Ainsi donc sur un plan quelconque qui représente le Fig. 1. plan de projection, je trace une droite AO, que je regarde comme l'intersection de ce plan avec l'écliptique. Sur cette droite, je prends un point G, que je regarde comme l'intersection de ce plan avec la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre: par le point G je tire une droite GX, qui représente l'intersection du cercle de déclinaison du Soleil avec le plan de projection: ce cercle de déclinaison s'appelle ordinairement le *Méridien universel.* Sur la droite GX, je marque un point X, tel que GX soit égal au demi-petit axe de la Terre. Par le point G, j'élève à la droite AO une perpendiculaire GL, telle que le point L représente le lieu du centre de la Lune à l'instant de la conjonction. Par le point L je mène la droite LQ, projection de la petite portion de l'orbite relative de la Lune, parcourue pendant l'éclipse. Enfin sur le même plan je suppose tracée la projection orthographique des parallèles terrestres, d'où je conclus l'équation à l'intersection du plan de projection avec le cône lumineux mené par le centre du Soleil *.

(3.) Une des premières notions qu'exigent nos méthodes, est la connoissance complète du triangle GLT, c'est-à-dire, des trois angles qui le composent & de la valeur numérique de chacun de ses côtés.

J'appelle *valeur numérique* d'un de ses côtés, & en général d'une ligne quelconque tracée sur le plan de projection, l'expression du nombre de parties contenues dans cette ligne, telles que le *demi-petit axe de la Terre* en contient 100000.

* Dans la suite de cet Ouvrage, je me sers souvent du terme de *projection orthographique,* comme ce terme pourroit n'être pas familier à plusieurs Lecteurs, il est à propos d'en fixer le sens: on appelle en général *projection orthographique* d'une courbe ou d'une droite quelconque la courbe ou la droite formée sur le plan de projection, par les perpendiculaires abaissées sur ce plan de chacun des points de la droite ou de la courbe projetée.

(4.)

(4.) Rien n'est plus facile que de déterminer l'angle LGT; Fig. 1.
en effet, cet angle est le complément de l'angle OGX: or GX est l'interſection du plan de projection avec celui des cercles de déclinaiſon, qui paſſe par le centre du Soleil, AO est l'interſection de l'écliptique avec le même plan; l'angle OGX est donc égal à l'angle du cercle de déclinaiſon du Soleil avec le plan de l'écliptique. L'Aſtronomie nous apprend donc que le ſinus de l'angle OGX (= coſinus de l'angle LGT) = $\frac{r \times \text{coſinus de l'obliquité de l'écliptique}}{\text{coſinus de la déclinaiſon du Soleil}}$

(5.) Pour déterminer l'angle GLT, je remarque que pendant la durée de l'éclipſe, la Lune, vue du centre de la Terre, s'éloigne du Soleil dans le ſens de l'écliptique d'un arc égal à la différence des mouvemens horaires du Soleil & de la Lune en longitude (c'eſt-à-dire d'un arc égal au mouvement horaire compoſé en longitude), tandis qu'elle s'en éloigne dans le ſens du cercle de latitude d'un arc égal à ſon mouvement horaire en latitude. Suppoſons donc que par le centre de la Terre & par la Lune l'on mène à chaque inſtant un cercle de latitude, & dont par conſéquent l'interſection avec le plan de projection ſoit perpendiculaire à la droite AO. Si du centre K de la Lune, l'on abaiſſe ſur le plan de l'écliptique la droite Kh, qui rencontre en un point y la droite Ly, menée par le point L parallèlement à la droite AO; il eſt ſenſible qu'en prenant pour ſinus total la diſtance de la Lune à la Terre, la perpendiculaire Kh ſera le ſinus de la latitude de la Lune, & la droite $Gh = Ly$ ſera le ſinus du mouvement horaire compoſé, compté depuis l'inſtant de la conjonction; que la droite GL, correſpondante à $Gh = 0$, eſt le ſinus de la latitude de la Lune à l'inſtant de la conjonction, & que par conſéquent Ky = la différence des ſinus de latitude aux deux inſtans: or, comme pendant la durée de l'éclipſe l'on peut ſuppoſer, ſans erreur appréciable, que les accroiſſemens des ſinus, de latitude & du mouvement horaire compoſé, ſont proportionnels au temps, on peut prendre pour l'orbite relative de la Lune une ligne qui, paſſant par le point L, fait avec la ligne GL un

angle dont la tangente eſt au rayon comme le ſinus du mouvement horaire composé en longitude eſt à la différence des ſinus de latitude aux deux inſtans, c'eſt-à-dire un angle dont la tangente

$$= \frac{\text{rayon} \times \text{ſinus (mouv. hor. de la Lune en longitude — mouv. hor. du Soleil)}}{\text{ſin. (lat. de ☾ au mom. de la conj. + mouv. hor. en lat.) — ſin. lat. de ☾ lors la conj.}}$$

J'appellerai *inclinaiſon de l'orbite corrigée* le complément de cet angle.

Fig. 1. (6.) Quant à l'angle LTG, il ſe conclut par une conſéquence directe de ceux que l'on vient de déterminer.

(7.) Si l'on nomme φ le ſinus & ω le coſinus de l'angle GTL, ψ le ſinus, & θ le coſinus de l'angle GLT, χ le ſinus & ξ' le coſinus de l'angle LGT, la Géométrie nous apprend que l'on aura l'équation ſuivante, $\varphi\chi\psi - \psi\xi'\omega + \theta\chi\omega + \theta\varphi\xi' = 0$. Cette équation n'eſt autre choſe que la relation connue entre les ſinus & coſinus des trois angles d'un triangle rectiligne.

(8.) Puiſqu'en général le coſinus d'un angle quelconque eſt au ſinus comme la cotangente eſt au rayon, ſi l'on nomme t la cotangente de l'angle GTL, l'on aura $r\omega - \varphi t = 0$. Subſtituant donc cette valeur dans l'équation du paragraphe précédent, l'on aura $t = r \times \frac{\theta\xi' + \psi\chi}{\psi\xi' - \theta\chi}$, équation d'où il ſera facile de déduire par le calcul, la valeur de l'angle LTG.

Fig. 2. (9.) Soit L le lieu de la Lune à l'inſtant de la conjonction, C le centre de la Terre, G l'interſection du plan de projection avec la droite qui joint les centres du Soleil & de la Terre; par les points C & L menons les droites CH, LH, telles que le triangle LCH ſoit rectangle en H, & que la droite CH ſoit égale au demi-petit axe de la Terre. Par la conſtruction, puiſque les triangles LCH, LCG ſont rectangles en H & en G; que d'ailleurs la droite CH eſt égale au demi-petit axe de la Terre, l'angle CLH eſt égal à la parallaxe horizontale de la Lune pour le pôle, & l'angle GCL eſt égal à la latitude de la Lune au moment de la conjonction

vue du centre de la Terre. On a donc LC est à CH comme le sinus total est au sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune; LC est à GL comme le sinus total est au sinus de la latitude de la Lune au moment de la conjonction vue du centre de la Terre, mais $CH = GX$ (*fig. 1*). Donc si l'on prend pour valeur de GX celle qui est donnée dans les Tables des sinus au sinus total, & que j'appelle r, l'on aura, valeur numérique de GL Fig. 2.

$$= \frac{r \times \text{sin. de la lat. de la ☾ au moment de la conjonct. vue du centre de la Terre}}{\text{sinus de la parallaxe horizontale polaire à l'instant de la conjonction.}}$$

(10.) Soit l la valeur numérique de GL, δ la valeur numérique de GT; il est sensible que l'on a cette équation, $\delta\varphi - \psi l = 0$; d'où l'on pourra conclure la valeur de δ. Fig. 1.

(11.) Si l'on mène une droite PNH parallèle à la droite TL, qui rencontre la projection ortographique GX du méridien universel en un point N; que du point T l'on abaisse la perpendiculaire TP, & que l'on nomme GT, δ; GN, a; TP, f; & φ le sinus de l'angle GTL, l'on aura (à cause du triangle rectangle NPT & de $NT = GT - GN$) $fr + a\varphi - \varphi\delta = 0$.

ARTICLE II.

De la Parallaxe horizontale particulière dont on fait usage dans cet Ouvrage, & de la latitude corrigée des parallèles terrestres.

(12.) La parallaxe horizontale de la Lune, dont on fait usage dans cet Ouvrage, est la parallaxe horizontale polaire; celle que l'on trouve par les Tables astronomiques n'est pas toujours celle du Pôle. Il est des Tables astronomiques calculées pour une latitude particulière. La parallaxe horizontale déterminée par ces Tables, est celle qui a lieu pour cette latitude. Si donc on veut en conclure la parallaxe horizontale pour une autre latitude, il faut avoir recours à des Tables de correction qui se trouvent

dans quelques Traités d'Astronomie. Comme il pourroit arriver que l'on n'eût point ces Tables de correction, l'on va donner une formule qui en tiendra lieu.

(13.) Personne n'ignore que la Terre n'est point une sphère parfaite : la théorie & les observations démontrent également que c'est un sphéroïde aplati, dont le grand axe passe par l'Équateur & le petit axe par le Pôle. Quoique sa figure ne soit pas rigoureusement déterminée, les savantes recherches des plus illustres Géomètres ont fait voir que la courbure de ses méridiens ne différoit pas sensiblement d'être elliptique. Nous adopterons cette hypothèse pour la facilité des calculs.

PROBLÉME.

(14.) *Déterminer le rapport entre la parallaxe horizontale de la Lune pour le Pôle, & la parallaxe horizontale pour une latitude quelconque.*

SOLUTION.

Puisque la parallaxe horizontale d'un lieu quelconque est
Fig. 2. égale à l'angle L du triangle LCP, formé par le rayon CP de la Terre passant par le lieu, la droite CL, menée du centre de la Terre au centre de la Lune, & la droite LP tangente à la Terre au point P, l'on a sin. $CLP = \frac{CP \times \text{sin. } LPC}{CL}$. Si donc l'on suppose constante la distance CL de la Lune à la Terre, le sinus de l'angle CLP dépend de la valeur de $(CP \times \text{sin. } LPC)$; mais à cause de la différence infiniment petite entre le sinus de l'angle LPC & le sinus total, l'on peut regarder ce sinus comme absolument égal au sinus total. Les différens sinus de l'angle CLP dépendent donc uniquement de la valeur du rayon CP de la Terre passant par le lieu : ils peuvent donc être regardés comme les demi-diamètres de l'ellipse formée par l'intersection du sphéroïde terrestre & d'un méridien.

Soit r le demi-petit axe de la Terre, ρ le demi-grand axe,

n le sinus, & m le cosinus de l'angle du rayon de la Terre passant par le lieu, avec l'Équateur, la théorie des sections coniques nous apprend que l'on aura; sinus de la parallaxe horizontale polaire est au sinus de la parallaxe horizontale pour une latitude quelconque :: $\sqrt{(\rho^2 n^2 + m^2 r^2)} : r\rho$.

(15.) Nous avons dit que le sinus de l'angle LPC étoit, sans erreur sensible, égal au sinus total. En effet, la plus grande différence entre l'angle LPC & l'angle de 90 degrés étant d'environ 18 minutes, la plus grande différence entre le sinus de l'angle LPC & le sinus total, est égale à la différence des sinus de 90 degrés & de $90^d\ 18'$. Cette différence n'introduit dans ce cas extrême qu'une erreur d'un dix-huitième de seconde sur la parallaxe. Il est donc inutile de compliquer la formule pour lui donner une exactitude imaginaire. Fig. 2.

(16.) Si l'on suppose que la Terre soit un sphéroïde aplati; l'on sait que la latitude d'un lieu quelconque est égal à l'angle FHB du rayon osculateur FH passant par le lieu, avec le plan CB de l'Équateur. Il est donc nécessaire, pour faire usage de la formule du paragraphe 14, de déterminer le rapport de l'angle FCB avec l'angle FHB, ou ce qui revient au même, avec la latitude du lieu. Fig. 3.

PROBLÉME.

(17.) *Déterminer le rapport de l'angle* FCB *avec la latitude d'un lieu quelconque.*

SOLUTION.

Soit EFP un méridien terrestre, C le centre de la Terre; r le sinus total, & à la fois le demi-petit axe CP de la Terre, ρ le demi-grand axe CE couché sur l'Équateur, Pf la sphère inscrite à l'ellipsoïde; par les points F, f, menons à l'ellipse & au cercle les ordonnées Kf, KF, les normales fC, FHV & les tangentes Tf, TF, qui rencontrent le prolongement des axes aux points T, B, b.

Par une des propriétés de l'ellipse, les tangentes Tfb, TFB, coupent l'axe TPC en un même point T.

Fig. 3. Dans le triangle FHB, rectangle en F, l'angle FBH est le complément de l'angle FHB, que l'on fait être l'angle de la latitude; mais l'angle FBH est aussi le complément de l'angle CTB; donc l'angle CTB est égal à la latitude. Par la même raison, l'angle CTb ou KTf, est égal à l'angle fCb.

Par une autre propriété de l'ellipse, $KF : Kf :: \rho : r$; donc tang. de l'angle $KTf = \frac{r}{\rho} \times$ tang. de l'angle KTF $= \frac{r}{\rho} \times$ tang. de l'angle $CTB = \frac{r}{\rho} \times$ tang. de la latitude.

A cause du triangle rectangle TfC, l'angle KCf est le complément de l'angle KTf; donc *(trigon. rectiligne)* tang. de l'angle $KTf = \frac{r^2}{\text{tang. de l'angle } KCf}$; donc $\frac{r^2}{\text{tang. de l'angle } KCf}$ $= \frac{r}{\rho} \times$ tang. de la latitude; donc tang. $KCf = \frac{r\rho}{\text{tang. de la latit.}}$, mais tang. KCf : tang. $KCF :: r : \rho$; donc $\frac{r\rho}{\text{tang. de la latitude}}$ $= \frac{r}{\rho} \times$ tang. KCF; donc puisque l'angle FCB est le complément de l'angle KCF, $\frac{r\rho}{\text{tang. de la latitude}} = \frac{r^3}{\rho \times \text{tangente } FCB}$; donc tang. $FCB = \frac{r^2}{\rho^2} \times$ tang. de la latitude.

(18.) Dans la démonstration précédente, nous avons développé deux principales propriétés de l'ellipse, relatives à notre objet; la première, que la tangente de l'angle $KTf = \frac{r}{\rho} \times$ tang. de la latitude. Cet angle, que nous appellerons désormais *latitude corrigée du parallèle*, sera du plus grand usage dans la suite: nous le substituerons dans tous les calculs à la véritable latitude du lieu.

(19.) La seconde propriété dont nous ferons usage, est que $KF : Kf :: \rho : r$. En effet, si l'on prend CP pour

sinus total, il est sensible que la valeur numérique de Kf est égale au cosinus de l'angle fCb ou KTf, pris dans les Tables. Fig. 3.

Nommant donc c ce cosinus, l'on aura pour déterminer la longueur du rayon d'un parallèle terrestre quelconque, dans l'hypothèse que les méridiens sont des ellipses, $KF = \frac{c\rho}{r}$.

Il est également évident que si je nomme s le sinus de l'angle fCb ou KTf, pris dans les Tables, la valeur numérique de $KC = s$.

(20.) Comme dans la suite de cet Ouvrage, je substitue perpétuellement à la véritable latitude du lieu, une latitude que j'appelle la *latitude corrigée*, j'ai cru à propos (afin d'éviter, autant qu'il est en moi, la peine des Calculateurs) de joindre une Table des différences entre les latitudes vraies & les latitudes corrigées; & attendu que ce rapport dépend de celui des axes de la Terre, j'ai calculé deux Tables différentes; la première, en supposant le rapport des axes comme 177 est à 178; & la deuxième, en supposant, avec Newton, ce rapport comme 229 est à 230. J'ai cru aussi qu'il ne seroit pas inutile de joindre une Table du rapport des parallaxes horizontales pour toutes les latitudes, quoique cette Table se trouve dans plusieurs Ouvrages d'Astronomie.

L'on peut remarquer (§. *17* & *18*) que la tangente de la latitude corrigée est moyenne proportionnelle géométrique entre la tangente de la latitude vraie & la tangente de l'angle du rayon de l'ellipsoïde passant par le lieu, avec l'Équateur: soit donc x la tangente de la latitude vraie; $x - b$ la tangente de la latitude corrigée; $x - d$ la tangente de l'angle du rayon de l'ellipsoïde avec l'Équateur; l'on aura $x : x - b :: x - b : x - d$; donc $d = 2b - b \times \frac{b}{x}$; mais d'ailleurs l'on a $x : x - b :: \rho : r$; donc $\frac{b}{x} = \frac{\rho - r}{\rho}$; donc $d = 2b - b\,\frac{(\rho - r)}{\rho}$.

TABLE de la différence des Latitudes vraies & corrigées.

FORMULE. (§. 18.)

ρ × tangente *de la Latitude corrigée* = r × tangente *de la Latitude vraie.*

Si l'on suppose le rapport des axes de la Terre :: 177 : 178.

Latit. D.	Différ. 1re M. S.	Différ. 2e S.	Latit. D.	Différ. 1re M. S.	Différ. 2e S.	Latit. D.	Différ. 1re M. S.	Différ. 2e S.
0	0. 0	21	30	8. 22	10	60	8. 22	11
1	0. 21	20	31	8. 32	9	61	8. 11	11
2	0. 41	20	32	8. 41	9	62	8. 0	12
3	1. 1	20	33	8. 50	8	63	7. 48	12
4	1. 21	20	34	8. 58	7	64	7. 36	12
5	1. 41	20	35	9. 5	7	65	7. 24	13
6	2. 1	20	36	9. 12	6	66	7. 11	14
7	2. 21	19	37	9. 18	5	67	6. 57	14
8	2. 40	19	38	9. 23	5	68	6. 43	15
9	2. 59	19	39	9. 28	4	69	6. 28	15
10	3. 18	19	40	9. 32	3	70	6. 13	16
11	3. 37	19	41	9. 35	3	71	5. 57	16
12	3. 56	18	42	9. 38	2	72	5. 41	17
13	4. 14	18	43	9. 40	1	73	5. 24	17
14	4. 32	18	44	9. 41	0	74	5. 7	17
15	4. 50	17	45	9. 41	0	75	4. 50	18
16	5. 7	17	46	9. 41	1	76	4. 32	18
17	5. 24	17	47	9. 40	2	77	4. 14	18
18	5. 41	16	48	9. 38	3	78	3. 56	19
19	5. 57	16	49	9. 35	3	79	3. 37	19
20	6. 13	15	50	9. 32	4	80	3. 18	19
21	6. 28	15	51	9. 28	5	81	2. 59	19
22	6. 43	14	52	9. 23	5	82	2. 40	19
23	6. 57	14	53	9. 18	6	83	2. 21	20
24	7. 11	13	54	9. 12	7	84	2. 1	20
25	7. 24	12	55	9. 5	7	85	1. 41	20
26	7. 36	12	56	8. 58	8	86	1. 21	20
27	7. 48	12	57	8. 50	9	87	1. 1	20
28	8. 0	11	58	8. 41	9	88	0. 41	20
29	8. 11	11	59	8. 32	10	89	0. 21	21
30	8. 22		60	8. 22		90	0. 0	

Si l'on suppose le rapport des axes de la Terre :: 229 : 230.

Latit. D.	Différ. 1re M. S.	Différ. 2e S.	Latit. D.	Différ. 1re M. S.	Différ. 2e S.	Latit. D.	Différ. 1re M. S.	Différ. 2e S.
0	0. 0	16	30	6. 29	8	60	6. 29	8
1	0. 16	16	31	6. 37	7	61	6. 21	9
2	0. 32	16	32	6. 44	7	62	6. 12	9
3	0. 48	15	33	6. 51	6	63	6. 3	10
4	1. 3	15	34	6. 57	3	64	5. 53	10
5	1. 18	15	35	7. 2	5	65	5. 43	10
6	1. 33	15	36	7. 7	4	66	5. 33	11
7	1. 48	15	37	7. 11	4	67	5. 22	11
8	2. 3	15	38	7. 15	4	68	5. 11	11
9	2. 18	15	39	7. 19	3	69	5. 0	12
10	2. 33	15	40	7. 22	2	70	4. 48	12
11	2. 48	14	41	7. 24	2	71	4. 36	12
12	3. 2	14	42	7. 26	2	72	4. 24	13
13	3. 16	14	43	7. 28	1	73	4. 11	13
14	3. 30	14	44	7. 29	0	74	3. 58	14
15	3. 44	14	45	7. 29	0	75	3. 44	14
16	3. 58	13	46	7. 29	1	76	3. 30	14
17	4. 11	13	47	7. 28	2	77	3. 16	14
18	4. 24	12	48	7. 26	2	78	3. 2	14
19	4. 36	12	49	7. 24	2	79	2. 48	15
20	4. 48	12	50	7. 22	3	80	2. 33	15
21	5. 0	11	51	7. 19	4	81	2. 18	15
22	5. 11	11	52	7. 15	4	82	2. 3	15
23	5. 22	11	53	7. 11	4	83	1. 48	15
24	5. 33	10	54	7. 7	5	84	1. 33	15
25	5. 43	10	55	7. 2	5	85	1. 18	15
26	5. 53	10	56	6. 57	6	86	1. 3	15
27	6. 3	9	57	6. 51	7	87	0. 48	16
28	6. 12	9	58	6. 44	7	88	0. 32	16
29	6. 21	8	59	6. 37	8	89	0. 16	16
30	6. 29		60	6. 29		90	0. 0	

Par

Par le moyen de cette Table, étant donnée la latitude vraie, on peut aisément trouver la latitude corrigée, & réciproquement. On observera que si l'on veut conclure la latitude corrigée de la latitude vraie, la différence des latitudes est soustractive; & que si l'on veut conclure la latitude vraie de la latitude corrigée, la différence est additive. L'on remarquera aussi que les différences des latitudes vraies & corrigées vont en augmentant depuis zéro degré jusqu'à quarante-cinq degrés, & qu'elles diminuent depuis quarante-cinq degrés jusqu'à quatre-vingt-dix degrés.

On peut aussi trouver par cette Table, l'angle FCB du grand axe de la Terre avec le rayon de l'ellipsoïde passant par le lieu; cet angle est (à une ou deux secondes près) égal à la latitude vraie, moins le double de la différence des latitudes vraies & corrigées, comme il est aisé de s'en convaincre en calculant directement cet angle par le moyen de la formule du §. 17. Fig. 3.

Le rayon de l'ellipsoïde, passant par un lieu quelconque, répond donc à un point du méridien éloigné du zénith vrai d'un arc égal (à une ou deux secondes près) au double de la différence des latitudes vraies & corrigées, & pris du côté opposé au Pôle élevé. J'appellerai désormais ce point le *zénith corrigé* de l'Observateur.

L'on seroit parvenu à la même conclusion, en appliquant aux différences des angles, de latitude & du rayon de l'ellipsoïde, ce qui a été démontré (§. 20) sur les différences des tangentes de ces mêmes angles.

Soit u la tangente de la distance des zéniths, vrai & corrigé. Puisque cette distance est égale à la différence de deux angles, dont les tangentes sont entr'elles comme ρ^2 est à r^2; si l'on nomme x la tangente de la latitude vraie, l'on aura rigoureusement $u = x \times \frac{(\rho + r) \times (\rho - r)}{\rho^2 + x^2}$.

L'on remarquera que cette distance est le complément de l'angle CFT du rayon CF de l'ellipsoïde, avec la tangente TF à l'ellipse. Soit donc z la tangente de ce nouvel angle, l'on aura $z = \frac{\rho^2 r^2 + r^2 x^2}{x \times (\rho + r) \times (\rho - r)}$.

Le *minimum* de l'angle répond à $x = \rho$.

TABLE du rapport des Parallaxes horizontales pour toutes les latitudes.

L'on suppose sinus *(Parallaxe horizont. polaire)* = 100000.

FORMULE, (§. 14.)

Sinus *(Parallaxe horizontale pour un lieu quelconque)*

$$= \text{sinus } (\textit{Parallaxe horizontale polaire}) \times \frac{r\rho}{\sqrt{(\rho^2 n^2 + m^2 r^2)}}$$

Si l'on suppose le rapport des axes de la Terre :: 177 : 178.

r = 100000. Log. = 10,0000000.

ρ = 100565. Log. = 10,0024467.

Log. $\frac{\rho}{r}$ = 0,0024467.

Latit. Deg.	Parall.	Latit. Deg.	Parall.	Latit. Deg.	Parall.
0.	100565	30.	100426	60.	100142
1.	100565	31.	100417	61.	100134
2.	100564	32.	100408	62.	100126
3.	100563	33.	100399	63.	100118
4.	100562	34.	100389	64.	100110
5.	100560	35.	100379	65.	100102
6.	100558	36.	100370	66.	100094
7.	100555	37.	100360	67.	100087
8.	100552	38.	100350	68.	100080
9.	100549	39.	100340	69.	100073
10.	100546	40.	100330	70.	100066
11.	100543	41.	100321	71.	100060
12.	100539	42.	100312	72.	100054
13.	100535	43.	100302	73.	100048
14.	100531	44.	100292	74.	100043
15.	100527	45.	100282	75.	100038
16.	100522	46.	100272	76.	100034
17.	100517	47.	100262	77.	100030
18.	100512	48.	100253	78.	100026
19.	100506	49.	100244	79.	100022
20.	100500	50.	100235	80.	100018
21.	100494	51.	100225	81.	100014
22.	100487	52.	100216	82.	100011
23.	100480	53.	100206	83.	100008
24.	100473	54.	100197	84.	100006
25.	100466	55.	100188	85	100004
26.	100458	56.	100178	86.	100003
27.	100450	57.	100169	87.	100002
28.	100442	58.	100160	88.	100001
29.	100434	59.	100151	89.	100000
30.	100426	60.	100142	90.	100000

Si l'on suppose le rapport des axes de la Terre : : 229 : 230.

r = 100000. Log. = 10,0000000.

ρ = 100438. Log. = 10,0018923.

Log. $\frac{\rho}{r}$ = 0,0018923.

Latit. Deg.	Parall.	Latit. Deg.	Parall.	Latit. Deg.	Parall.
0.	100438	30.	100328	60.	100110
1.	100438	31.	100321	61.	100103
2.	100437	32.	100314	62.	100097
3.	100436	33.	100307	63.	100091
4.	100435	34.	100300	64.	100085
5.	100434	35.	100293	65.	100079
6.	100432	36.	100286	66.	100073
7.	100430	37.	100279	67.	100067
8.	100428	38.	100272	68.	100062
9.	100426	39.	100265	69.	100057
10.	100424	40.	100257	70.	100052
11.	100421	41.	100250	71.	100047
12.	100418	42.	100243	72.	100042
13.	100415	43.	100235	73.	100038
14.	100412	44	100227	74.	100034
15.	100408	45.	100219	75.	100030
16.	100404	46.	100211	76.	100026
17.	100400	47.	100203	77.	100023
18.	100396	48.	100195	78.	100020
19.	100391	49.	100187	79.	100017
20.	100386	50.	100180	80.	100014
21.	100381	51.	100173	81.	100012
22.	100376	52.	100166	82.	100010
23.	100371	53.	100159	83.	100008
24.	100365	54.	100152	84.	100006
25.	100359	55.	100145	85.	100004
26.	100353	56.	100138	86.	100003
27.	100347	57.	100131	87.	100002
28.	100341	58.	100124	88.	100001
29.	100335	59.	100117	89.	100000
30.	100328	60.	100110	90.	100000

ARTICLE III.

Des différentes Courbes tracées sur le plan de projection.

(21.) Par la nature des projections orthographiques, si l'on suppose indéfiniment prolongées les perpendiculaires dont les interſections, avec le plan de projection, ont formé les courbes projetées, les interſections de ces perpendiculaires, avec tous les plans parallèles, formeront des courbes entièrement ſemblables, ſoit de grandeur, ſoit de poſition : tout ce que l'on démontre pour un de ces plans a donc également lieu pour tous les autres. Afin de rendre les démonſtrations plus claires & plus faciles, parmi cette ſuite de plans parallèles, l'on en conſidérera un plus particulièrement, celui qui, paſſant par le centre de la Terre, ſépare l'hémiſphère obſcur de l'hémiſphère éclairé.

On appelle ce plan l'*horizon abſolu.*

(22.) De ce que nous venons de dire, il ſuit que, ſans changer aucune des conſtructions & démonſtrations précédentes, on a pu donner au plan de projection un mouvement de parallélisme, & l'aſſujettir à paſſer toujours par le centre de la Lune; cette conſidération ne fait que changer la diſtance du plan actuel de projection à l'horizon abſolu.

(23.) L'Aſtronomie nous apprend que l'angle de l'axe de la Terre avec le plan de l'horizon abſolu, eſt égal à la déclinaiſon du Soleil, & que l'angle des différens parallèles terreſtres avec ce même horizon, eſt égal au complément de la déclinaiſon.

Si donc l'on nomme p le ſinus & q le coſinus de la déclinaiſon du Soleil, que CKX repréſente l'axe de la Terre, Fig. 4.
K le centre d'un parallèle, & B le point où la perpendiculaire, abaiſſée du point K ſur le plan de l'horizon abſolu, rencontre ce plan, l'on aura $CB = \frac{KC \times q}{r} = \frac{qs}{r}$, & $KB = \frac{KC \times p}{r} = \frac{ps}{r}$.

(24.) Il eſt ſenſible que cette dernière valeur exprime la diſtance de l'horizon abſolu CR au plan parallèle DKO, mené par le point K.

(25.) Dans l'hypothèse du sphéroïde aplati, si l'on prend sur l'équateur de la sphère inscrite, dont je suppose le rayon égal à r, un arc dont j'appelle le sinus g, & le cosinus h, & qui mesure l'angle horaire de l'Observateur, l'on sait, par l'Astronomie, 1.° que l'arc correspondant, pris sur un parallèle quelconque (dont le rayon (§. 19) $= \frac{c\rho}{r}$) a pour sinus $\frac{cg\rho}{r^2}$, & pour cosinus $\frac{ch\rho}{r^2}$.

2.° Que le sinus $\frac{cg\rho}{r^2}$, étant parallèle à l'horizon absolu, sa projection orthographique est égale à $\frac{cg\rho}{r^2}$.

3.° Que la projection du cosinus $\frac{ch\rho}{r^2}$ égale ce cosinus $\times \frac{\text{sin. du compl. de l'angle des différens parallèles terrestres avec l'horizon absolu}}{\text{rayon}} =$ ce cosinus $\times \frac{\text{sinus de la déclinaison du Soleil}}{\text{rayon}} = \frac{chp\rho}{r^3}$.

(26.) L'Astronomie nous apprend encore que puisque l'angle des différens parallèles terrestres avec l'horizon absolu, est égal au complément de la déclinaison du Soleil, la projection orthographique des différens points d'un parallèle quelconque,
Fig. 4. forme une ellipse dont le centre est sur la droite CR à une distance $CB = \frac{KC \times q}{r} = $ (§. 23) $\frac{qs}{r}$; le demi-grand axe de cette ellipse est égal au rayon du parallèle $=$ (§. 19) $\frac{c\rho}{r}$, & le demi-petit axe est égal à $\frac{cp\rho}{r^2}$, c'est-à-dire à la projection du cosinus de l'angle horaire, lorsque cet angle est
Fig. 1. nul. Si donc l'on prend le point B pour l'origine des coordonnées, la projection GX du méridien universel pour ligne des abscisses, & la perpendiculaire à cette projection pour ligne des ordonnées, l'on aura $r^4x^2 + p^2r^2y^2 - c^2p^2\rho^2 = 0$.

(27.) Les équations que nous venons de démontrer, relativement à l'horizon absolu, ont également lieu (§. 21)

par rapport au plan de projection: nous pouvons donc transporter au plan de projection ce que nous avons démontré pour l'horizon absolu.

PROBLÉME.

(28.) *Déterminer, par rapport aux mêmes coordonnées* x *&* y, *&* *à la même origine* B, *l'équation à la droite* LTQ *que la Lune paroît parcourir pendant la durée de l'Éclipse.* Fig. 8.

SOLUTION.

Soit K un point quelconque de cette droite; du point K, abaissons sur la projection GX du méridien universel la perpendiculaire KM; soit B la projection du centre du parallèle terrestre; G l'intersection du plan de projection avec la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre; on aura $TM = BM + GB - GT = x + \frac{qs}{r} - \delta$: donc si l'on nomme t la tangente de l'angle $MKT =$ cotang. de l'angle GTL, on aura $x + \frac{qs}{r} - \delta : y :: t : r$; donc $rx + qs - \delta r - ty = 0$.

(29.) Donc l'équation à chaque ligne PNH parallèle à la droite LTQ, est $rx + qs - ar - ty = 0$.

(30.) Si, par le moyen de cette dernière équation, l'on élimine, dans l'équation du §. 26, l'inconnue x pour avoir les ordonnées aux points d'intersection des parallèles PNH à l'orbite LTQ de la Lune, avec la projection orthographique, des parallèles terrestres, on parviendra à cette équation; $t^2 r^2 y^2 + p^2 r^2 y^2 + 2atr^3 y - 2qstr^2 y + a^2 r^4 - 2aqr^3 s + q^2 r^2 s^2 - c^2 p^2 \rho^2 = 0$.

(31.) La valeur y du paragraphe précédent, n'est autre chose que la projection du sinus de l'angle horaire, évalué par rapport à un parallèle terrestre quelconque; l'on a donc $y = \frac{cg\rho}{r^2}$:

Si dans l'équation du §. 30, l'on substitue à y sa valeur $\frac{cg\rho}{r^2}$, cette substitution nous conduit tout de suite à l'équation suivante, $cgt\rho + chp\rho + ar^3 - qr^2s = 0$.

ARTICLE IV.

De la distance de l'Observateur au plan de projection.

(32.) Quatre quantités entrent dans cette détermination; la distance de l'horizon absolu au plan de projection passant par le centre de la Lune au moment de la conjonction; la distance du plan actuel de projection à ce premier plan de projection; la distance de l'horizon absolu au plan mené parallèlement par le centre du parallèle terrestre; & la distance de l'Observateur à ce nouveau plan.

Fig. 2. (33.) Soit LG le plan de projection passant par la Lune au moment de la conjonction. Si l'on prend pour sinus total le demi-petit axe de la Terre, la distance LC de la Lune au centre de la Terre est égale *(Astron. sphérique)* à la cosécante de la parallaxe horizontale de la Lune pour le pôle; d'ailleurs l'angle LCG mesure la latitude de la Lune, vue du centre de la Terre au moment de la conjonction: soit donc z la cosécante de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, ξ le cosinus de la latitude au moment de la conjonction vue du centre de la Terre, c'est-à-dire celle donnée par les Tables astronomiques, l'on aura, distance du centre de la Terre, & par conséquent de l'horizon absolu, au plan de projection passant par le centre de la Lune au moment de la conjonction $= \frac{z\xi}{r}$.

(34.) Quant à la distance de l'horizon absolu au plan mené parallèlement par le centre du parallèle terrestre, nous avons vu *(§. 24)* que cette distance $= \frac{ps}{r}$.

(35.) Il n'est pas difficile d'évaluer la distance de l'Observateur au plan mené par le centre du parallèle terrestre:

en effet, l'Aſtronomie nous apprend que cette diſtance eſt un des côtés d'un triangle rectangle dont l'hypothénuſe eſt le coſinus de l'angle horaire de l'Obſervateur, évalué relativement au parallèle terreſtre qu'il décrit, & dont l'autre côté eſt la projection de ce coſinus ; cette diſtance (§. 25) eſt donc égale à $\frac{\sqrt{(c^2h^2r^2\rho^2 - c^2p^2h^2\rho^2)}}{r^3} = \frac{chq\rho}{r^3}$.

(36.) Des deux derniers paragraphes, l'on peut conclure que la diſtance de l'Obſervateur à l'horizon abſolu, s'exprime par $\frac{c\rho qh}{r^3} + \frac{ps}{r}$; mais le Soleil paroît ſe lever lorſque l'Obſervateur eſt dans le plan de l'horizon abſolu, c'eſt-à-dire lorſque ſa diſtance à l'horizon abſolu eſt nulle ; le coſinus de l'arc ſemi-diurne, dans l'hypothèſe du ſphéroïde aplati, s'exprime donc par $h = -\frac{psr^2}{c\rho q}$.
L'on n'a point égard dans cette formule à l'effet de la réfraction.

(37.) Il nous reſte à déterminer maintenant la diſtance du plan actuel de projection au plan paſſant par le centre de la Lune à l'inſtant de la conjonction : avant d'entreprendre la ſolution de ce problème, nous ferons la réflexion ſuivante.

(38.) Il faut bien diſtinguer deux eſpèces de mouvemens horaires compoſés, le mouvement horaire compoſé en longitude & le mouvement horaire de la Lune dans l'orbite compoſée *LKQ*. Le mouvement horaire compoſé en longitude, eſt égal Fig. 1.
au mouvement horaire de la Lune en longitude, moins le mouvement horaire du Soleil ; & ſon ſinus eſt repréſenté par la ligne *Gh*. Quant au mouvement horaire de la Lune dans l'orbite *LKQ*, l'on remarquera que le mouvement de la Lune dans cette orbite étant l'hypothénuſe d'un triangle rectangle, dont le ſinus du mouvement horaire compoſé en longitude & la droite *Ky* ſont les côtés, le mouvement horaire de la Lune dans l'orbite *LKQ* eſt au ſinus du mouvement horaire compoſé en longitude, comme le ſinus total eſt au coſinus de l'inclinaiſon de cette orbite ; l'on a donc le mouvement horaire

de la Lune dans l'orbite composée $LKQ = \frac{r}{\psi} \times$ sinus du mouvement horaire composé en longitude.

PROBLÉME.

(39.) *Déterminer la distance du plan actuel de projection au plan passant par le centre de la Lune à l'instant de la conjonction.*

SOLUTION.

Fig. 5. Soit Gh la projection orthographique de l'orbite relative de la Lune sur le plan GhC de l'écliptique, projection qui n'est autre chose que la courbe de son mouvement composé en longitude, G le point correspondant à l'instant de la conjonction, h la projection orthographique de la Lune sur l'écliptique, une heure après la conjonction; du point h j'abaisse sur la droite GC qui joint les centres du Soleil & de la Terre, la perpendiculaire $G'h$. Il est évident que $G'h$ représentera la position du plan de projection, une heure après la conjonction, & que GG' sera l'expression de la distance du plan actuel de projection, au plan passant par le centre de la Lune à l'instant de la conjonction, mais GG' est le sinus verse de l'angle dont $G'h$ est le sinus: donc GG' est à $G'h$ comme le sinus verse du mouvement horaire composé en longitude, est au sinus du même angle; d'ailleurs *(fig. 1)* Gh est à GX comme le sinus du mouvement horaire composé en longitude est au sinus de la parallaxe horizontale polaire, $GX = r$ & $Gh = G'h$ *(fig. 5)*; donc $G'G = \frac{r \times \text{sinus verse du mouvement horaire composé en longitude}}{\text{sinus de la parallaxe horizontale polaire}}$,

Soit donc γ une quantité égale à

$r \times \frac{\text{sin. verse (mouv. hor. de la ☾ en longitude — mouv. hor. du ☉)}}{\text{sinus de la parallaxe horiz. polaire à l'instant de la conjonction}}$, l'on aura GG' distance du plan actuel de projection au plan passant par le centre de la Lune à l'instant de la conjonction $= \gamma$; mais pendant la durée de l'éclipse, l'on peut supposer que les accroissemens des arcs Gh *(fig. 5)* sont uniformes; les sinus verses sont donc proportionnels au quarré des temps; si donc l'on

nomme

nomme b le nombre de ſecondes horaires écoulées entre un inſtant donné & le moment de la conjonction, l'on aura pour diſtance actuelle des plans de projection $GG' = \frac{\gamma b^2}{3600^2}$.

(40.) Puiſque la diſtance de l'Obſervateur au plan actuel de projection égale la diſtance de l'horizon abſolu au plan de projection à l'inſtant de la conjonction, moins la diſtance du plan actuel de projection au plan paſſant par le centre de la Lune à l'inſtant de la conjonction, moins la diſtance de l'obſervateur à l'horizon abſolu; l'expreſſion de cette diſtance eſt (en conſervant toutes les conſtructions & dénominations précédentes) $\frac{z\xi}{r} - \frac{\gamma b^2}{3600^2} - \frac{ps}{r} - \frac{c\rho q h}{r^3}$.

ARTICLE V.

De la diſtance de la Lune dans ſon orbite à la projection de l'Obſervateur.

(41.) J'appelle *projection de l'Oſervateur*, le point où la perpendiculaire abaiſſée de l'obſervateur ſur le plan de projection, rencontre ce plan.

Soit F cette projection (qui n'eſt autre choſe que la projection du point correſpondant du parallèle terreſtre), FD la perpendiculaire abaiſſée du point F ſur l'orbite de la Lune; Fig. 1.
Q le lieu de la Lune dans la droite LQ. Il eſt ſenſible que la diſtance FQ de la Lune à la projection de l'Obſervateur, dépend des quantités LQ, LD, DF.

$DF = TP$; donc (§. 11) $DF = \frac{\rho\delta - a\varphi}{r}$.

(42.) La diſtance LQ n'eſt autre choſe que le chemin décrit par la Lune depuis la conjonction dans la droite LKQ. Nous avons vu (§. 5) que le mouvement de la Lune dans cette droite, pouvoit être regardé ſans erreur appréciable comme uniforme; & de plus (§. 38) que le mouvement horaire dans

cette orbite étoit égal à $\frac{r}{\psi}$ × ſinus du mouvement horaire
Fig. 1. compoſé en longitude $= \frac{r}{\psi} \times Gh$; mais Gh eſt à GX comme le ſinus du mouvement horaire compoſé en longitude eſt au ſinus de la parallaxe horizontale polaire & $GX = r$; donc la valeur numérique du mouvement horaire de la Lune dans la droite $LKQ = \frac{r^2}{\psi} \times \frac{\text{ſinus du mouv. hor. compoſé en longitude}}{\text{ſinus parallaxe horizontale polaire}}$.

(43.) Soit b le nombre de ſecondes horaires écoulées depuis la conjonction, l'on aura

$$\frac{r^2}{\psi} \times \frac{\text{ſinus du mouv. hor compoſé en longitude}}{\text{ſinus parallaxe horizontale polaire}} : LQ :: 3600 : b;$$

donc $LQ = \frac{br^2}{3600\,\psi} \times \frac{\text{ſinus du mouv. horaire compoſé en longitude}}{\text{ſinus parallaxe horizontale polaire}}$.

Si donc l'on ſuppoſe

$$n = \frac{r^2}{\psi} \times \frac{\text{ſinus (mouv. hor. de la ☾ en longitude — mouv. hor. du ☉)}}{\text{ſinus parallaxe horizontale polaire à l'inſtant de la conjonction}},$$

l'on aura $LQ = \frac{nb}{3600} = \frac{n\int \frac{r\,dg}{h}}{\text{arc } 15^d}$ en ſubſtituant à $\frac{b}{3600}$, les arcs de l'équateur écoulés pendant le même temps.

(44.) Pour déterminer la grandeur LD. Soit GN, a; GT, δ; GL, l; φ le ſinus, & ω le coſinus de l'angle GTL ou de ſon egal PNT; θ le coſinus de l'angle GLS; & du point F, abaiſſons ſur GX la perpendiculaire FE.

A cauſe des triangles rectangles LGS, NGH, ENF, l'on a les équations ſuivantes, $LS = \frac{\theta l}{r}$, $NH = \frac{a\omega}{r}$, $GH = \frac{a\varphi}{r}$, $NF = EF \times \frac{r}{\varphi}$; mais EF, par la conſtruction, eſt une ordonnée à la projection orthographique du parallèle terreſtre de l'Obſervateur; donc EF (§. 31)

$= \frac{cg\rho}{r^2}$; donc $NF = \frac{cg\rho}{\varphi r}$; donc $LD =$ Fig. 1.
$(NF + NH - LS) = \frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r} - \frac{\theta l}{r}$.

(45.) Puiſque $LQ = \frac{nb}{3600} = \frac{n\int\frac{rdg}{h}}{\text{arc } 15^d}$, & que $LD = \frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r} - \frac{\theta l}{r}$, on peut conclure tout de ſuite que $DQ = LQ - LD = \frac{nb}{3600} - \frac{cg\rho}{\varphi r} - \frac{a\omega}{r} + \frac{\theta l}{r} = \frac{n\int\frac{rdg}{h}}{\text{arc } 15^d} - \frac{cg\rho}{\varphi r} - \frac{a\omega}{r} + \frac{\theta l}{r}$

$$= \frac{nb}{3600} + \frac{\theta l}{r} + \left(\frac{-cg\rho\varphi r - qr^2s\omega + chp\rho\omega}{r^4}\right)$$

$$= \frac{n\int\frac{rdg}{h}}{\text{arc } 15^d} + \frac{\theta l}{r} + \left(\frac{-cg\rho\varphi r - qr^2s\omega + chp\rho\omega}{r^4}\right),$$

en ſubſtituant à φt ſa valeur ωr, & en éliminant la quantité a par le moyen de l'équation du §. 31.

(46.) La diſtance FQ de la Lune dans ſon orbite, à la projection de l'Obſervateur, eſt donc égale à

$$\sqrt{\left[\left(\frac{\varphi\delta - a\varphi}{r}\right)^2 + \left(\frac{nb}{3600} + \frac{\theta l}{r} - \frac{cg\rho}{\varphi r} - \frac{a\omega}{r}\right)^2\right]},$$

ou

$$\sqrt{\left[\left(\frac{\varphi\delta - a\varphi}{r}\right)^2 + \left(\frac{n\int\frac{rdg}{h}}{\text{arc } 15^d} + \frac{\theta l}{r} - \frac{cg\rho}{\varphi r} - \frac{a\omega}{r}\right)^2\right]}.$$

(47.) Puiſque l'expreſſion de FQ du paragraphe précédent, eſt ſuſceptible d'accroiſſemens & de diminutions ſucceſſives, il eſt un inſtant où cette grandeur eſt la plus petite poſſible; nous allons nous occuper de cette recherche.

PROBLÉME.

Fig. 1. (48.) *Déterminer la valeur de* DQ, *correspondante à la plus petite valeur de* FQ, *relativement à un point donné d'un parallèle terrestre.*

SOLUTION.

Puisque $FQ = \sqrt{(DF^2 + DQ)^2}$; $FQ \times$ diff. $FQ = DF \times$ diff. $DF + DQ \times$ diff. DQ; si donc l'on suppose diff. $FQ = 0$, on aura $DF \times$ diff. $DF + DQ \times$ diff. $DQ = 0$; mais DF (§. 41) $= -\frac{a\varphi + \varphi\delta}{r}$ & DQ (§. 45) $= \frac{n\int\frac{vdg}{h}}{\text{arc } 15^d} - \frac{cg\rho}{\varphi r} - \frac{a\omega}{r} + \frac{tl}{r}$, dans lesquelles équations, relativement au problème proposé, a, g & h, sont les seules variables; donc diff. $DF = -\frac{\varphi da}{r}$; diff. $DQ = \frac{n\varphi r^2 dg - c\rho h \times \text{arc } 15^d dg - \omega\varphi h \times \text{arc } 15^d da}{\varphi rh \times \text{arc } 15^d}$. D'ailleurs (§. 31) $ogt\rho + chp\rho + ar^3 - qr^2 s = 0$, dont la différentielle, en ne regardant que a, g & h, comme variables, est $ct\rho hdg - cp\rho gdg + r^3 hda = 0$; donc diff. $DQ = \frac{n\varphi r^5 da - c\rho r^3 h \times \text{arc } 15^d da - c\rho pg\varphi\omega \times \text{arc } 15^d da + c\rho th\varphi\omega \times \text{arc } 15^d da}{c\rho\varphi rpg \times \text{arc } 15^d - c\rho\varphi rth \times \text{arc } 15^d}$; mais $DQ = -\frac{DF \times \text{différencielle } DF}{\text{différencielle } DQ}$; donc $DQ = \frac{(a - \delta) \times \varphi^3 c\rho \text{ arc } 15^d \times (pg - th)}{-n\varphi r^6 + c\rho \text{ arc } 15^d \times (r^4 h + r\varphi\omega pg - r\varphi\omega th)}$.

(49.) Donc la plus petite valeur de FQ a pour expression;

$$\sqrt{\left[\left(\frac{\varphi\delta - a\varphi}{r}\right)^2 + \left(\frac{(a - \delta) \times \varphi^3 c\rho \text{ arc } 15^d \times (pg - th)}{-n\varphi r^6 + c\rho \text{ arc } 15^d \times (r^4 h + r\varphi\omega pg - r\varphi\omega th)}\right)^2\right]}.$$

(50.) Si l'on comparoit les deux valeurs de DQ, tirées des §§. 45 & 48, pour déterminer à quelle heure, par rapport à un lieu assigné, la valeur de FQ est la plus petite possible, on parviendroit à une équation de cette forme,

$$\int \frac{r\,dg}{h} = \frac{(cg\rho + a\omega\varphi - \theta l\varphi) \times \text{arc } 15^d}{n\varphi r}$$

$$+ \frac{(a - \delta) \times \varphi^2 c\rho \text{ arc } 15^d \times (pg - th)}{- n^2\varphi r^6 + c\rho n \text{ arc } 15^d \times (r^4 h + r\varphi\omega pg - r\varphi\omega th)}.$$

Le premier membre indique l'arc de l'équateur écoulé depuis la conjonction, & les valeurs *a, g, h,* qui composent le second membre de l'équation, sont des fonctions du sinus & du cosinus de cet arc. Le problème a donc lieu, lorsqu'un certain arc de l'équateur est égal à une fonction compliquée de son sinus & de son cosinus: on pourroit donc, théoriquement parlant, résoudre le problème par les tables des sinus, en comparant successivement différentes valeurs d'arcs, avec les valeurs de leurs sinus & de leurs cosinus; on pourroit également employer les méthodes des séries qui donnent les valeurs des arcs en valeurs de sinus, ou des sinus en arcs; mais comme ces procédés ne conduiroient qu'à des calculs très-pénibles, nous chercherons à y suppléer par d'autres méthodes.

ARTICLE VI.

Des Courbes tracées sur le plan de projection, par les droites menées de l'Observateur au centre du Soleil.

(51.) Si par le centre du Soleil l'on imagine un plan parallèle au plan de projection, les courbes tracées sur ce plan seront entièrement semblables à celles tracées sur le plan de projection: la distance du centre du Soleil à la projection de l'Observateur, est donc égale à GF; mais GF est l'hypothénuse d'un triangle rectangle dont les côtés sont GH & HF; Fig. 5.
$HF = NF + NH = (\S.\ 44)\ \frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}$ & $GH = \frac{a\varphi}{r}$; donc la distance du centre du Soleil à la projection de l'Observateur $= \sqrt{\left[\left(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}\right)^2 + \frac{a^2\varphi^2}{r^2}\right]}$.

(52.) Supposons maintenant que de l'Observateur N, l'on Fig. 6.
mène au centre S du Soleil, la droite SN, cette droite rencontrera en un point R, le plan de projection mené par le centre de

la Lune; il s'agit de déterminer sur le plan de projection la
Fig. 6. distance de ce point R à la projection F de l'Observateur.

Pour y parvenir, soit SK le plan mené par le centre du Soleil, FG le plan de projection passant par le centre de la Lune, NRS la droite menée de l'Observateur au centre du Soleil, CM l'horizon absolu, NM la distance de l'Observateur à l'horizon absolu, SC la distance du centre du Soleil au centre de la Terre, que l'Astronomie démontre être égale à la cosécante de la parallaxe horizontale solaire, en prenant le demi-petit axe de la Terre pour rayon; les triangles semblables NFR, NKS, nous apprennent que $FR = \frac{KS \times NF}{NK}$; mais FN (§. 40) $= \frac{\zeta\xi - ps}{r} - \frac{\gamma b^2}{3600^2} - \frac{c\rho q h}{r^3}$; $KS =$ (§. 51) $\sqrt{\left[\left(\frac{cg\rho}{\varphi r} + a\omega\right)^2 + \frac{a^2\varphi^2}{r^2}\right]}$, Donc si l'on suppose Ω égal à la cosécante de la parallaxe horizontale du Soleil,

$$FR = \frac{\left(\frac{\zeta\xi - ps}{r} - \frac{\gamma b^2}{3600^2} - \frac{c\rho q h}{r^3}\right) \times \sqrt{\left[\left(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}\right)^2 + \frac{a^2\varphi^2}{r^2}\right]}}{\Omega - NM}$$

$$= \frac{\left(\frac{\zeta\xi - ps}{r} - \frac{\gamma b^2}{3600^2} - \frac{c\rho q h}{r^3}\right) \times \sqrt{\left[\left(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}\right)^2 + \frac{a^2\varphi^2}{r^2}\right]}}{\Omega - \frac{c\rho q h}{r^3} - \frac{ps}{r}},$$

(53.) Comme la valeur de FR du §. précédent, pourroit paroître un peu compliquée, l'on va chercher à la simplifier; on supposera dans ces recherches que les axes de la Terre sont égaux, attendu la petitesse infinie de la différence de ces axes, relativement à la distance du Soleil à la Terre,

(54.) Si par l'Observateur on mène la droite $KFNM$ parallèle à SC, qui rencontre l'horizon absolu en un point M, & le plan de projection en un point F, que l'on prenne pour sinus total le rayon NC de la Terre, les quantités KS, FG, MC, seront chacunes égales au cosinus de l'angle NCM, la distance NM sera égale au sinus du même angle, & l'expression de FR du §. 52, pourra se changer en celle-ci,

$$FR = \frac{\left(\frac{z\xi}{r} - \frac{\gamma b^2}{3600^2} - \text{sin. } NCM\right) \times \text{cosin. } NCM}{\Omega - \text{sinus } NCM}.$$ Fig. 6.

(55.) Imaginons que par le point M, on mène au Soleil la droite MS, qui rencontre le plan de projection au point r, il est évident que l'on aura à cause des triangles semblables

$$MFr,\ MKS;\ Fr = \frac{KS \times MF}{MK} = \frac{\left(\frac{z\xi}{r} - \frac{\gamma b^2}{3600^2}\right) \times \text{cos. } NCM}{\Omega}.$$

(56.) Dans chacune des équations des §§. 54 & 55, si l'on suppose $b = 0$, on aura les valeurs de fP & de fh particulières au plan de projection à l'instant de la conjonction;

on aura donc $fP = \frac{\left(\frac{z\xi}{r} - \text{sinus } NCM\right) \times \text{cosin. } NCM}{\Omega - \text{sinus } NCM}$, &

$fh = \frac{z\xi}{r} \times \frac{\text{cosin. } NCM}{\Omega}$: d'où l'on conclura tout de suite

que $Ph = fh - fP = \frac{(\Omega r - z\xi) \times \text{sin. } NCM \times \text{cos. } NCM}{r\Omega^2 - r\Omega \times \text{sinus } NCM}$.

(57.) Soit proposé maintenant de déterminer quelle doit être la valeur de l'angle NCM, pour que Ph soit le plus grand possible. En différenciant la valeur de Ph par les méthodes ordinaires, on parviendra à l'équation suivante, qui exprime la condition du problème

$$\text{sin.}^3 NCM + \Omega \times \text{cos.}^2 NCM - \Omega \times \text{sin.}^2 NCM = 0.$$

(58.) Par le moyen de l'équation du paragraphe précédent, si l'on cherche la valeur du sinus de l'angle NCM, on verra que cet angle est infiniment près d'être de 45 degrés. Pour la facilité du calcul, nous supposerons cet angle de 45 degrés, la valeur de Ph du §. 56 deviendra dans ce cas $Ph = \frac{(\Omega r - z\xi) \times \text{sin.}^2 45^d}{\Omega r \times (\Omega - \text{sin. } 45^d)}$.

(59.) Pour déterminer la plus grande valeur absolue de Ph, je remarque que, toutes choses égales, elle a lieu lorsque le facteur $z\xi$ est le plus petit possible; mais $z\xi$ est le

produit de la coſécante de la parallaxe horizontale polaire de la Lune, & du coſinus de ſa latitude au moment de la conjonction; donc la plus grande valeur de Ph a lieu, lorſque la latitude de la Lune & la parallaxe horizontale polaire ſont les plus grandes. Si donc on ſuppoſe cette parallaxe de $1^d\ 2'$, & la latitude de la Lune de $1^d\ 44'$, on aura le logarithme de la plus grande valeur de $Ph = 5,3834065$.

Fig. 6.

(60.) Puiſque la plus grande valeur de Ph a pour logarithme 5,3834065, que d'ailleurs les angles ſous leſquels Ph & le rayon de la Terre ſont vus à une même diſtance, ſont dans le rapport de ces grandeurs, on a $Ph : r ::$ tangente de l'angle ſoutendu par la droite Ph : tangente de la parallaxe horizontale polaire, que l'on a ſuppoſée de $1^d\ 2'$; l'angle ſoutendu par Ph, eſt donc moindre que ſix tierces de degré, quantité abſolument inappréciable; on peut donc ſuppoſer $Ph = 0$, & par conſéquent $fP = fh$.

(61.) A cauſe des triangles ſemblables FNR, fNP, on a $fP : FR :: fN : FN$; donc $fP - FR : fP :: fN - FN : fN :: fF : fN$; mais fF exprime le petit mouvement de paralléliſme du plan de projection pendant la durée de l'Éclipſe, mouvement très-petit lorſqu'on le compare à la diſtance fN de la Lune à la Terre. Donc puiſque $fP - FR$ eſt à fP dans le même rapport, $fP - FR$ eſt une quantité très-petite, comparée à fP qui eſt elle-même une quantité infiniment petite; donc $fP - FR$ eſt une quantité infiniment proche d'être égale à zéro; donc, ſans erreur appréciable, $FR = fP$; mais (§. 60) $fP = fh$. On peut donc, à la valeur compliquée de FR, ſubſtituer celle de fh; donc (§. 56) $FR = \frac{z\xi \times \text{coſ.}NCM}{\Omega r}$, mais (§. 51 & 54) coſ. $NCM = \sqrt{[(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r})^2 + \frac{a^2\varphi^2}{r^2}]}$; donc $FR = \frac{z\xi}{\Omega r} \times \sqrt{[(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r})^2 + \frac{a^2\varphi^2}{r^2}]}$.

(62.) Il eſt aiſé de voir que nous venons de faire deux ſuppoſitions,

suppositions, la première, que $FR = fP$; & la seconde, que $fP = fh$. Si l'on veut apprécier l'erreur que la substitution de fP à la valeur de FR introduit dans le calcul, l'on reprendra l'équation $fP - FR = \frac{fF \times fP}{fN}$, dans laquelle $fP - FR$ ou son égal $\frac{fF \times fP}{fN}$ est l'expression de cette erreur. L'angle sous lequel fP est vu étant l'angle de la parallaxe de hauteur du Soleil, sa plus grande valeur égale dix secondes; d'ailleurs fF est le mouvement de parallélisme du plan de projection; sa plus grande valeur est donc égale à la quantité dont la Lune s'approche du centre de la Terre dans la direction du sinus verse de son orbite: cette quantité est d'environ 15 pieds dans la première minute de temps après la conjonction; donc au bout de trois heures, elle est de $15 \times 3^2 \times 60^2 = 486000$ pieds = environ 34 lieues; la distance fN de la Lune à la Terre est d'environ quatre-vingt mille lieues; donc la plus grande valeur de $fP - FR = 10'' \times \frac{34}{80000}$, quantité absolument inappréciable. Fig. 6.

La plus grande erreur, ou, pour mieux dire, la seule que l'on puisse commettre en substituant la valeur de fh à celle de FR, se réduit donc à l'erreur appréciée dans le §. 60, c'est-à-dire à environ six tierces de degré.

ARTICLE VII.

De la distance du centre de la Lune au point où la droite, menée de l'Observateur au centre du Soleil, rencontre le plan de projection.

(63.) Des constructions précédentes, il suit que la droite indéfinie NFK, n'est autre chose que la perpendiculaire menée de l'Observateur aux différens plans de projection; que la droite SC est la perpendiculaire à ces mêmes plans passant par le centre du Soleil & de la Terre; donc si, par l'Observateur

& par le centre du Soleil, l'on fait paſſer le plan *NKSC* perpendiculaire aux différens plans de projection, les lignes *NK*, *SC* feront dans ce plan, ainſi que toutes les lignes menées de l'Obſervateur au Soleil.

Le point *R* où la droite, menée de l'obſervateur au centre du Soleil, rencontre le plan de projection, ſera donc un des points de la droite *FG*, interſection du plan de projection avec le plan *NKSC*.

Fig. 1. (64.) Puiſque le point *R* eſt un des points de la droite *FG*, les triangles *FIR*, *FHG* ſont ſemblables, on a donc $FI : FR :: FH : FG$; donc $FI = \frac{FH \times FR}{FG}$; mais $FH = FN + NH$ (§. 44) $= \frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}$, GH (§. 44) $= \frac{a\varphi}{r}$; $FG = \sqrt{(FH^2 + GH^2)}$ $= \sqrt{\left[\left(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}\right)^2 + \frac{a^2\varphi^2}{r^2}\right]}$, & FR (§. 61) $= \frac{z\xi}{\Omega r} \times \sqrt{\left[\left(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}\right)^2 + \frac{a^2\varphi^2}{r^2}\right]}$; donc $FI = \frac{z\xi \times \left(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}\right)}{\Omega r}$.

On trouvera de même que $RI = \frac{z\xi}{\Omega r} \times \frac{a\varphi}{r}$;

(65.) L'on a vu (§. 45) que *DQ* avoit pour expreſſion $\frac{nb}{3600} - \frac{cg\rho}{\varphi r} - \frac{a\omega}{r} + \frac{\theta l}{r}$, & (§. 64) que *FI* s'exprimoit par $\frac{z\xi \times \left(\frac{cg\rho}{\varphi r} + \frac{a\omega}{r}\right)}{\Omega r}$; donc $DQ + FI$ $= \frac{nb}{3600} + \frac{\theta l}{r} + \left(\frac{cg\rho + a\omega\varphi}{\varphi r}\right) \times \left(\frac{z\xi - \Omega r}{\Omega r}\right)$.

(66.) Par la même raiſon, puiſque $DF = TP = \frac{\delta\varphi - a\varphi}{r}$, & que $RI = \frac{z\xi}{\Omega r} \times \frac{a\varphi}{r}$, $DF + RI$ $= \frac{\delta\varphi}{r} + \frac{a\varphi}{r} \times \left(\frac{z\xi - \Omega r}{\Omega r}\right)$, & $QR = \sqrt{(C^2 + D^2)}$,

en supposant $C = \frac{nb}{3600} + \frac{\theta l}{r} + \left(\frac{cg\rho + a\omega\varphi}{\varphi r}\right) \times \left(\frac{z\xi - \Omega r}{\Omega r}\right)$

$$D = \frac{\delta\varphi}{r} + a\varphi \times \left(\frac{z\xi - \Omega r}{\Omega r}\right).$$

ARTICLE VIII.

De l'angle formé par les droites menées de l'Observateur aux centres du Soleil & de la Lune.

PROBLÉME.

(67.) *L'on suppose que de l'observateur* Z, *l'on ait mené aux points* F, R, *sur le plan particulier de projection à l'instant de la conjonction, la droite* ZF *perpendiculaire à ce plan de projection, & la droite* ZR *qui, prolongée, rencontre le centre du Soleil; l'on demande la valeur des droites* ZF, ZR. Fig. 1.

SOLUTION.

Par les constructions précédentes, l'on doit appliquer aux grandeurs ZF, FR de la *figure 1*, ce que l'on a démontré sur les quantités fN, fP de la *figure 6*, puisque ces quantités sont identiques; l'on a pu remarquer que $fN = \frac{z\xi}{r}$ — sinus NCM; donc ZF (*fig. 1*) $= \frac{z\xi}{r}$ — sinus NCM.

Par la construction, ZR est l'hypothénuse d'un triangle rectangle dont les côtés sont ZF & FR: nous venons de voir que $ZF = \frac{z\xi}{r}$ — sinus NCM, d'ailleurs FR (S. 61) $= \frac{z\xi}{\Omega r} \times$ cos. NCM; donc $ZR =$

$$\sqrt{\left[\left(\frac{z\xi - r \times \text{sinus } NCM}{r}\right)^2 + \frac{z^2\xi^2 \times \text{cosinus}^2 NCM}{\Omega^2 r^2}\right]},$$

& $ZR - ZF = \sqrt{\left[\left(\frac{z\xi - r\,\text{sin.}\,NCM}{r}\right)^2 + \frac{z^2\xi^2\,\text{cos.}^2 NCM}{\Omega^2 r^2}\right]}$

$- \frac{z\xi}{r} +$ sin. NCM.

(68.) Si l'on veut déterminer quel doit être l'angle *NCM*, pour que *NP* — *Nf* (*fig. 6*) ou son égal *ZR* — *ZF* (*fig. 1*) soient les plus grandes possibles, par la méthode de *maximis & minimis*, l'on parviendra à l'équation suivante, qui exprime la condition du problème $(r^2\Omega^2 - z^2\xi^2) \times \text{fin.}^2 NCM - 2rz\xi\Omega^2 \times \text{fin.} NCM + r^4\Omega^2 = 0$; d'où l'on peut conclure que la plus grande valeur de *NP* — *Nf* ou de son égal *ZR* — *ZF*, a lieu lorsque l'angle *NCM* est de 31′ 2″.

(69.) Pour déterminer maintenant la plus grande valeur absolue de *NP* — *Nf* (*fig. 6*) ou de son égal *ZR* — *ZF* (*fig. 1*), je substitue, dans l'équation du §. 67 au sinus & au cosinus de l'angle *NCM*, le sinus & le cosinus de 31′ 2″; & j'ai pour la plus grande valeur de *NP* — *Nf* ou de son égal *ZR* — *ZF*, une quantité plus petite qu'un cent millionième du rayon de la Terre.

(70.) L'on vient de déterminer la plus grande différence entre *ZR* & *ZF*, en supposant que le plan de projection soit celui qui passe par le centre de la Lune à l'instant de la conjonction: or, il est sensible que le petit mouvement de parallélisme que l'on suppose au plan de projection, ne peut en aucune façon altérer la différence des lignes *ZR* & *ZF*, menées sur cette suite de plan, ou que s'il l'altère, c'est en la diminuant; donc quel que soit le plan de projection, la différence entre *ZR* & *ZF* est absolument inappréciable; l'on peut donc supposer rigoureusement que *ZR* = *ZF*.

(71.) Si du point *F*, l'on abaisse sur la droite *RQ* la perpendiculaire $F\mu$, & que de l'observateur l'on mène la droite μZ. Puisque *FZ* par la construction, est perpendiculaire au plan de projection, & que $F\mu$ est perpendiculaire à la ligne *QR*, la Géométrie nous apprend que l'intersection du plan de projection avec le plan $F\mu Z$ est perpendiculaire à *QR*; donc 1.° μZ est perpendiculaire à *QR*. Fig. 1.

2.° *FR* est l'hypothénuse d'un triangle rectangle dont μR & $F\mu$ sont les côtés; μR & $F\mu$ sont donc chacun plus petits que *FR*.

3.° Par la construction, μZ est l'hypothénuse du triangle rectangle μFZ, & l'un des côtés du triangle $Z\mu R$, rectangle en μ; μZ est donc plus grand que FZ, & plus petit que RZ; d'ailleurs par le §. 70, FZ & ZR sont des quantités que l'on peut regarder comme rigoureusement égales; FZ, μZ, RZ sont donc des quantités dont les différences sont absolument nulles. Les tangentes des angles FZR, $FZ\mu$, μZR seront entr'elles comme les côtés FR, $F\mu$, μR. L'angle FZR est donc toujours plus grand que l'angle μZR.

(72.) Puisque la parallaxe horizontale solaire n'est que de dix secondes, & que cette parallaxe est la plus grande de toutes les parallaxes solaires, l'angle FZR qui mesure en général la parallaxe de hauteur, ne peut être plus grand que dix secondes; mais l'angle FZR est toujours plus grand que l'angle μZR; donc l'angle μZR ne peut surpasser dix secondes; donc l'angle μRZ son complément ne peut jamais être moindre que de quatre-vingt-neuf degrés cinquante-neuf minutes cinquante secondes.

PROBLÉME.

(73.) *Déterminer l'angle* RZQ *formé par les droites menées de l'Observateur aux centres du Soleil & de la Lune.*

SOLUTION.

A cause du triangle ZQR, on a ZR : fin. ZQR :: QR : fin. QZR; donc fin. $QZR = \frac{QR \times \text{fin.}\, ZQR}{ZR}$; $Z\mu$ (§. 71) est perpendiculaire à QR; donc l'angle ZQR est le complément de l'angle μZQ; donc fin. ZQR = cof. μZQ = cofinus de l'angle $(QZR - \mu ZR)$; donc (*trigon. rect.*) Fig. 1.

$$\text{fin.}\, ZQR = \frac{\text{cofin.}\, QZR \times \text{cofin.}\, \mu ZR + \text{fin.}\, QZR \times \text{fin.}\, \mu ZR}{\text{finus total}}; \text{ donc}$$

$$\text{fin.}\, QZR = \frac{QR \times (\text{cofin.}\, QZR \times \text{cofin.}\, \mu ZR + \text{fin.}\, QZR \times \text{fin.}\, \mu ZR)}{ZR \times \text{finus total}};$$

mais (§. 72) l'angle μZR ne peut jamais surpasser dix secondes,

& l'angle QZR ne doit point être ſuppoſé plus grand que la ſomme des demi-diamètres du Soleil & de la Lune, c'eſt-à-dire plus grand que trente-ſix minutes; car autrement il n'y auroit point éclipſe. Il ſuit donc que dans les cas extrêmes le logarithme du produit de ſin. $QZR \times$ ſin. $\mu ZR = 13{,}7095956$, tandis que coſ. $QZR \times$ coſ. μZR a pour logarithme $19{,}9999762$; donc le terme $\frac{QR \times \text{ſin.}\, QZR \times \text{ſin.}\, \mu ZR}{ZR \times \text{ſinus total}}$ n'eſt qu'environ un millionième du terme $\frac{QR \times \text{coſ.}\, QZR \times \text{coſ.}\, \mu ZR}{ZR \times \text{ſinus total}}$; ce dernier terme donne au plus un angle d'environ trente-ſix minutes, donc ſi l'on néglige le terme $\frac{QR \times \text{ſin.}\, QZR \times \text{ſin.}\, \mu ZR}{ZR \times \text{ſinus total}}$, l'on ne commet qu'une erreur d'un millionième de trente-ſix minutes de degré = deux millièmes de ſecondes; donc l'équation ſe réduit à ſin. $QZR = \frac{QR \times \text{coſ.}\, QZR \times \text{coſ.}\, \mu ZR}{ZR \times \text{ſinus total}}$; mais les tables des ſinus ne peuvent aſſigner aucune différence appréciable entre le ſinus total & le coſinus μZR, & (§. 70) $ZR = ZF$; donc ſin. $QZR = \frac{QR \times \text{coſ.}\, QZR}{ZF}$; donc tang. $QZR = \frac{QR \times \text{ſinus total}}{ZF}$.

(74.) On a vu (§. 40) que la diſtance ZF de l'Obſervateur au plan de projection, s'exprime par $\frac{z\xi - ps}{r} - \frac{\gamma b^2}{3600^2} - \frac{c\rho qh}{r^3}$, & que QR (§. 66) a pour expreſſion $\sqrt{(C^2 + D^2)}$ en ſuppoſant

$$C = \frac{nb}{3600} + \frac{\theta l}{r} + \left(\frac{cg\rho + a\omega\varphi}{\varphi r}\right) \times \left(\frac{z\xi - \Omega r}{\Omega r}\right),$$

$$D = \frac{\delta\varphi}{r} + \frac{a\varphi}{r} \times \left(\frac{z\xi - \Omega r}{\Omega r}\right).$$

Donc tangente (*diſt. appar. des centres du ☉ & de la ☾*)

$$= \frac{r\sqrt{(C^2 + D^2)}}{\frac{z\xi}{r} - \frac{ps}{r} - \frac{\gamma b^2}{3600^2} - \frac{c\rho qh}{r^3}}.$$

(75.) Au lieu d'employer les coſécantes des parallaxes du

Soleil & de la Lune, qui ne se trouvent point dans les Tables ordinaires, il pourroit être plus commode d'employer les sinus des mêmes quantités.

Soit π = sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune.

π' = sinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

La Trigonométrie nous apprend que $\pi = \frac{r^2}{\zeta}$, $\pi' = \frac{r^2}{\Omega}$; si d'ailleurs on substitue à $\delta\varphi$ la quantité ψl que nous avons démontré (§. *10*) lui être égale, & que dans les quantités C & D l'on élimine a par le moyen de l'équation du §. *31*, l'équation du paragraphe précédent deviendra

tangente *(distance apparente des centres du Soleil & de la Lune)*

$$= \frac{\pi\sqrt{(A^2 + B^2)}}{\xi - \frac{\pi}{r} \times \left(\frac{ps}{r} + \frac{\gamma b^2}{3600^2} + \frac{c\rho q h}{r^3}\right)},$$

en supposant

$$A = \frac{\psi l}{r} + \left(\frac{-qr^2 s\varphi + cg\rho\omega r + ch p\rho\varphi}{r^4}\right) \times \left(\frac{\pi r - \pi'\xi}{\pi r}\right),$$

$$B = \frac{nb}{3600} + \frac{\theta l}{r} + \left(\frac{-qr^2 s\omega - cg\rho\varphi r + ch p\rho\omega}{r^4}\right) \times \left(\frac{\pi r - \pi'\xi}{\pi r}\right);$$

RÉCAPITULATION du Mémoire.

(76.) Pour résumer ce qui vient d'être démontré dans ce Mémoire, soit

r le demi-petit axe de la Terre, que je suppose égal au rayon des Tables.

ρ le demi-grand axe.

p le sinus, q le cosinus } de la déclinaison du Soleil à l'instant pour lequel on calcule.

s le sinus, c le cosinus } de la latitude corrigée de l'Observateur. (§§. *18 & 20*)

g le sinus, h le cosinus } de l'angle horaire de l'Observateur.

θ le finus } de l'inclinaifon de l'orbite corrigée. (§. 5)
ψ le cofinus }

φ le finus } de l'angle du Méridien univerfel, avec l'orbite
ω le cofinus } relative de la Lune à l'inftant pour lequel
t la cotangente } on calcule. (§. 8)

ξ le cofinus de la latitude de la Lune à l'inftant de la conjonction.

π le finus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'inftant pour lequel on calcule.

π' le finus de la parallaxe horizontale du Soleil.

b le nombre de fecondes horaires écoulées depuis la conjonction.

$$l = r \times \frac{\text{finus de la latit. de la Lune au moment de la conjonct.}}{\text{finus parall. horizontale polaire à l'inftant de la conjonction}}.$$

$$\gamma = r \times \frac{\text{finus verfe (mouvement hor. de la ☾ en longitude — mouv. hor. du ☉)}}{\text{finus de la parallaxe horizontale polaire à l'inftant de la conjonction}}.$$

$$n = \frac{r^2}{\psi} \times \frac{\text{finus (mouv. horaire de la ☾ en longitude — mouv. horaire du ☉)}}{\text{finus de la parallaxe horiz. polaire à l'inftant de la conjonction}}.$$

$$A = \frac{\psi l}{r} + \left(\frac{-qr^2 s\varphi + cg\rho\omega r + ch p\rho\varphi}{r^4}\right) \times \left(\frac{\pi r - \pi'\xi}{\pi r}\right).$$

$$B = \frac{nb}{3600} + \frac{\theta l}{r} + \left(\frac{-qr^2 s\omega - cg\rho\varphi r + ch p\rho\omega}{r^4}\right) \times \left(\frac{\pi r - \pi'\xi}{\pi r}\right).$$

$$E = \frac{ps}{r} + \frac{\gamma b^2}{3600^2} + \frac{c\rho q h}{r^3}.$$

L'on aura

tangente *(diftance appar. des centres du Soleil & de la Lune)*

$$= \frac{\pi \sqrt{(A^2 + B^2)}}{\xi - \frac{\pi E}{r}}.$$

Soit donc H un angle dont la tangente $= \frac{Ar}{B}$, l'équation précédente deviendra

tangente *(diftance apparente des centres du Soleil & de la Lune)*

$$= \frac{Ar\pi}{\text{fin. } H \times \left(\xi - \frac{\pi E}{r}\right)}.$$

(77.)

(77.) Si l'on vouloit que π, au lieu d'exprimer le sinus de la parallaxe horizontale actuelle de la Lune, fût toujours dans la formule, l'expression du sinus de la parallaxe horizontale à l'instant de la conjonction.

Soit diff. π, la variation horaire du sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune pendant la durée de l'éclipse, & par conséquent $\frac{b}{3600} \times$ diff. π, la variation actuelle; l'équation du §. 76 deviendra

tangente *(distance apparente des centres du Soleil & de la Lune)*

$$= \frac{Ar \times (\pi + \frac{b}{3600} \text{ diff. } \pi)}{\text{sin. } H \times [\xi - \frac{E}{r} \times (\pi + \frac{b}{3600} \text{ diff. } \pi)]}.$$

(78.) Lors de sa plus grande valeur, la quantité $\frac{E\pi}{r}$ est environ la soixantième partie de la quantité ξ, la quantité $\frac{E}{r} \times \frac{b}{3600} \times$ diff. π, dans les cas extrêmes, est tout-au-plus la douze centième partie de $\frac{E\pi}{r}$; donc $\frac{E}{r} \times \frac{b}{3600} \times$ diff. π; est tout-au-plus la soixante-douze millième partie de la quantité ξ; l'on peut donc, sans aucune erreur appréciable, négliger cette quantité: l'on aura alors cette expression plus simple & également rigoureuse de la distance des centres,

tangente *(distance apparente des centres du Soleil & de la Lune)*

$$= \frac{Ar \times (\pi + \frac{b}{3600} \times \text{diff. } \pi)}{\text{sinus } H \times (\xi - \frac{\pi E}{r})}.$$

(79.) Pour évaluer l'erreur que l'on commet dans l'expression de la distance des centres, en n'ayant point égard au terme $\frac{b}{3600} \times \frac{E \times \text{diff. } \pi}{r}$; l'on remarquera que la quantité E

(§§. *40 & 76*) exprime la distance de l'Observateur à l'horizon absolu (je néglige le terme $\frac{\gamma b^2}{3600^2}$ qui ne change rien aux conclusions). Si l'on suppose que la quantité *E* soit égale au demi-grand axe de la Terre (& cette valeur est la plus grande possible); la plus grande variation que le terme $\frac{E\pi}{r}$ produise sur une grandeur apparente de trente-six minutes de degrés, vue à la distance de la Lune, est d'environ quarante secondes, puisque cette variation est la plus grande variation possible du diamètre de la Lune sous l'Équateur, en supposant ce diamètre de trente-six minutes de degré; donc la plus grande erreur que l'on puisse commettre dans l'évaluation de la distance des centres, en n'ayant point égard au terme $\frac{b}{3600} \times \frac{E \times \text{diff.}\pi}{r}$ $= 40'' \times \frac{1}{1200} =$ deux tierces de degré; quantité absolument inappréciable, comme nous l'avons déjà fait voir par d'autres considérations.



Fig. 1.

X M E D K T F y I L S μ P N H R B A O h G

Fig. 2.

P H C

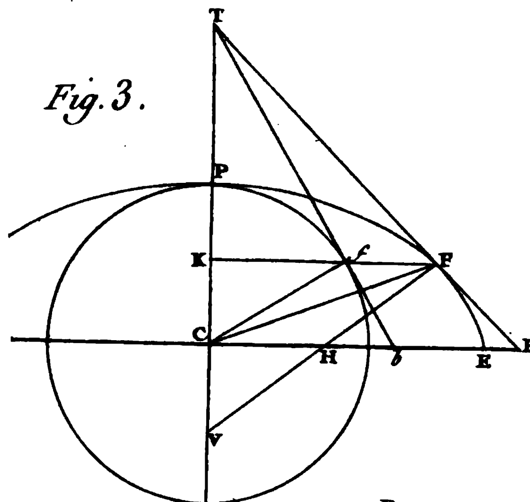


Fig. 3.

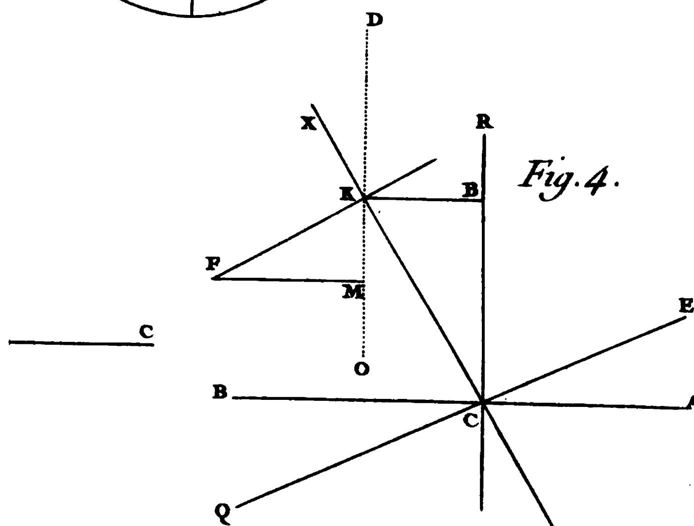


Fig. 4.

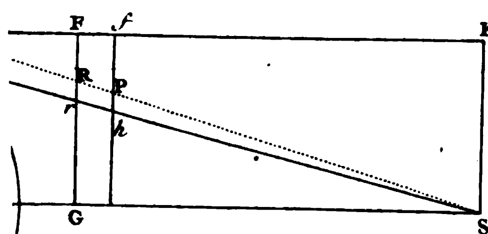


Fig. 6.

MÉMOIRE
SUR LES OBJECTIFS.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

L'ASTRONOMIE fait de nouveaux pas vers sa perfection, à mesure que les moyens d'observer deviennent plus faciles & plus exacts. C'est donc travailler utilement, & contribuer aux progrès de cette Science, que de ne rien négliger de ce qui peut ajouter quelque perfection aux instrumens d'observation. 28 Janvier 1764.

Les objectifs que l'on connoît à Paris, faits par Joseph Campani, donnent la plus haute idée des talens de cet artiste & semblent annoncer qu'il possédoit une méthode particulière & sûre pour toujours réussir dans le travail de ces verres.*

L'Académie sachant que l'Institut de Bologne avoit les machines de Campani, croyant aussi qu'il étoit dépositaire de son secret, me chargea lorsque je partis pour l'Italie, de m'instruire des moyens qu'on y employoit pour travailler les objectifs. Je me propose donc de communiquer à la Compagnie ce que j'ai pu apprendre sur ce sujet intéressant.

Du vivant de Campani, la France s'étoit proposé d'acquérir de lui la façon de tailler les objectifs; mais des circonstances que j'ai entendu rendre différemment, empêchèrent qu'on n'achetât un secret que cet Artiste cachoit avec soin, & que même à sa mort il n'a communiqué à personne.

Le Pape Benoît XIV, qui ne laissoit rien échapper de ce qui pouvoit enrichir les Sciences & les Arts, acheta des héritiers de Campani tout ce qui se trouva chez lui concernant le travail des verres. Il fit venir de Bologne M. Hercule Lelli, Membre de l'Institut, qui depuis long-temps s'adonnoit à cette

* Voy. les Mémoires de l'Académie, depuis 1666 jusqu'en 1699, *tome VII, part. I*; & celui de M. Cassini, *année 1714, page 361.*

partie, & lui confia le présent qu'il vouloit faire à cette Compagnie.

M. Hercule Lelli chercha l'usage de chacune des pièces qui avoient été trouvées dans le laboratoire de Campani, & s'occupa à deviner, par les machines & les outils, les moyens qu'employoit cet Artiste célèbre pour donner à ses objectifs les perfections qu'on leur reconnoissoit; nuls écrits de Campani ne pouvant mieux instruire d'un talent qu'on ne lui reconnoissoit que par la supériorité des ouvrages sortis de ses mains, & Campani ayant eu au contraire la foiblesse, comme je l'ai dit, de faire son possible pour qu'on ne soupçonnât pas même une pratique de sa méthode.

M. Hercule Lelli m'a fait part de ce qu'on savoit sur la méthode de Campani: il m'a souvent assuré ne s'être réservé que la machine à tailler les bassins qu'avoit imaginée cet artiste, uniquement parce que M. Hercule Lelli comptoit en donner la description au Public; le temps apprendra si ce seul motif le conduisoit à me le cacher *(a)*.

On se doute bien que, ne parlant que du travail des objectifs semblables à ceux de Campani, je ne dirai rien des verres combinés & des formes qu'on leur donne aujourd'hui, pour ajouter de nouvelles perfections aux objectifs *(b)*.

La perfection des objectifs dépend du choix des verres, des différens & des meilleurs moyens pour les bien tailler, du choix & de la perfection des outils, enfin des attentions dans le travail à ne rien négliger de ce qui peut concourir à augmenter leur effet.

Du choix des Verres.

On croit que Campani employoit pour former ses objectifs des glaces de Venise; la matière de ces verres, quoique souvent semée de bulles, paroît plus nette, plus liée, plus dure & moins rayée, ou, en termes d'ouvriers, moins garnie de fils que celle qui provient de nos Manufactures.

(a) L'Institut de Bologne & le Public ont perdu M. Hercule Lelli en 1766, depuis la lecture de ce Mémoire.

(b) Voyez les Mémoires de M. Clairaut, *années 1756, 1757* & *1762*.

Il seroit cependant possible d'en fabriquer ici de meilleurs que ceux de Venise; & je ne doute pas qu'avec des attentions, nous ne puissions nous en procurer de très-bons.

On a remarqué dans les verres de Venise, que ceux qui offroient une couleur jaune, étoient ordinairement les plus durs & réussissoient le mieux. M. Antheaume, connu avantageusement de l'Académie, & qui vient d'exécuter une Lunette dont plusieurs Membres ont admiré la perfection *, a cru en pouvoir juger ainsi, d'après des morceaux de glace que j'ai choisis à Venise.

Comme tous les morceaux de glace ne sont pas aussi bons, & qu'un simple coup d'œil ne peut en faire apercevoir les défauts, il faut, avant de les travailler, les soumettre à un examen plus scrupuleux.

On prend un miroir concave ou un objectif convexe, d'un très-long foyer, on pose le verre qu'on veut examiner sur ce premier verre, & l'on présente une lumière à ces verres placés dans l'obscurité; on éloigne la lumière jusqu'à ce qu'elle soit exactement au foyer du verre; pour lors le verre qu'on doit examiner paroît très-éclairé: on voit aisément les inégalités dans la matière du verre, & principalement les fils qui gâteroient l'objectif qu'on en formeroit & nuiroient à sa perfection; on sent qu'il faut que le verre ait déjà été poli avant de le soumettre à cette épreuve.

On reconnoît encore la bonté d'un verre ou ses défauts, s'il y en a, en posant le verre qu'on veut éprouver près d'un miroir réfléchissant concave, & faisant tomber les rayons d'une lumière sur le miroir concave: celui-ci jette la lumière sur le verre qu'on veut examiner, & fait apercevoir les moindres fils qui pourroient s'y rencontrer.

De la taille des Objectifs.

Quand le verre a été reconnu n'avoir aucuns défauts essentiels, on trace sur la glace le contour & les dimensions que l'on

* Cette Lunette a été travaillée suivant les principes de M. Clairaut. Voyez les *Mémoires de l'Académie* déjà cités.

doit donner à l'objectif; on le coupe avec le diamant; on en abat les angles & on l'arrondit.

Si l'on a des bassins déformés, on choisit l'une ou l'autre des deux méthodes suivantes: les uns promènent le verre sur le bassin, tandis que les autres font mouvoir le bassin sur le verre qui est stable.

Campani, de son vivant, assuroit qu'il pouvoit travailler, avec son tour, des verres sans se servir de formes *.

* Voy. Tom. VII, 1.re Partie.

On croit cependant qu'il formoit, achevoit & polissoit ses objectifs uniquement en promenant circulairement son verre sur un bassin de cuivre placé horizontalement; il faisoit de temps en temps changer de position à son bassin, qu'il avoit adapté à un rondeau dont l'axe traversoit la table & qu'il pouvoit faire mouvoir horizontalement, en le tournant dans un sens opposé au mouvement qu'il donnoit au verre.

Plusieurs bassins plus petits & à main ou poignée, que l'on conserve à l'Institut, sembleroient annoncer qu'ils auroient été destinés à polir en conduisant le bassin sur le verre; mais M. Hercule Lelli imagine que Campani ne s'en servoit que pour de très-petits objectifs.

Cet Artiste avoit un nombre considérable de bassins bien faits: c'étoit, suivant ceux qui ont le mieux étudié sa méthode, en quoi consistoit son secret pour donner un foyer déterminé à l'objectif qu'on lui demandoit; mais outre les perfections qui dépendoient de celle des outils qu'il employoit, il portoit encore l'attention jusqu'au scrupule dans le travail de ses objectifs, & l'accompagnoit d'une adresse singulière dans le manuel des opérations. L'habitude, jointe à l'adresse, avoient appris à Campani les moyens d'appuyer également sur le bassin, & à travailler son verre sans déformer son bassin.

On croit que Campani se servoit de plusieurs bassins pour travailler le même objectif; le premier bassin servoit à dégrossir; avec un second un peu plus concave, il achevoit son objectif, en prenant toutes les attentions possibles pour que son objectif prît par les bords avant d'être atteint à son centre, & évitant, par-là, que le verre ne vînt à se décentrer en le travaillant.

On croit que Campani, pour donner à son verre précisément le foyer que l'on exigeoit de lui, finissoit une surface de son verre sur un bassin d'un certain foyer, & la seconde sur un autre bassin d'un foyer différent; qu'il parvenoit ainsi à donner à son objectif un foyer moyen, ou qu'au moins il approchoit de celui qu'on exigeoit qu'il fournît.

On imagine que Campani se servoit, pour dégrossir & pour adoucir, d'une certaine quantité d'émeri plus considérable qu'il n'auroit été nécessaire pour commencer à travailler son verre; au milieu de l'opération, il ôtoit la moitié de l'émeri & continuoit à travailler, & en enlevoit ainsi une partie à mesure qu'il avançoit son ouvrage. L'émeri diminuant de quantité, devenoit toujours d'autant plus fin que son verre étoit plus parfait: il répétoit cette même manœuvre quand il substituoit le tripoli à l'émeri.

Dans ces différentes opérations, on retient le verre sur une molette à l'aide d'un mastic *. Ce mastic m'a paru devoir être sujet à deux principaux inconvéniens; 1.° la chaleur qu'il faut lui donner pour le faire fondre, avant d'appliquer le verre, peut changer la forme du verre; & comme il faut, pour travailler la seconde surface de l'objectif, le poser une seconde fois sur le mastic, on risque de le déformer; 2.° pour détacher le verre du mastic, on est obligé de donner un coup sec pour l'en séparer: cette commotion doit produire un ébranlement dans les parties du verre qui peut l'étonner; il faudroit donc chercher un mastic qui, par sa composition, se fondît à un foible degré de chaleur, & acquît promptement un certain degré de consistance. Il ne paroît pas que Campani se servît de moyens qui ne fussent pas sujets à ces inconvéniens; on a trouvé parmi ses outils un mastic composé de colophone & de térébenthine de Venise, mais Campani n'employoit-il que celui-là? n'en auroit-il point trouvé un autre que nous aurions perdu, ainsi que différentes autres manœuvres ingénieuses de ce célèbre Artiste?

* J'ai appris qu'à Paris, des ouvriers maintiennent le verre sur la molette avec du plâtre; ce qui n'est pas encore sans quelques inconvéniens.

On doit encore faire attention à l'espèce de substance qu'on choisit pour faire les molettes : on se sert aujourd'hui de molettes de liége, au lieu de celles de bois qu'on employoit.

Aussitôt que le verre étoit dégrossi, Campani lui formoit un biseau pour ne point déchirer le papier dont il couvroit son bassin, avant de polir son objectif.

L'objectif une fois adouci, Campani couvroit son bassin d'un papier : nous indiquerons dans un moment les attentions que mettoit Campani sur le choix de ce papier.

Pour polir l'objectif, notre Artiste employoit le tripoli de Venise * : on croit que ce tripoli que l'on emploie à Venise au poli des glaces, est supérieur à tous les nôtres, & même à la pierre pourrie d'Angleterre; mais il faut choisir les morceaux & s'arrêter aux plus tendres & aux plus légers.

M. Antheaume, dont j'ai déjà parlé dans ce Mémoire, me permet d'annoncer que depuis peu il a substitué au tripoli de Venise & à la pierre pourrie d'Angleterre, l'émeri fin, & qu'il s'en sert avec succès en ne négligeant aucune des attentions que nous allons indiquer.

Il lave l'émeri & prend seulement la partie qui surnage, ou celle suspendue dans l'eau qui l'a détrempé; il laisse l'émeri dans l'eau pendant huit ou quinze minutes, avant de l'en séparer, & choisit par ce moyen aisé celui qui est le plus léger & le plus fin, pour n'employer que celui-là. Il a remarqué qu'avec cet émeri il n'étoit pas nécessaire d'appuyer autant sur le papier dont est couvert le bassin, & qui en est enduit; il s'est encore servi avec succès, pour polir les verres, de grès ordinaire bien lavé, & dont il ne choisissoit que le plus fin : il y a même des personnes qui ont pris des carreaux de terre cuite, réduits en poudre, qui les ont lavés, & qui ont réussi à polir des verres avec cette poudre.

Le poli qu'il faut donner à l'objectif, fait la partie la plus difficile du travail : plus il acquiert le poli, plus il est à craindre

* Le tripoli appelé *de Venise,* se tire de Corfou, & le meilleur se trouve vis-à-vis cette île, dans la montagne de l'Épire, tenante à la terre-ferme, près d'un gros bourg connu sous le nom de *Santi-Quaranta.*

de

de le déformer, & plus il y a de difficulté à conduire le verre; quand l'objectif est grand, l'adhérence devient assez forte pour fatiguer beaucoup la main de celui qui le conduit, cependant il paroît certain que Campani les polissoit à la main.

Campani n'avoit donc d'autres avantages sur nous, que de pouvoir facilement changer de bassins, quand il vouloit finir de travailler son verre.

Comme Campani avoit une grande quantité de bassins, il pouvoit, dans le nombre, choisir celui qui s'accordoit le plus parfaitement avec la forme que son verre avoit prise, de façon qu'il n'étoit content du bassin qu'il avoit choisi, que lorsque son verre portoit dans toute sa surface sur ce bassin.

Campani retenoit son papier sur le bassin, avec une eau de gomme, pour produire moins d'épaisseur & d'inégalités.

On croit que Campani avoit lui-même fabriqué le papier dont il se servoit pour couvrir ses bassins; au moins est-il certain qu'il en avoit fait faire exprès, & que l'on en a trouvé une grande provision à sa mort.

Ce papier ne conserve presque point de marques du moule; il est peu collé, est ferme sans être dur, & il n'a point de marque de manufacture: ce papier concouroit beaucoup à la perfection des objectifs; il seroit inutile aujourd'hui d'en chercher de pareil dans nos manufactures, mais fort aisé en donnant des idées à nos Manufacturiers, de leur en faire fabriquer d'aussi propre à cet usage.

Moyens de former les Bassins, suivant Campani.

Je crois, d'après ce qui m'a été dit, pouvoir assurer que Campani n'avoit pas d'autres moyens pour travailler ses objectifs que ceux que je viens d'indiquer, qui s'écartent peu des nôtres; mais il avoit une machine qu'il employoit pour former ses bassins. Je crois avoir obtenu un dessein de cette machine que l'on m'a cachée à Bologne; & comme je ne l'ai point eu sous le secret, je le joins ici pour laisser le moins qu'il me sera possible, à desirer sur ce que l'on peut apprendre du travail de Campani.

La machine à travailler les baſſins, dont ſe ſervoit Campani; eſt compoſée de deux groſſes pierres de figure parallèlipipédale, haute d'environ 3 pieds ſur une baſe de 4 pieds : il eſt néceſſaire que ces pierres *A A* ſoient peſantes, pour ne permettre à la machine aucun mouvement préjudiciable lorſqu'on la fera agir.

Sur une des pierres *B*, vers un des centres de ſa ſurface ſupérieure, on a ajouté deux montans *B B* de cuivre, fermement arrêtés ſur la pierre par des groſſes vis *Q Q*.

Ces deux montans ſont réunis par leurs baſes à une plaque qui les aſſujettit à la pierre. Ils portent un mandrin auſſi de cuivre *R*, auquel eſt encaſtrée la poulie *C* & à ſon extrémité le baſſin *D*.

Sur le côté de la pierre oppoſé à celui qui porte ces deux montans, on en a établi deux autres deſtinés à porter une roue *E*, dont l'axe a une manivelle; cette roue, au moyen d'une corde, fait mouvoir la poulie *C*, l'axe & le baſſin *D*.

On ajuſte à peu de diſtance du baſſin un ſupport *F*, qui ſe meut le long de la couliſſe *G*; de l'autre côté du ſupport, il y a un autre petit montant pareil à celui *G* qui le retient, & forme une couliſſe à queue d'aronde, dans laquelle le ſupport peut ſe mouvoir.

Pour travailler le baſſin, il y a une barre ou aiguille *IHL*; c'eſt une pièce de bois forte, & plus ou moins longue ſuivant le foyer qu'on veut donner au baſſin; mais on la choiſit peſante, pour qu'elle ſoit moins diſpoſée à ne ſe mouvoir que lorſque le travail du baſſin l'exigera.

Cette aiguille porte une pointe d'acier *I*, qui eſt encaſtrée dans l'extrémité de la pièce de bois.

Vers la partie moyenne de l'aiguille, on place un ſupport *K*, pour l'empêcher de plier & de ſe courber.

Quand l'aiguille eſt longue, on met deux ou trois ſupports, pour que ſa peſanteur ne puiſſe pas lui faire changer de dimenſions en ſe courbant.

Cette aiguille porte ſur la ſeconde pierre, ainſi que nous l'allons décrire.

L'extrémité de cette aiguille oppoſée à la pointe d'acier qui

doit travailler le baſſin, eſt arrêtée ſur une pièce de bois *M*, mobile dans une couliſſe à queue d'aronde, pratiquée ſur un fort montant *N*; elle eſt retenue ſolidement ſur la pièce *M*, par une cheville d'acier Z.

Par le moyen de cette pièce mobile, il eſt facile de mettre ſur une même ligne les points *C*, *D*, *L*, ou de faire mouvoir l'aiguille toujours parallèlement à l'axe qui porte le baſſin.

La pièce *N* eſt auſſi mobile ſur celle de bois *O*, qui tient à la pierre; on a pratiqué ſur la pièce *N*, une couliſſe à queue d'aronde, dans laquelle paſſe la pièce *O*.

Par cette diſpoſition, à l'aide du montant *S*, & de la vis *P* qui le traverſe, on peut approcher plus ou moins, & de la quantité qu'on veut, l'aiguille du baſſin, ou la reculer, en faiſant mouvoir la pièce *N* vers *O*, ou la rapprochant du montant *S*.

On croit que Campani formoit ſes baſſins avec du laiton ou cuivre doux; il le fondoit, le mouloit & lui donnoit enſuite la forme exacte qu'ils devoient avoir, avec la machine que nous venons de décrire.

Quelques perſonnes travaillent le baſſin, en formant l'objectif de ce même baſſin. M. Deparcieux, de cette Académie, imagina en 1736, une machine qui exécutoit ces deux effets, ou réunis, ou ſéparés: ſuivant qu'on le deſiroit, on travailloit un baſſin ſeul, ou le baſſin & ſon objectif.

Le P. Chérubin, dans ſa Dioptrique oculaire, a fait graver une machine qui a beaucoup de rapport avec celle de Campani; cette dernière eſt peut-être plus parfaite, en ce qu'on eſt maître de changer de la plus petite quantité la longueur de l'outil, & qu'il a cherché à lui donner beaucoup de ſolidité.

Pluſieurs autres Auteurs ont décrit des machines qu'ils ont employées à former des baſſins avec le plus de préciſion; il faut avouer cependant qu'aucune de ces machines pour tailler les baſſins, n'eſt ſans quelques inconvéniens.

D'après ce que je viens de dire, ne ſeroit-on pas tenté de croire que Campani ne devoit la perfection de ſes verres qu'à la quantité & à la perfection de baſſins bien formés qu'il s'étoit

procurés, au verre de Venise qu'il employoit & qu'il choisissoit, au tripoli de Venise dont il se servoit, au papier qu'il employoit pour polir son objectif, enfin à son adresse & à quantité d'attentions qu'il mettoit dans son travail, & que nous négligeons d'employer?

Mais est-il sûr que le cabinet de Campani, qui, à sa mort, est devenu le seul dépôt de son secret, ait appris jusqu'aux moindres pratiques que ce célèbre Artiste avoit cachées avec soin pendant sa vie? & peut-on se flatter de n'avoir à regretter que l'adresse qu'il mettoit dans son travail, & dont il n'auroit pu faire part à la postérité, quand il se le seroit proposé?

J'ai vu à Bologne rendre justice à l'adresse & aux attentions scrupuleuses que cet Artiste mettoit dans le travail de ses objectifs; on y croit que Campani portoit le scrupule jusqu'à choisir à peu près la même température dans l'air pour finir un objectif, mais on avoue que nous avons pris, sur le mérite des bons objectifs que nous avons de lui, une trop grande idée du savoir de cet Artiste.

Campani travailloit beaucoup d'objectifs, & jaloux de sa réputation, il rebutoit les mauvais, & ne faisoit paroître que les bons qu'il savoit pouvoir vendre à un prix assez haut pour le récompenser de la perte des défectueux.

Il avoit fait peu d'objectifs d'un très-long foyer; on en a un à l'Institut de 205 palmes Romaines (141 pieds) dont la France a voulu faire l'acquisition: cet objectif a été rompu, & Campani sachant combien il essuieroit de difficultés, avant de s'en procurer un pareil, s'est donné beaucoup de peine pour rejoindre les deux parties de cet objectif, dont on se sert maintenant comme s'il n'avoit pas été rompu.

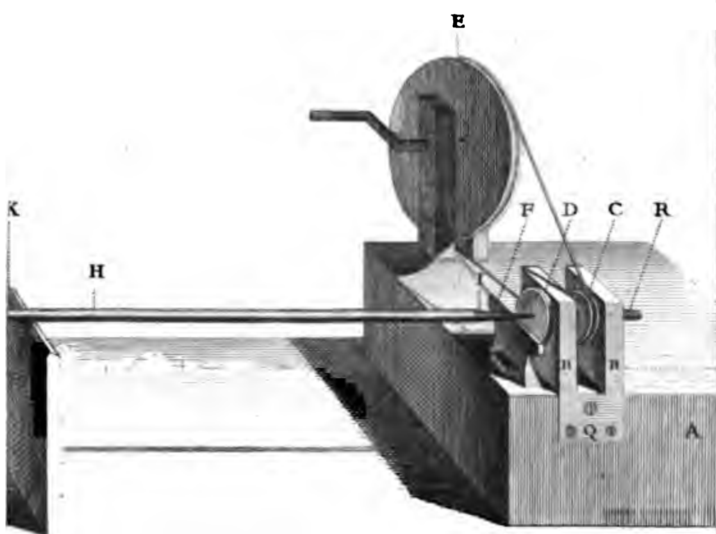
Enfin Campani savoit que souvent avec du mérite, on se fait peu connoître, à moins d'employer un certain art pour envelopper les pratiques les plus simples, & les couvrir d'un air mystérieux; & il leur donnoit le nom de *secret*.

Son frère a publié une dissertation sur la méthode de travailler les bassins, intitulée: *Matthæi Campanii de Alimenis Spoletini ecclesiæ parochialis sancti Thomæ in Parione apud urbem*

LER LES BASSINS,

ES OBJECTIFS,

AMPANI.



Rectoris Horologium solo naturæ motu atque ingenio, dimetiens & numerans momenta temporis constantissimè æqualia. Accedit: *Circinus sphæricus pro lentibus telescopiorum tornandis & poliendis, ad Ludovicum XIV, regem Galliarum christianissimum. Romæ, 1678.*

Si Joseph Campani * a employé d'autres moyens mécaniques pour travailler ses objectifs, je crains que l'on ne puisse les regarder comme perdus; & c'est une perte que sentiront principalement ceux qui ont l'amour des Arts, & qui, convaincus de leur utilité pour le progrès des Sciences, s'intéressent davantage à leur perfection.

* Joseph Campani a aussi donné une courte Dissertation, où il assure se servir d'une machine pour travailler les objectifs. *Voyez le septième volume des anciens Mémoires de l'Académie.*



MÉMOIRE
SUR LA
LONGITUDE ET LA LATITUDE DE PÉKIN.

Par M. PINGRÉ.

2 Juin 1764. IL n'y a pas lieu de douter que les Chinois, s'étant appliqués à l'Astronomie dès la fondation de leur Empire, n'aient souvent déterminé les hauteurs solsticiales du Soleil sur leur horizon, & par conséquent la latitude des villes où ils faisoient ces observations; mais leur travail, sur ce point, n'est pas encore parvenu jusqu'à nous: les plus anciennes observations que je trouve dans le recueil de M. de l'Isle, relativement à cet objet, sont du treizième siècle de l'ère Chrétienne. *Co-cheou-king* cultivoit alors l'Astronomie avec succès; comprenant apparemment l'imperfection des méthodes employées avant lui pour déterminer les hauteurs du Soleil, il s'appliqua à les réformer ou du moins à les perfectionner. Il fit élever un gnomon de 40 pieds Chinois de hauteur (le pied Chinois est d'une soixante & quinzième partie moindre que le nôtre); il mesura exactement les distances entre le pied du gnomon & le centre de l'image du Soleil, formée par les rayons qui traversoient le trou du gnomon; & il en conclut les hauteurs méridiennes du Soleil. Je n'ai trouvé que six de ces observations de *Co-cheou-king*; le 10 Juin 1278, la distance du pied du gnomon au centre de l'image étoit de 11,7775 pieds; le 16 Mars 1279, elle étoit de 32,1955 pieds; le 31 Mars, de 26,0345; le 29 Juin, de 12,2640; le 29 Août, de 25,8990; enfin le 29 Novembre de la même année, de 76,7400. J'ai calculé scrupuleusement ces observations, & le résultat est que le lieu où elles furent faites étoit situé par une latitude septentrionale de $39^d\ 52'\ 24''$, de $39^d\ 51'\ 19''$, de $39^d\ 51'\ 58''$, de $39^d\ 52'\ 42''$, de $39^d\ 52'\ 18''$, de $39^d\ 52'\ 58''$;

en prenant un milieu, cette latitude est de 39^d 52′ 16″; mais en quel lieu *Co-cheou-king* observoit-il? Le P. Gaubil s'est donné tous les soins imaginables pour le découvrir, & il croit avoir eu le bonheur de réussir dans cette recherche. L'Observatoire de l'Astronome chinois étoit, selon le P. Gaubil, de 4′ 47″ plus méridional que la maison des Jésuites françois de Pékin : cette maison seroit donc par 39^d 57′ 03″ de latitude; nous verrons bien-tôt que ce résultat ne s'écarte pas de 2 minutes de la vérité, au reste les calculs que j'ai faits à ce sujet sont fondés sur les Tables du Soleil de feu M. l'abbé de la Caille; mais pour dépouiller les hauteurs, observées par *Co-cheou-king*, de l'effet de la réfraction, j'ai cru devoir suivre les Tables des réfractions de M. Bradley, imprimées dans la *Connoissance des Temps de l'année 1765*; quant à l'inclinaison de l'écliptique, *Co-cheou king* la supposoit, dit le P. Gaubil, de 23^d 90′ 30″, c'est-à-dire, selon notre division du cercle, de 23^d 33′ 34″ *; ce qui est trop. Cet Astronome avoit, dit-on, déterminé la longueur de l'ombre solsticiale en été de 11,7 pieds, & en hiver de 79,8; il en résulteroit que l'obliquité de l'écliptique auroit été pour lors de 23^d 32′ 58″, & la latitude du lieu de l'observation, de 39^d 51′ 26″, ce qui mettroit la latitude de la maison des Jésuites françois par 39^d 56′ 13″. Dans le calcul des six observations de *Co-cheou-king*, j'ai supposé l'obliquité moyenne de l'écliptique, de 23^d 31′ 47″; ces observations mêmes, faites jusqu'à la précision des dix millièmes de pied, suffisent pour prouver que la distance des tropiques à l'Équateur n'excédoit point alors 23^d 32′; j'en ai fait le calcul: les hauteurs solsticiales, qu'on prétend observées par *Co-cheou-king*, n'étendent leur précision qu'aux dixièmes de pied, &, par cela seul, elles méritent moins notre confiance que les six premières observations.

Un des premiers soins des Jésuites établis à la Chine, a

* On suppose ici le cercle chinois divisé en 365^d $\frac{1}{4}$: si on ne le divise qu'en 365^d, les 23^d 90′ 30″ de *Co-cheou-king* reviendront à 23^d 34′ 32″, selon notre manière de compter, & c'est à cette dernière réduction que le P. Gaubil s'étoit attaché; la première me paroît plus exacte.

été d'assurer la position de Pékin. Dès l'an 1668, le P. Verbiest essaya de déterminer la latitude de l'Observatoire Impérial de cette ville; mais il manquoit d'instrumens propres à le faire avec précision : il se contenta donc d'un simple gnomon de 8,3 pieds de hauteur, construit précédemment dans cet Observatoire, mais dont la position avoit été dérangée par le laps de temps. Après qu'on eut remédié à ce dérangement, autant que les circonstances pouvoient le permettre, le gnomon se trouva haut de 8,49 pieds; le P. Verbiest, sur des observations particulières précédemment faites avec des gnomons moins élevés, calcula que le 27 Décembre 1668, la longueur de l'ombre du gnomon de l'Observatoire seroit de 16,665 pieds; il tira depuis le pied du gnomon, dans le plan du méridien, une ligne de cette longueur, & l'évènement à midi confirma l'exactitude de son calcul. Je ne fais mention de cette observation, que parce qu'elle est la plus ancienne de celles que les Européens ont faites à la Chine, & parce qu'elle a donné lieu à une erreur qu'il est à propos de corriger dans les anciens Mémoires de l'Académie. Le P. Verbiest ne date pas son observation dans son *Astronomia Europæa*, &c. imprimé à Dillingen en Souabe, en 1687, *in-4.°*; le P. Gouye la rapporte au 27 de Décembre, & en la comparant avec une observation faite le même jour à Bologne en Italie, il conclut la latitude de Pékin de 39ᵈ 57′ 41″ * : le P. Gresson, dans son *Histoire de la Chine, sous la domination des Tartares*, avoit pareillement rapporté l'observation du P. Verbiest au 27 Décembre. J'ai calculé cette observation très-scrupuleusement, & je puis assurer qu'en retenant cette date, la latitude de Pékin ne seroit que de 39ᵈ 42′ 15″; j'ai même découvert la cause de l'erreur qui a échappé au P. Gouye: il n'a pas manqué de faire attention à l'étendue du trou du gnomon de Bologne; c'étoit une précaution nécessaire à l'exactitude de son calcul: la hauteur du gnomon étant de 100000 parties, la longueur de l'ombre a été trouvée de 241350; le P. Gouye a ajouté 50 parties

* Voyez les Mémoires de l'Académie des Sciences, depuis 1666 jusqu'en 1699, *tome VII, page 813*.

pour

pour le demi-diamètre du trou, la somme a été de 241400 parties: or, au lieu d'employer cette somme dans son calcul, il s'est servi, par inadvertance, de la longueur de l'ombre mesurée 241350. En rapportant l'observation du P. Verbiest au 31 Décembre, la latitude de Pékin sera de $39^d\ 57'\frac{1}{2}$: on conçoit que ce Père, par sa méthode, n'a pu parvenir à la précision la plus rigoureuse.

En 1688, les PP. Fontenay & Lecomte, munis d'un quart-de-cercle de 18 pouces de rayon, prirent quelques hauteurs méridiennes du Soleil & de l'étoile *Sirius;* cet instrument donnoit les hauteurs trop fortes de $6'\ 40''$: en corrigeant cette erreur, & supposant les observations faites dans la maison des Jésuites françois, il résulteroit que cette maison seroit par $39^d\ 55'\ 02''$ de latitude, selon les hauteurs du Soleil, & par $39^d\ 53'\ 22''$, selon celles de *Sirius;* mais celles-ci sont données comme moins certaines, & d'ailleurs la maison des Jésuites françois n'existoit pas encore.

En 1695, la latitude a été trouvée de $39^d\ 54'\ 53''$; de $39^d\ 55'\ 22''$ en 1752; un peu moindre dans les années intermédiaires; enfin M. de l'Isle ayant envoyé un excellent quart-de-cercle de 5 pieds de rayon, les PP. Gaubil & Benoît observèrent en 1754, 1755 & 1756 un grand nombre de hauteurs méridiennes d'Étoiles, tant au nord qu'au sud. Feu M. l'abbé de la Caille avoit calculé ces hauteurs, en supposant les réfractions à Pékin égales à celles qu'il avoit déterminées pour le cap de Bonne-espérance; j'ai recommencé ces calculs, en suivant pour les réfractions la Table de M. Bradley, &, prenant un milieu exact, j'ai trouvé que la maison des Jésuites françois à Pékin, étoit située à $39^d\ 55'\ 15''$ de latitude septentrionale; de trente-huit hauteurs que j'ai calculées, une seule s'éloigne de ce résultat moyen de près d'un quart de minute; le résultat des calculs de M. l'abbé de la Caille n'excède pas celui-ci de 2 secondes entières: ainsi je crois que cette latitude peut passer pour déterminée avec toute la précision que l'on puisse desirer. Le collége des Jésuites portugais est d'environ $1'\ 17''$ plus méridional que la maison des Jésuites

françois; l'Obſervatoire impérial eſt de 15 à 16 ſecondes plus boréal que ce Collége.

Quant à ce qui regarde la longitude de Pékin, je ne me flatte pas de pouvoir la déterminer avec autant de préciſion que ſa latitude. Les obſervations ne manquent pas: depuis que les Jéſuites ont introduit en Chine l'Aſtronomie Européenne, ils n'ont point ceſſé d'obſerver; le nombre des Obſervations chinoiſes, que M. de l'Iſle a recueillies eſt prodigieux: mais la plupart de ces obſervations ſont faites ou avec ſi peu de ſoin, ou avec de ſi mauvais inſtrumens, qu'on les trouve preſque toujours en contradiction avec elles-mêmes, & qu'il paroît bien difficile de faire éclore la vérité de leur aſſemblage.

Ces obſervations ont été faites en quatre lieux principaux, ſitués tous les quatre dans l'enceinte de ce qu'on appelle *la ville Tartare*; l'Obſervatoire impérial eſt le plus oriental des quatre, la réſidence de Saint-Joſeph, dépendance du collége des Jéſuites portugais, eſt plus occidentale que l'Obſervatoire de 5 ſecondes de temps; on croit qu'il s'y eſt fait pluſieurs obſervations; mais c'eſt ce dont les Obſervateurs n'ont pas cru qu'il fût néceſſaire de nous avertir: la maiſon des Jéſuites françois, ſituée vers l'enceinte occidentale du Palais impérial, preſqu'au milieu de la ville, eſt de 12 ſecondes de temps plus occidentale que l'Obſervatoire, & de deux ſecondes ſeulement plus orientale que le collége des Jéſuites portugais; c'eſt de cette maiſon dont je vais tâcher de déterminer la longitude, relativement au méridien de Paris.

M. Harris avoit placé Pékin à $7^h\ 42'\ 20''$ à l'eſt de Paris; M. de la Hire n'admet que $7^h\ 38'$ de diſtance entre les deux méridiens; le P. Noël reſtraint cette diſtance à $7^h\ 36'\ 38''$, j'ignore quels ont été les fondemens de ces auteurs. Les Jéſuites françois n'avoient point encore de logement fixe à Pékin, & ils avoient déjà commencé dès l'an 1690 à s'adonner aux obſervations aſtronomiques; les PP. Bouvet & Gerbillon obſervèrent en ladite année, quatre émerſions du premier ſatellite de Jupiter: en 1695, établis déjà dans la maiſon qu'ils ont occupée depuis, ils obſervèrent cinq émerſions du même ſatellite.

Le P. Koegler, Jésuite allemand, Président du Tribunal des Mathématiques à Pékin, a extrêmement multiplié les observations; les premières de ce Père sont datées de 1718 : il observoit les éclipses de Soleil & de Lune dans l'Observatoire impérial ; le collége des Jésuites portugais, où il faisoit sa résidence, fut le lieu ordinaire de ses observations des satellites de Jupiter. Le P. Gaubil n'a commencé ses observations à Pékin qu'en 1724, & il les a continuées jusqu'à sa mort arrivée il y a deux ou trois ans; malheureusement on y trouve des lacunes considérables occasionnées par ses fréquentes absences de la capitale.

Les observations faites à Pékin jusqu'en 1726, ont donné lieu à M.rs Cassini & Maraldi & aux PP. Gouye & Gaubil, de les comparer, soit directement avec des observations Européennes, du même jour, soit indirectement avec d'autres observations faites à quelques jours de distance. Il ne s'est jamais agi dans ces comparaisons, que des éclipses des satellites de Jupiter; & chaque comparaison a donné un résultat différent de ceux qui avoient été précédemment établis: il est cependant à remarquer que toutes les longitudes déterminées par ces diverses combinaisons, sont renfermées entre $7^h\ 35'\ 28''$ & $7^h 37' 17''$; en prenant un milieu exact entre ces deux extrêmes, on aura $7^h\ 36'\ 22''\frac{1}{2}$; il ne paroît pas que la longitude de Pékin puisse s'écarter beaucoup de ce milieu.

Quant aux observations postérieures à l'année 1726, j'en ai comparé plus de deux cents du seul premier Satellite, aux observations Européennes; & pour rendre ces combinaisons aussi exactes & aussi complètes qu'elles le pouvoient être, j'ai eu recours à trois différentes méthodes; la première & la plus naturelle étoit de comparer directement les observations des PP. Koegler & Gaubil avec celles qui auroient été faites en Europe le même jour. J'ai pris pour terme de comparaison à Paris, les observations de M.rs Maraldi & Cassini: je n'ai trouvé que neuf observations susceptibles de cette comparaison, m'étant fait d'ailleurs une loi d'exclure toute comparaison d'observations douteuses, ou dont le résultat différeroit de 3 minutes de celui que je regarderois comme véritable. Sept immersions

obſervées à Paris, & à Pékin par le P. Koegler, donnent $7^h\ 36'\ 14''\frac{1}{2}$ pour longitude, & deux émerſions donnent $7^h\ 36'\ 11''$; le milieu eſt $7^h\ 36'\ 13''$, longitude du collége Portugais: donc la longitude de la maiſon Françoiſe eſt $7^h\ 36'\ 15''$.

Une combinaiſon pareille de quatorze obſervations du même P. Koegler avec leurs correſpondantes, faites les mêmes jours à Péterſbourg par M. de l'Iſle & ſes diſciples, établit la différence des méridiens de $5^h\ 44'\ 22''$ par ſept immerſions, & de $5^h\ 44'\ 26''$ par autant d'émerſions. Si donc la différence entre Péterſbourg & Paris eſt de $1^h\ 51'\ 58''$, comme je crois m'en être aſſuré par un très-grand nombre d'obſervations, la longitude du collége Portugais à Pékin, ſera de $7^h\ 36'\ 22''$, & celle des Jéſuites françois de $7^h\ 36'\ 24''$.

Enfin trouvant un aſſez grand nombre d'obſervations correſpondantes, faites à Chandernagor par le P. Boudier, & à Pékin, & croyant avoir tout lieu de regarder celles de Chandernagor comme très-exactes, j'ai comparé les unes & les autres; ſept immerſions ont indiqué $1^h\ 51'\ 30''\frac{1}{2}$ pour différence des méridiens, & dix-huit émerſions ont fait monter cette différence juſqu'à $1^h\ 51'\ 59''\frac{1}{2}$; elle ſeroit donc de $1^h\ 51'\ 45''$: & en ſuppoſant entre Paris & Chandernagor $5^h\ 44'\ 37''$, comme on l'a conclu des obſervations du même P. Boudier, on auroit entre Paris & le collége de Pékin, $7^h\ 36'\ 22''$, & $7^h\ 36'\ 24''$ entre Paris & la maiſon des Jéſuites françois.

La ſeconde méthode que j'ai employée, a été de comparer les obſervations de Pékin avec celles que M. Maraldi pouvoit avoir faites à Paris à-peu-près dans le même temps, c'eſt-à-dire, une, deux ou trois révolutions plus tôt ou plus tard. On conçoit que cette méthode eſt moins préciſe que la précédente, mais elle a l'avantage de fournir un plus grand nombre de combinaiſons: j'ai trouvé en effet quarante-trois immerſions & ſoixante-une émerſions ſuſceptibles de la comparaiſon; le réſultat général ſeroit que la maiſon françoiſe de Pékin eſt de $7^h\ 36'\ 07''$ plus orientale que l'Obſervatoire de Paris; pour parvenir à ce réſultat, je n'ai point employé d'une part toutes

les quarante-trois immersions & de l'autre les soixante-une émersions : j'ai divisé le tout en diverses périodes de temps, j'ai comparé séparément les immersions & les émersions, & j'ai pris entre les unes & les autres un résultat moyen pour chaque période; enfin de tous ces résultats particuliers, j'ai formé un seul résultat général. Ces résultats particuliers m'auroient plus satisfait, s'ils eussent été moins disparats, je n'ai pas vu sans quelque étonnement que le résultat des observations de 1729 & de 1730, bornât la différence des méridiens entre Paris & le collége de Pékin à $7^h\ 34'\ 50''$, tandis que le résultat des observations de 1738 & de 1739, étendoit cette même différence à $7^h\ 36'\ 50''$. Ceci m'a donné occasion d'examiner un peu scrupuleusement les observations du P. Koegler : quelle a été ma surprise quand j'ai vu que ce Père, avec une lunette de 8 pieds, observoit souvent les immersions plus tard & les émersions plus tôt que M.rs Cassini & Maraldi avec des lunettes de 14, de 16 & de 18 pieds.

Ma troisième méthode a consisté à dresser sur les Tables de M. Wargentin des espèces d'éphémérides du premier satellite de Jupiter, pour les temps où les observations des PP. Koegler & Gaubil étoient le plus multipliées. J'ai corrigé ces éphémérides par les observations de M.rs Maraldi & Cassini, & lorsque celles-ci me manquoient j'y suppléois par celles de M. de l'Isle à Pétersbourg, du P. Carbonne à Lisbonne, de M. Bradley à Vansted, du P. Grammatici à Ingolstat, du P. Boudier à Chandernagor, de M.rs Celsius & Ferner à Upsal, & de M. Wargentin à Stockolm : ces observations, que je crois toutes marquées au bon coin, ne m'ont cependant servi qu'à connoître la marche de l'erreur des Tables entre les observations quelquefois trop éloignées de M. Maraldi. Quatre-vingts immersions & autant d'émersions, observées à Pékin, & comparées à ces éphémérides ainsi corrigées, ont donné pour résultat moyen $7^h\ 36'\ 09''$ de différence entre Paris & la maison des Jésuites françois de Pékin. Plus de cent cinquante autres observations sont restées inutiles, soit parce que je ne leur

ai pas trouvé de termes commodes de comparaison, soit parce qu'elles fournissoient des résultats absolument insoutenables, soit enfin parce que j'ai négligé quelques comparaisons possibles, pensant m'être déjà donné assez (& peut-être même trop) de peine dans le détail des combinaisons dont je rends compte à l'Académie.

J'ai dit que les cent soixante observations combinées, donnoient 7h 36′ 09″ pour résultat moyen; mais si l'on sépare les observations du P. Koegler de celles du P. Gaubil qui observoit avec plus de précision que son confrère, les premières donneront un résultat moindre de quelques 8 ou 10 secondes, & celles du P. Gaubil au contraire feront monter ce résultat à 7h 36′ 32″. En étudiant toutes les circonstances des observations du P. Koegler, je me suis aperçu qu'il régloit ordinairement sa pendule domestique sur des observations du passage du Soleil & de plusieurs étoiles au méridien, nous n'avons pas ces observations; peut-être se régloit-il sur des Tables défectueuses d'étoiles, peut-être son instrument n'étoit-il pas bien placé dans le plan du méridien, peut-être aussi n'étoit-il pas bien vertical; ce qu'il y a de certain, c'est que dans les observations d'occultations d'étoiles derrière le disque de la Lune, il y a très-souvent des différences de 30 à 40 secondes & même de plus fortes, entre les déterminations du P. Gaubil & celles du P. Koegler. Il y a même lieu de douter si, dans ces premiers temps le P. Koegler avoit une pendule à secondes; ses observations sont toutes en minutes, ou quelquefois en demitiers ou quarts de minutes seulement. Enfin le P. Koegler se servoit indistinctement de lunettes de 8, 10, 13, 14 & 18 pieds, au lieu que le P. Gaubil en employoit constamment une de 14 pieds.

Deux éclipses de Lune observées, l'une le 21 Octobre 1725 à Albano, par M. Bianchini; l'autre à Paris le 14 Février 1729, & toutes les deux à Pékin par le P. Koegler, ne m'ont pas procuré des résultats bien satisfaisans & je n'en ai point été surpris.

Le passage de Mercure sur le disque du Soleil a été observé à Pékin en 1753; mais on y a manqué la fin de ce phénomène, & le commencement en étoit invisible à Paris.

En 1697, le 2 Novembre, M. Cassini a observé la sortie du centre de Mercure à $20^h\ 10'\ 24''$ à Paris: le P. de Visdelou, depuis Évêque de Claudiopolis, a observé la même phase à Pékin à $3^h\ 45'\ 39''$, la différence est de $7^h\ 35'\ 15''$. J'ai trouvé par un calcul exact fait sur les Tables de Halley, que dans la supposition de $10'',2$ pour la parallaxe du Soleil, la sortie de Mercure a dû arriver à Pékin $1'\ 9''$ plus tôt qu'à Paris: la différence en longitude entre l'Observatoire Royal de Paris & la maison des Jésuites françois à Pékin, seroit donc de $7^h\ 36'\ 24''$.

Enfin le 14 Juillet 1730, M. Cassini observa à Paris la fin d'une éclipse de Soleil à $16^h\ 32'\ 28''$, & M. Maraldi la détermina à $16^h\ 32'\ 26''$: prenons le milieu & fixons cette observation à $16^h\ 32'\ 27''$, c'est-à-dire, 5 secondes seulement plus tôt que selon le calcul que j'en ai fait sur les Tables de Mayer, en employant cependant la parallaxe horizontale de la Lune, telle qu'elle se déduit de la formule de M. Clairaut, rapportée dans l'*Exposition du calcul Astronomique* de M. de la Lande, & en supposant la Terre aplatie par les pôles dans le rapport de 214 à 215. La même phase de l'éclipse a été observée à Pékin le 15 à $2^h\ 27'\ 10''$; l'observateur étoit, il est vrai, le P. Koegler; mais il observoit cette fois-ci à l'Observatoire impérial, où son intelligence n'étoit apparemment pas combattue par le défaut des instrumens. J'ai calculé scrupuleusement cette observation, & j'ai trouvé que par l'effet de la parallaxe la fin de l'éclipse a dû arriver à Pékin $2^h\ 18'\ 08''$ plus tard qu'à Paris; la différence selon l'observation a été de $9^h\ 54'\ 43''$; ôtez $2^h\ 18'\ 08''$, il reste $7^h\ 36'\ 35''$ de différence entre les méridiens des deux Observatoires, & par conséquent $7^h\ 36'\ 23''$ seulement de différence entre l'Observatoire royal de Paris, & la maison des Jésuites françois à Pékin. Je crois qu'on peut s'en tenir à ce dernier résultat,

il ne diffère que d'une seule seconde de celui que nous avoit donné le passage de Mercure; il tient un exact milieu entre les anciennes déterminations, il s'accorde avec tous les résultats des comparaisons immédiates que nous avons faites des observations de Pékin avec celles de Paris, de Pétersbourg & de Chandernagor; enfin il est mitoyen entre les observations du P. Koegler & celles du P. Gaubil, de manière cependant qu'il approche beaucoup du résultat de ces dernières, auxquelles je crois que toute préférence est légitimement dûe sur celles de son confrère.



MÉMOIRE
SUR L'ÉCLIPSE DE SOLEIL,
Du 1.er Avril 1764.

Par M. BAILLY.

LES Éclipses de Soleil sont des phénomènes assez communs, il ne se passe guère d'années qu'il n'y en ait de visible dans l'un ou l'autre hémisphère; ces phénomènes sont la suite nécessaire des mouvemens des corps célestes: ils étoient des prodiges pour les Peuples de l'antiquité qui en ignoroient les causes; ils le sont encore pour les Sauvages qui, voyant l'astre qui les éclaire changer de forme, de couleur & perdre insensiblement son éclat, pensent que cette altération amène avec la nuit, la destruction totale de la Nature; mais en Europe dans le siècle de la Philosophie, ces terreurs ne peuvent plus subsister nulle part; quand les Comètes cessant d'annoncer la famine ou la guerre sont devenues des astres qui achèvent lentement leur révolution autour du Soleil, au moment de cette brillante époque de l'Astronomie, les lumières de la partie éclairée de la Nation descendent en s'affoiblissant jusqu'aux dernières classes, & le peuple même qui n'est plus effrayé de l'apparition des Comètes, n'a pas besoin d'être rassuré sur les éclipses. 2 Mai 1764.

Les éclipses ne sont qu'un spectacle pour la curiosité publique, elles sont intéressantes pour les progrès de l'Astronomie & de la Géographie, elles font connoître aux Astronomes les erreurs qui se trouvent encore dans les Tables qui représentent les mouvemens du Soleil & de la Lune, elles donnent aux Géographes des points fixes sur la Terre en déterminant la longitude des lieux où elles ont été observées.

L'éclipse du 1.er Avril étoit importante; on en voit rarement d'aussi grandes: elle devoit être annulaire en plusieurs endroits de la Terre; & ce phénomène est si rare que l'histoire de

l'Astronomie moderne n'en offroit avant celui-ci que deux exemples. L'Angleterre seule avoit joui de ce spectacle, & celle-ci est la première qui ait été observée en France : il étoit donc essentiel de constater en quels lieux de la Terre seroit visible l'anneau lumineux qui devoit entourer le disque obscur de la Lune sur le Soleil ; mais cette recherche est très-délicate, elle suppose que la position de la Lune sur le Soleil soit déterminée dans une grande précision ; l'épaisseur de cet anneau ne pouvoit être que d'environ $\frac{1}{30}^e$ du diamètre du Soleil, & selon que la Lune pouvoit se trouver plus ou moins vers le nord, l'éclipse étoit annulaire pour tels ou tels pays différens. Tous les Astronomes s'empressèrent de voir où les meilleures Tables plaçoient l'observation de ce phénomène ; entre ces Tables, les unes ont été construites sur un grand nombre d'observations fondées sur ce principe, que quelles que soient les inégalités de la Lune, elles suivent une loi constante, & reviennent les mêmes au bout d'une certaine période ; telles sont celles de feu M. Mayer & celles de M. Cassini ; les autres ont été déduites du système de la gravitation universelle, & sont dûes aux solutions du problème des trois corps de M.rs Clairaut, d'Alembert & Euler.

Les Tables de M. Mayer faisoient l'éclipse annulaire à Londres & dans la partie occidentale de la France où la Normandie est comprise ; mais elle ne devoit pas l'être à Paris, c'est pourquoi dans la Connoissance des Temps, que l'Académie publie tous les ans, calculée par M. de la Lande, l'éclipse n'est pas annoncée annulaire pour Paris, parce que les calculs de ce livre sont faits sur les Tables de Mayer.

M. de Thury trouva que les Tables de son Père, corrigées par ses propres observations, faisoient l'Éclipse annulaire à Paris : M.rs Clairaut & d'Alembert lui communiquèrent les positions de la Lune déduites de leurs Tables particulières, & il trouva encore le même résultat.

C'étoit un point bien intéressant pour ces deux célèbres Géomètres, qui ont employé les recherches profondes de la Géométrie pour perfectionner leurs Tables de la Lune ; cependant

celles de Mayer ont toujours été reconnues fort exactes, & l'un & l'autre résultat trouvoit ses partisans; c'étoit une espèce de procès dont l'observation seule pouvoit être le juge; on se prépara donc à observer l'anneau dans tous les lieux indiqués par le calcul. M. Pingré, Membre de cette Académie, se transporta en conséquence au Havre où les Tables de Mayer la donnoient annulaire, mais le mauvais temps nous a privés d'une observation intéressante: à Paris, où tous les Astronomes s'étoient préparés pour observer avec l'attention la plus scrupuleuse, les nuages ne permirent pas même de voir le Soleil, & le Public dont la curiosité avoit été excitée par l'annonce de cette Éclipse auroit pu douter qu'il y en eût eu, si les prédictions des éclipses pouvoient être douteuses; j'avois eu l'honneur d'accompagner à Sens S. E. M.gr le Cardinal de Luynes, dont les lumières sur l'Astronomie sont connues, le temps qui nous avoit été favorable pour l'éclipse de Lune, ne le fut pas pour celle-ci, & nous n'avons pas pu faire d'observations sur lesquelles on puisse compter. Le ciel a été constamment couvert; cependant des nuages moins épais laissoient quelquefois apercevoir le Soleil qui disparoissoit aussi-tôt; c'est dans un de ces instans que Son Éminence a vu le bord de la Lune quitter le bord occidental du Soleil, l'anneau n'a paru que très-peu de temps & s'est détruit bien-tôt avec un éclair.

Le ciel n'a pas été si contraire en beaucoup d'autres lieux, elle a été vue annulaire à Madrid par M. l'abbé Clouet, à Bayonne par M. Simonin, à Calais par M. Blondeau Hydrographe du Roi; à Denainvilliers par M. de Denainvilliers frère de M. du Hamel, de cette Académie, il a vu très-distinctement l'anneau, & il est observateur assez exact pour qu'on puisse s'en rapporter à son témoignage.

On peut déjà conclure que si l'Éclipse a été annulaire à Calais * qui est au nord de Paris, & à Denainvillers qui est au midi, il est difficile qu'elle n'ait été annulaire à Paris.

Mais pour appuyer cette présomption, j'ai calculé moi-même

* Ces deux lieux sont tous les deux à l'occident & très-peu éloignés du méridien de Paris.

les obſervations faites à Calais, à Toulouſe par M. d'Arquier & à Schwezing, par le Père Mayer; j'ai trouvé que la latitude boréale que j'avois calculée ſur les Tables de M. Clairaut ne s'en écartoit que très-peu; & que même s'il falloit y appliquer quelque correction, ce ſeroit pour la diminuer.

Par conſéquent, les Tables de Mayer faiſoient la Lune plus boréale qu'elle ne l'étoit réellement, & l'Éclipſe a dû être à Paris encore plus annulaire que M. Caſſini ne l'avoit annoncée.

Il n'eſt ſans doute pas inutile de parler ici de ce qui a été imprimé ſur le degré d'obſcurité qui devoit arriver par cette Éclipſe; ſi avant de le faire on eût conſulté les Aſtronomes, ils auroient dit qu'il ne peut y avoir d'obſcurité que lorſque l'Éclipſe eſt totale: tant qu'il reſte la plus petite partie du diſque du Soleil, le jour demeure très-grand & beaucoup plus qu'il ne l'eſt à l'inſtant du coucher du Soleil. Il étoit aiſé d'aſſurer que perſonne, faute de lumière, ne ſeroit obligé d'avancer ou de ſuſpendre ſes fonctions ou ſes affaires.

Enfin, cette éclipſe dont on s'eſt occupé ſi long-temps n'a été vue, ni du Public dont elle avoit fixé l'attention, ni d'aucun des Aſtronomes de l'Académie qu'elle intéreſſoit vivement, car excepté le phénomène de l'anneau qui a été vu à Sens, par une eſpèce de haſard, nous n'avons pu y faire, S. E. M.gr le Cardinal de Luynes, ni moi aucune obſervation ſatisfaiſante.

Telles ſont les contrariétés que le ciel de ce climat offre ſans ceſſe aux obſervateurs; combien ne devons-nous pas regretter les jours & les nuits ſans nuages des contrées où naquit l'Aſtronomie & où la Nature a fait, pour ainſi dire, les hommes Aſtronomes malgré eux!



OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

Faites à Noſlon, maiſon de plaiſance des Archevêques de Sens.

Par S. E. M.gr LE CARDINAL DE LUYNES & par M. BAILLY.

TANDIS que Son Éminence M.gr le Cardinal de Luynes obſervoit au rez de chauſſée, j'obſervois dans l'étage ſupérieur. 4 Août 1764.

La pendule avoit été réglée les 15, 16 & 17 Mars par le midi pris à une très-bonne méridienne.

Le 17 au ſoir, Son Éminence a obſervé le commencement de l'Éclipſe avec une lunette de M. de l'Étang, conſtruite ſur les principes de M. Clairaut, qui faiſoit l'effet d'une lunette de 9 pieds; les phaſes ont été obſervées avec un micromètre objectif de Short, adapté à un téleſcope de réflexion, équivalent à une lunette de ſix pieds.

Temps vrai.	
A 10h 48′ 2″	vapeur légère ſur le bord méridional de la Lune.
10. 53. 57.	l'Éclipſe eſt commencée.
11. 18. 58.	quatre doigts.
11. 23. 10.	cinq doigts.
11. 34. 57.	ſix doigts.

Un accident a empêché de prendre les autres phaſes.

J'ai obſervé, par le temps le plus ſerein, avec une lunette de 9 pieds.

A 10^h 48′ 12″	il y a un peu de pénombre.
10. 50. 12.	la pénombre eſt très-apparente.
10. 52. 12.	l'Éclipſe paroît commencée.
10. 52. 52.	l'Éclipſe eſt certainement commencée.

La pénombre ſe diſtinguoit difficilement de l'ombre qui n'étoit pas fort obſcure.

J'ai obſervé alternativement l'immerſion des taches avec la lunette de 9 pieds; & les doigts avec une lunette de 2 pieds & demi, garnie d'un micromètre & montée ſur une machine parallactique.

10^h 59′ 12″	un doigt.
11. 8. 42.	l'ombre à Tycho.
11. 9. 57.	Tycho eſt entré.
11. 12. 22.	Grimaldi eſt entré.
11. 17. 57.	quatre doigts.
	L'ombre eſt ſi peu obſcure qu'on voit encore *Grimaldi*.
11^h 25′ 22″	cinq doigts,
	On voit toujours Grimaldi.
11^h 26′ 0″	l'ombre à Galilée.
11. 27. 12.	Galilée eſt entré ſans diſparoître,
	Je ne vois plus Grimaldi.
11^h 34′ 32″	ſix doigts.
11. 46. 42.	ſept doigts.
11. 53. 42.	l'ombre à *Manilius*,
11. 55. 52.	*Manilius* eſt entré,
12. 0. 12.	huit doigts.
12. 4. 47.	Pline eſt entré.
12. 20. 12.	tout *Mare Criſium*.
12. 20. 45.	Galilée eſt ſorti.
12. 24. 0.	je revois Grimaldi.
12. 27. 27.	Grimaldi commence à ſortir,
12. 28. 12.	il eſt ſorti.
12. 44. 17.	ſept doigts.
	Nuages blancs.
12^h 56′ 0″	ſix doigts.
13. 3. 0.	le temps eſt tout-à-fait couvert.

Nous avons jugé la grandeur de l'Éclipse d'un peu plus de 8 doigts; l'ombre n'étoit pas obscure, puisque j'ai vu Grimaldi très long-temps après qu'il a été entré, & l'ombre paroissoit moins forte aux bords du disque de la Lune qu'au centre.

Les derniers jours de Mars, nous nous sommes préparés à observer l'éclipse de Soleil, en règlant la pendule par des hauteurs correspondantes.

Le 1.er d'Avril au matin, le temps étoit couvert; un peu avant 10 heures, il a paru s'éclaircir; on a commencé à apercevoir le Soleil par momens dans les parties transparentes des nuages, ce qui nous permettoit de regarder sans verre noirci. Son Éminence observoit avec la machine parallactique: je pointai la lunette de 9 pieds au Soleil, & nous essayames de mesurer la distance du bord éclairé du Soleil au bord obscur de la Lune, mais il falloit faire ces observations avec une promptitude qui ne permettoit aucune justesse: le Soleil se couvroit tout-à-fait à chaque instant, & l'on étoit sûr de manquer l'observation, en prenant le temps de s'y bien préparer.

Nous supprimerons donc ici les observations que nous avons faites, parce que nous ne pouvons espérer d'en tirer aucun résultat satisfaisant: cette grande éclipse a été si bien observée en d'autres lieux de la Terre, que l'intention de Son Éminence n'est pas que nous donnions à l'Académie des mesures imparfaites, d'où l'on ne pourroit conclure qu'à peu près les erreurs des Tables, tandis que l'on a beaucoup d'observations d'où l'on doit attendre plus d'exactitude.

Son Éminence a fait une observation plus importante, & qui nous dédommage de celle dont le mauvais temps nous a privés.

Vers $10^h\ 41'$, Son Éminence a vu le bord de la Lune se détacher du bord du Soleil & a aperçu un filet de lumière qui lui a indiqué que l'Éclipse étoit alors annulaire, mais ayant voulu retourner son micromètre, pour mesurer l'épaisseur de ce petit cercle, il a disparu comme un éclair, & Son Éminence n'a plus aperçu que le croissant lumineux qui occupoit la partie septentrionale du Soleil: le phénomène a été si instantané

qu'il n'a pas été possible d'observer si cet anneau embrassoit tout le disque de la Lune; mais cela est démontré, puisque Son Éminence a vu le bord de la Lune quitter le bord du Soleil à l'endroit même où venoient aboutir les pointes du croissant. Il est fâcheux que le temps n'ait pas permis d'observer ce phénomène avec toute la tranquillité nécessaire pour en bien voir toutes les apparences.

Plusieurs personnes qui observoient l'Éclipse à Sens, à la vue simple, ou avec des verres noircis, ont dit unanimement qu'ils avoient vu un cercle de lumière autour du disque obscur de la Lune. Dom Martinon, Bénédictin de l'abbaye de Sainte-Colombe *, qui a des connoissances en Physique, nous a dit que regardant l'Éclipse avec neuf Religieux de la Maison, ils avoient tous vu le phénomène de l'anneau.

On ne peut pas conclure de ce que je n'ai pas vu l'anneau, qu'il n'ait pas été visible à Sens; la difficulté de suivre le Soleil, qui disparoissoit sans cesse, m'empêchoit de profiter de tous les instans, parce que souvent le Soleil étoit rentré dans les nuages, avant que j'eusse pu y pointer ma lunette; au lieu que Son Éminence qui observoit avec une machine parallactique étoit dans le cas de ne jamais quitter le Soleil dont la lunette suivoit le mouvement journalier.

Il est donc constant que le phénomène de l'anneau a été observé à Sens & à Nosson; l'observation de Son Éminence nous apprend que ces deux lieux étoient sur les limites, puisque ce phénomène a été presqu'instantané.

Pour appuyer cette observation, j'ai cru qu'il seroit utile de m'assurer par le calcul, si réellement l'éclipse avoit été annulaire, & de quelle épaisseur étoit cet anneau: mais pour cela, il étoit nécessaire d'avoir l'erreur des Tables, déduite exactement d'une bonne observation, afin d'avoir le lieu vrai de la Lune à l'instant de l'observation.

J'ai choisi celle de Londres, faite par Milord Comte de Morton, & par M. Short, dont l'habileté est connue, & j'ai calculé les quatre phases suivantes.

* Cette abbaye est située dans un des fauxbourgs de Sens.

A 21h

Temps vrai.		
A 21h 12′ 27″	13′ 22″	distance des cornes.
21. 14. 22	14. 32.	
21. 16. 17	15. 50.	
22. 30. 43	2. 26.	distance des limbes.

A 21h 30′ 18″ à Londres, long. de la ☾...0s 11d 44′ 1″
lat. boréale.....0. 0. 37. 21
long. du ☉.....0. 12. 7. 48

Le lieu de la Lune a été calculé sur les nouvelles Tables manuscrites de M. Clairaut*, & le lieu du Soleil sur celles de M. l'abbé de la Caille : j'ai supposé que le méridien du lieu où observoit M. Short étoit de 9′ 42″ à l'occident du meridien de l'Observatoire, la latitude 51d 29′ 0″.

Le mouvement horaire de la Lune réduit à l'écliptique 29′ 38″, celui du Soleil 2′ 27″,7 ; le mouvement horaire de la Lune en latitude croissante 2′ 38″, le demi-diamètre du Soleil 16′ 0″½, le demi-diamètre horizontal de la Lune 14′ 47″, sa parallaxe horizontale 54′ 5″.

J'ai eu égard dans le calcul des parallaxes à l'aplatissement de la Terre.

En comparant les trois premières phases avec la plus courte distance des centres observée, j'ai trouvé les trois résultats suivans,

	Erreurs en longitude. ☉	*Erreurs en latitude bor.*
1.ere 4.eme	+ 37″ ½	− 10″
2.eme 4.eme	+ 36. ½	− 10.
3.eme 4.eme	+ 42. ½	− 8.
	+ 39.	− 9.

* Ces Tables ont paru depuis en 1765.

Il falloit donc corriger le lieu des Tables en ajoutant 39 secondes à la longitude & retranchant 9 secondes de la latitude boréale.

D'où j'ai conclu l'instant de la conjonction vraie à Londres à $22^h\ 21'\ 21''$ temps vrai, & à $22^h\ 31'\ 2''$ à Paris.

La Lune étoit alors dans $0^s\ 12^d\ 9'\ 54''\frac{1}{2}$, avec une latitude boréale de $39'\ 26''$.

Avec le lieu des Tables ainsi corrigé, j'ai conclu pour Noslon.

	Diff. en longit. apparente.	*Lat. app. B.*	*Dist. des centres.*
A $10^h\ 37'\ 54''$	$-\ 1'\ 38''\frac{1}{2}$	$0'\ 34''$	$1'\ 44''$
10. 48. 29	$+\ 1.\ 45\ \frac{1}{2}$	1. 41	2. 26

Avec ces élémens, j'ai calculé la plus courte distance des centres $1'\ 2''\frac{1}{2}$ à $10^h\ 42'$.

Le demi-diamètre de la Lune * étoit alors de $14'\ 56''\frac{1}{4}$, & conséquemment la différence des demi-diamètres du Soleil & de la Lune étoit de $1'\ 3''\frac{1}{4}$; ainsi la distance du bord de la Lune au bord du Soleil étoit de $1''\frac{1}{4}$.

Il s'ensuit de ce que cette distance est très-petite, que l'anneau a dû être détruit presque aussitôt que formé; ce résultat appuie fortement l'observation de M. le Cardinal, & son observation sert à son tour de confirmation à l'observation de Londres; elle fait voir que celle-ci a fait connoître l'erreur des Tables

* Depuis que ce Mémoire a été lû, M. du Séjour, Conseiller au Parlement & reçu à l'Académie en 1764, a donné un excellent Mémoire sur le calcul des éclipses, dans lequel il examine la question de l'inflexion des rayons solaires qui rasent le bord de la Lune; il donne les formules qui servent à calculer ses effets : il a comparé les différentes observations de cette éclipse, & il a trouvé, comme je l'avois trouvé aussi, qu'elles ne s'accordoient pas à donner la même erreur des tables; en appliquant les formules aux observations, & supposant que la quantité de l'inflexion fût de $4''\frac{1}{2}$, il a trouvé l'accord le plus satisfaisant dans toutes les observations. Cet accord met hors de doute l'existence de l'inflexion des rayons, quelle qu'en soit la cause : or de ce que cette inflexion a dû augmenter le diamètre du Soleil, naît une nouvelle preuve que l'éclipse a dû être annulaire à Sens; M. du Séjour a décidé une des plus intéressantes questions de l'Astronomie.

assez exactement pour déterminer très-bien les limites du phénomène de l'anneau.

Il ne me reste plus qu'à rapporter les observations sur lesquelles nous avons établi la position de Nosson.

M. le Cardinal a mesuré l'angle que fait sa méridienne de Nosson avec un point pris dans la méridienne de Sens, & ayant mesuré sur la Carte de M. Cassini la distance de ces deux points de 2900 toises, il en a conclu la différence des méridiens de Sens & de Nosson 2″ 54‴ de temps, ou 43″ $\frac{1}{2}$ de l'arc du parallèle dont Nosson est à l'occident, ce qui place Nosson à 3′ 45″ de temps à l'orient de Paris.

Avec un quart-de-cercle de 3 pieds de rayon, j'ai observé les hauteurs méridiennes suivantes :

	Hauteurs vraies.			
Syrius	25ᵈ 20′ 54″	déclin. appar. 30 Mars 1764	16ᵈ 24′ 22″ $\frac{1}{2}$	A.
ν Gr. Chien	12. 53. 52 $\frac{1}{2}$		28. 51. 21.	A.
Procyon	47. 34. 9 $\frac{1}{2}$		5. 49. 2.	B.
ζ Hydre	48. 35. 39		6. 50. 13.	B.

D'où j'ai conclu les hauteurs de l'Équateur qui en résultent.

Par Syrius	41ᵈ 45′ 16″ $\frac{1}{2}$
Par ν du grand Chien	41. 45. 13 $\frac{1}{2}$
Procyon	41. 45. 7
ζ Hydre	41. 45. 16
Milieu	41ᵈ 45′ 13″ $\frac{1}{4}$
Latitude de Nosson	48. 14. 47



OBSERVATION DE L'ÉCLIPSE DE LUNE DU 17 MARS 1764.

Et de quelques autres Phénomènes célestes.

Par M. PINGRÉ.

29 Août 1764. J'AI fait cette observation en un lieu nommé *Graville*, où je m'étois transporté dans l'espérance d'y observer l'Éclipse annulaire du 1.er Avril de la même année.

Le Prieuré de Graville, desservi par des Chanoines réguliers mes confrères, est situé dans le pays de Caux, entre le Havre-de-Grace & Harfleur: on compte une lieue de Graville au Havre, je l'ai toujours trouvée assez longue. Sur la grande Carte de France, l'église de Graville est placée à environ 2370 toises de celle de Notre-Dame du Havre, j'ai trouvé à Graville la variation de l'éguille aimantée de $19^d \frac{3}{4}$ du nord à l'ouest; l'église de Notre-Dame du Havre, relevée à la boussole, me restoit à l'ouest de Graville $3^d \frac{1}{2}$ au sud; il m'est permis de conclure de ces déterminations, que Graville est à l'est $23^d \frac{1}{4}$ au nord de l'église de Notre-Dame du Havre à environ 2370 toises de distance.

Selon plusieurs hauteurs méridiennes du Soleil & des Étoiles fixes, observées tant du côté du nord que du côté du sud, la latitude de Graville est de $49^d\ 30'\ 25''$; ainsi la latitude de Notre-Dame du Havre seroit de $49^d\ 29'\ 26''$.

Je n'ai eu qu'une seule occasion relative à la détermination de la longitude: le 21 Mars à $14^h\ 39'$, temps vrai, j'ai observé l'immersion de π ♏ dans la partie claire de la Lune; vu la clarté du disque, j'aurai pu marquer cette phase un très-petit nombre de secondes trop tôt; l'immersion s'est faite entre les taches que Riccioli nomme *Skikardus* & *Tycho*, dans la

partie méridionale de la Lune; à 15^h 19′ 35″, émersion bien certaine de la partie obscure de la Lune vis-à-vis la tache nommée par Hevelius l'*Antilban*. Je n'ai trouvé jusqu'à présent aucune observation correspondante à celle-ci : si elle peut servir à la détermination de la longitude de Graville, on pourra facilement en inférer celle du Havre; selon la position respective de ces deux lieux, telle que nous l'avons rapportée ci-dessus, l'église du Havre est plus occidentale que Graville de 14 secondes de temps, ou de 3′ 31″ de degré.

Le 17 Mars, le ciel, assez beau tout le jour, se couvrit vers le soir, & m'ôta presque toute espérance d'observer l'éclipse de Lune : je ne me décourageai cependant pas, & je résolus d'attendre jusqu'à la fin de l'éclipse; des nuées moins épaisses me permirent, à 10^h 46′ 43″, de voir que l'éclipse étoit commencée de plus d'un doigt, autant que j'en pus juger à la vue simple; à 11^h 3′ 15″, j'aperçus au travers des nuages que Thycho, Képler & plusieurs autres taches étoient déjà dans l'ombre; le ciel fut ensuite absolument couvert durant plus d'une heure.

A	12^h	8′	48″	l'éclipse est de 8 doigts 19 minutes.
	12.	21.	35	Grimaldi entièrement découvert est distant de l'ombre d'environ un tiers de sa longueur.
	12.	33.	13	l'éclipse est de 7 doigts 25 minutes.
	12.	55.	18 $\frac{1}{2}$	elle est de 4 doigts 46 minutes.

Les observations précédentes ont été faites, comme à la volée, entre les nuages; le ciel fut ensuite très-clair jusqu'à la fin de l'éclipse.

A	13^h	0′	37″	le dernier bord de Thycho se découvre.
	13.	4.	39	émersion de *Taruntius*.
	13.	6.	22	fin de l'émersion de la mer des Crises.
	13.	11.	59 $\frac{1}{2}$	la mer de Nectar commence à sortir.
	13.	14.	32 $\frac{1}{2}$	*Firmicus* entièrement dehors.
	13.	15.	49	Fracastor entièrement sorti.
	13.	16.	19	fin de l'émersion de la mer de Nectar.

A 13h 20′ 35″	émersion de *Langrenus*.
13. 20. 35	émersion totale de la mer des Pluies.
13. 25. 13	je vois le bord de la Lune bien terminé.
13. 25. 42	la fin de l'éclipse me paroît plus décidée.
13. 40. 0	il reste bien peu de pénombre.
13. 46. 0	le bord occidental du disque me paroît encore un peu plus terne que les autres bords.

Ces observations sont faites avec une bonne lunette à deux verres, de 5 pieds de longueur.

M. Steigenberger, Chanoine régulier de Polling en haute Bavière, a observé la fin de l'éclipse à 13h 25′ 22″; il se servoit d'une lunette de 2 pieds.

Nous nous disposions à observer pareillement l'éclipse de Soleil du 1.er Avril; M. Desmarest nous avoit joints & nous avoit même amené un quatrième Observateur, sans compter M. Mistral, Commissaire général de la Marine, Ordonnateur au Havre, & M. Gallon, Ingénieur en chef & Correspondant de l'Académie. Ces deux Messieurs n'étoient pas contens de nous avoir procuré tous les secours qui avoient pu dépendre d'eux, leur zèle les engageoit à vouloir prendre toute la part possible au succès de notre observation; des lunettes de différentes longueurs montées sur des machines différentes, tant parallactiques que verticales & horizontales; des micromètres en assez grand nombre, des verres colorés avoient été mis dans l'état convenable; la Pendule, qui m'avoit été obligeamment prêtée par son constructeur M. Prevôt, Horloger du Havre, étoit parfaitement réglée; nous nous étions assigné à chacun notre tâche; les uns devoient donner toute leur attention à la partie astronomique de l'observation; la partie physique étoit du ressort des autres; tout étoit disposé : le temps fut couvert durant toute la durée de l'éclipse. Voici tout ce que nous avons pu remarquer.

5 minutes avant 9 heures, le thermomètre de M. de Reaumur étoit à 8 degrés au-dessus du terme de la congélation.

A 9h 13′ il étoit un peu au-dessous de 8 degrés.

A 9h 35′ le Soleil a paru un inſtant; nous l'avons jugé éclipſé de trois doigts ou trois doigts & demi.

10. 4 thermomètre à $7^d \frac{3}{4}$.
10. 22 il eſt à $7^d \frac{1}{2}$.
10. 35 il eſt à $7^d \frac{1}{4}$.
10. 44 nous jugeons l'éclipſe de neuf doigts; le Soleil paroiſſant, mais fort trouble, entre les nuages.
10. 54 thermomètre à $7^d \frac{2}{5}$.
11. 6 il eſt à $7^d \frac{4}{5}$.
11. 15 preſque 8 degrés.
11. 30 de même.
11. 45 un peu au-deſſus de 8 degrés.
11. 53 il eſt à $8^d \frac{1}{4}$.
midi il eſt à $8^d \frac{1}{2}$.

Vers 10 heures & demie, il y a eu une obſcurité ſenſible; on eſt généralement convenu qu'elle étoit occaſionnée, du moins en partie, par l'éclipſe: je crois qu'on auroit eu de la peine à lire dans une chambre, à moins que ce n'eût été au voiſinage de la fenêtre.

A Octeville, village qui n'eſt diſtant de Graville que de deux petites lieues vers le nord-nord-oueſt, on a vu ſans lunette, entre les nuages, l'éclipſe annulaire; on n'a pu me donner à ce ſujet aucun éclairciſſement ultérieur; on a bien voulu me perſuader qu'il n'étoit point alors plus de $10^h \frac{1}{4}$; mais j'ai de la peine à croire que cette détermination, fondée ſur de ſimples montres, ſoit exacte.



RECHERCHES SUR LE DEGRÉ DES ÉQUATIONS RÉSULTANTES DE L'ÉVANOUISSEMENT DES INCONNUES,

Et sur les moyens qu'il convient d'employer pour trouver ces Équations.

Par M. BÉZOUT.

LES Recherches dont je vais exposer les résultats dans ce Mémoire, doivent naissance à celles dont je continue de m'occuper sur la résolution algébrique des équations; quelque route qu'on prenne pour résoudre ce dernier problème, on aura toujours à éliminer plusieurs inconnues dont les rapports seront exprimés par des équations plus ou moins élevées; c'est donc préparer les voies que de travailler à perfectionner les méthodes d'élimination; & pour y parvenir, le problème qu'on doit se proposer est, ce me semble, *de déterminer à quel degré doit monter l'équation résultante de l'élimination:* en effet, cette connoissance une fois établie, on a, si je puis m'exprimer ainsi, la pierre de touche à l'aide de laquelle on peut juger du mérite des méthodes qu'on se propose d'employer pour éliminer.

Si les méthodes d'élimination n'avoient d'autre utilité que leur application à la résolution algébrique des équations, je me serois contenté de ce qui peut avoir rapport à ce dernier objet & je l'aurois réuni avec ce que j'ai pu trouver jusqu'à présent sur cette matière; mais ces méthodes ont une application beaucoup plus étendue & telle qu'elles deviennent indispensables dans tous les problèmes où il y a plus d'une inconnue. En effet, si on a des méthodes pour résoudre, par approximation, les problèmes déterminés lorsqu'on n'a qu'une seule équation, on n'en

n'en a pas de même pour les résoudre par approximation lorsque les relations des inconnues, qui en sont l'objet, restent, pour ainsi dire, dispersées dans plusieurs équations; ainsi quand même on seroit condamné pour toujours à résoudre par approximation, les méthodes d'élimination n'en seroient pas moins indispensables.

Mais pour ne point envelopper dans mon travail ce qui peut appartenir à d'autres, je crois devoir donner un tableau de l'état présent de l'analyse considérée relativement à cette partie.

M. Newton est le premier, je pense, qui ait donné des méthodes générales pour éliminer les inconnues : ces méthodes s'appliquent avec succès à un certain nombre d'exemples choisis; mais lorsqu'on les applique à des degrés un peu élevés, elles conduisent à des équations qui, à la vérité, renferment les racines utiles au problème, mais qui en admettent en même temps d'inutiles, & cela en nombre d'autant plus grand, que le nombre des équations & le degré de chacune deviennent plus élevés : cet inconvénient fait naître deux difficultés; celle de démêler les racines utiles d'avec les inutiles, & celle d'être obligé souvent d'abandonner comme interminable un calcul qu'avec une autre méthode on peut conduire à sa fin.

Ces difficultés ont frappé M.[rs] Euler *(a)* & Cramer *(b)*, & l'un & l'autre de ces deux savans Analystes y ont apporté remède, mais uniquement pour le cas où l'on n'auroit que deux équations & deux inconnues; les méthodes qu'ils ont données sont très-dignes de la sagacité de leurs auteurs, & je n'aurois pas été tenté d'en chercher de nouvelles si elles eussent été également applicables à un plus grand nombre d'équations; mais telle est la nature de ces méthodes, qu'elle exige que pour éliminer on compare les équations deux à deux : or on verra dans la suite de ce Mémoire, que ce procédé conduit à des équations beaucoup plus élevées qu'il ne faut, & pour n'en

(a) Mémoires de l'Académie de Berlin, *année 1748.*

(b) Introduction à l'Analyse des lignes courbes algébriques, *dans l'appendice.*

citer qu'un exemple, qui certainement n'eſt pas le plus frappant; ſi l'on a trois équations du 3.e degré, par exemple, & qu'on élimine par la comparaiſon des équations deux à deux, l'équation finale ſera du 81.e degré; cependant nous verrons qu'elle ne doit pas paſſer le 49.e

La méthode de Newton n'exige pas, à la vérité, qu'on élimine par la comparaiſon des équations deux à deux; mais elle n'en a pas pour cela aucun avantage ſur celle de M.rs Euler & Cramer, dans le cas où l'on a plus de deux équations; au contraire, elle fait encore acquérir à l'équation finale de nouveaux facteurs inutiles.

Mais ce qui rendra encore plus ſenſible le beſoin que l'on a de méthodes d'élimination, c'eſt la réflexion ſuivante.

Tant qu'on n'a que deux équations & deux inconnues, de quelque manière qu'on s'y prenne pour éliminer, on parviendra à une équation qui, ſi elle eſt plus élevée qu'elle ne doit être, aura un diviſeur; à la vérité le travail qu'il faudra faire pour trouver ce diviſeur, ſera de nature, dans pluſieurs cas, à rebuter le Calculateur le plus intrépide; mais enfin il eſt trouvable: il n'en eſt pas de même quand, ayant plus de deux équations, on élimine en les comparant deux à deux; quand on ne feroit monter chaque équation réſultante de l'évanouiſſement d'une inconnue qu'au degré précis où elle doit monter, en vain chercheroit-on dans chacune le diviſeur qui, en les abaiſſant, feroit que l'équation finale ſeroit d'un moindre degré; aucune n'aura de diviſeur; ce ne pourra être qu'en les comparant entr'elles qu'on trouvera une équation qui aura en effet un diviſeur; mais quel eſt le fil qui conduiroit dans ce labyrinthe! C'eſt ce qu'il n'eſt pas aiſé de déterminer: heureuſement on peut s'en paſſer, en employant les méthodes que nous propoſons dans ce Mémoire. Je crois donc pouvoir dire, qu'excepté le cas où l'on n'a que deux équations, on n'a pas de méthode certaine pour conduire l'équation finale directement au degré qu'elle ne doit pas paſſer, non plus que pour déterminer quel doit être ce degré.

Ce ſont-là les deux objets que je me ſuis propoſé dans

ce Mémoire. Quoique les équations à deux inconnues aient été traitées, j'ai pensé qu'il ne seroit pas inutile de revenir sur cet objet, non que je prétende décider ma méthode préférable à celle que M.rs Euler & Cramer ont donnée pour ce cas seulement, mais parce que cette même méthode étant uniforme, j'ai cru me rendre plus clair en fortifiant l'analogie par la réunion de ce cas avec les autres, & en même temps parce que dans un travail aussi long que l'est souvent celui de l'élimination, il n'est pas inutile de multiplier les méthodes sur lesquelles les Calculateurs peuvent porter leur choix.

Je réduis, dans ce Mémoire, tout le travail de l'élimination, à quelque degré que montent les équations, je le réduis, dis-je, à éliminer des inconnues au 1.er degré; il n'y a encore que fort peu de temps qu'on a une méthode pour trouver la valeur des inconnues dans les équations du 1.er degré d'une manière simple & sans que cette valeur soit compliquée de quelque facteur inutile; quand ces équations ont toute la généralité dont elles sont susceptibles, la méthode ordinaire les donne sous une forme plus compliquée qu'elles ne sont réellement.

M. Cramer a donné une règle générale pour les exprimer toutes débarrassées de ce facteur: j'aurois pu m'en tenir à cette règle; mais l'usage m'a fait connoître que quoiqu'elle soit assez simple, quant aux lettres, elle ne l'est pas de même à l'égard des signes lorsqu'on a au-delà d'un certain nombre d'inconnues à calculer; j'ai donc cru devoir revenir sur cet objet. Il me semble avoir réduit le travail à n'exiger d'autre attention que celle qu'il faut pour écrire des lettres: quoique le lemme suivant, qui la renferme, ne l'énonce pas expressément, il sera facile de l'en déduire; je ne crois pas devoir m'y arrêter, n'ayant pas tant à calculer ces inconnues elles-mêmes que le résultat de leur substitution dans l'une des équations, & c'est proprement ce que renferme ce même lemme. Je me borne, dans ce Mémoire, à éliminer les inconnues dans les équations de différens degrés, l'une après l'autre: si le temps me permet de pousser plus loin mes recherches, je ne désespère pas d'ajouter quelque degré de perfection à ces méthodes.

LEMME I.

Si l'on a un nombre n d'équations du premier degré qui renferment chacune un pareil nombre d'inconnues, ſans aucun terme abſolument connu, on trouvera par la règle ſuivante la relation que doivent avoir les coëfficiens de ces inconnues pour que toutes ces équations aient lieu.

Soient a, b, c, d, &c. les coëfficiens de ces inconnues dans la première équation.

a', b', c', d', &c. les coëfficiens des mêmes inconnues dans la ſeconde équation.

a'', b'', c'', d'', &c. ceux de la troiſième & ainſi de ſuite.

Formez les deux permutations ab & ba & écrivez $ab - ba$; avec ces deux permutations & la lettre c, formez toutes les permutations poſſibles, en obſervant de changer de ſigne toutes les fois que c changera de place dans ab & la même choſe à l'égard de ba; vous aurez

$$abc - acb + cab - bac + bca - cba.$$

Avec ces ſix permutations & la lettre d, formez toutes les permutations poſſibles, en obſervant de changer de ſigne à chaque fois que d changera de place dans un même terme; vous aurez

$$abcd - abdc + adbc - dabc - acbd + acdb - adcb + dacb + cabd - cadb + cdab - dcab$$
$$- bacd + badc - bdac + dbac + bcad - bcda + bdca - dbca - cbad + cbda - cdba + dcba$$

& ainſi de ſuite juſqu'à ce que vous ayez épuiſé tous les coëfficiens de la première équation.

Alors conſervez les lettres qui occupent la première place; donnez à celles qui occupent la ſeconde, la même marque qu'elles ont dans la ſeconde équation; à celles qui occupent la troiſième, la même marque qu'elles ont dans la troiſième équation, & ainſi de ſuite; égalez enfin le tout à zéro & vous aurez l'équation de condition cherchée.

Ainſi ſi vous avez deux équations & deux inconnues comme

$$ax + by = 0$$
$$a'x + b'y = 0$$

L'équation de condition sera $ab' - ba' = 0$ ou $ab' - a'b = 0$.

Si vous avez trois équations & trois inconnues comme il suit :

$$a\,x + b\,y + c\,z = 0$$
$$a'\,x + b'\,y + c'\,z = 0$$
$$a''\,x + b''\,y + c''\,z = 0$$

l'équation de condition sera

$$ab'c'' - ac'b'' + ca'b'' - ba'c'' + bc'a'' - cb'a'' = 0,$$

ou

$$ab'c'' - ab''c' + a'b''c - a'bc'' + a''bc' - a''b'c = 0,$$

Si vous avez quatre équations & quatre inconnues comme il suit :

$$a\,x + b\,y + c\,z + d\,t = 0$$
$$a'\,x + b'\,y + c'\,z + d'\,t = 0$$
$$a''\,x + b''\,y + c''\,z + d''\,t = 0$$
$$a'''\,x + b'''\,y + c'''\,z + d'''\,t = 0$$

l'équation de condition, après avoir rétabli l'ordre alphabétique, sera

$$\begin{aligned} & a\,b'c''d''' - a\,b'c'''d'' + a\,b''c'''d' - a'b''c'''d - a\,b''c'd''' \\ & + a\,b'''c'd'' - a\,b'''c''d' + a'b'''c''d + a'b''c\,d''' - a'b'''c\,d'' \\ & + a''b'''c\,d' - a''b'''c'd - a'b\,c''d''' + a'b\,c'''d'' - a''b\,c'''d' \\ & + a''b'c'''d + a''b\,c'd''' - a'''b\,c'd'' + a'''b\,c''d' - a'''b'c''d \\ & - a''b'c\,d''' + a'''b'c\,d'' - a'''b''c\,d' + a'''b''c'd = 0; \end{aligned}$$

mais comme ces équations de condition doivent servir de formules pour l'élimination dans les équations de différens degrés, il convient de leur donner une forme qui rende les substitutions le moins pénibles qu'il se pourra ; pour cet effet, je les mets sous cette forme :

$$ab' - a'b = 0,$$
$$(a\,b' - a'b)\,c'' + (a''b - a\,b'')\,c' + (a'b'' - a''b')\,c = 0,$$
$$\begin{aligned} & [(a\,b' - a'b)\,c'' + (a''b - a\,b'')\,c' + (a'b'' - a''b')\,c]\,d''' \\ & + [(a'b - a\,b')\,c''' + (a\,b''' - a'''b)\,c' + (a'''b' - a'b''')\,c]\,d'' \\ & + [(a'''b - ab''')\,c'' + (a\,b'' - a''b)\,c''' + (a''b''' - a'''b'')\,c]\,d' \\ & + [(a'b''' - a'''b')\,c'' + (a'''b'' - a''b''')\,c' + (a''b' - a'b'')\,c''']\,d = 0. \end{aligned}$$

Cette nouvelle forme a deux avantages ; le premier, de rendre les substitutions à venir, plus commodes ; le deuxième, c'est d'offrir une règle encore plus simple pour la formation de ces formules.

En effet, il est facile de remarquer 1.° que le premier terme de l'une quelconque de ces équations, est formé du premier membre de l'équation précédente, multiplié par la première des lettres qu'elle ne renferme point, cette lettre étant affectée de la marque qui suit immédiatement la plus haute de celles qui entrent dans ce même membre.

2.° Le deuxième terme se forme du premier, en changeant dans celui-ci la plus haute marque en celle qui est immédiatement au-dessous & réciproquement, & de plus en changeant les signes.

3.° Le troisième, se forme du premier, en changeant dans celui-ci la plus haute marque en celle de deux numéros au-dessous & réciproquement, & de plus en changeant les signes.

4.° Le quatrième, se forme du premier, en changeant dans celui-ci la plus haute marque en celle de trois numéros au-dessous & réciproquement, & changeant les signes, & toujours de même pour les suivans.

Par exemple, la deuxième équation de condition a pour premier terme $ab' - a'b$, qui est le premier membre de la première, multiplié par c'', qui est la lettre qui suit immédiatement les lettres a & b, & qui a la marque $''$ qui suit immédiatement la marque $'$, la plus haute de celles qui entrent dans $ab' - a'b$.

Le deuxième terme de cette seconde équation de condition est $(a''b - ab'')\,c'$, qui n'est autre chose que $(ab' - a'b)\,c''$, dans lequel on a changé les signes, & $''$ en $'$, & $'$ en $''$; & ainsi de suite.

D'après ces observations, il sera facile de voir que l'équation de condition pour cinq inconnues & cinq équations, sera

$$\left.\begin{array}{l}
[(a\,b' - a'\,b\,)\,c'' + (a''\,b - a\,b'')\,c' + (a'\,b'' - a''\,b')\,c\,]\,d''' \\
+\,[(a'\,b - a\,b'\,)\,c''' + (a\,b''' - a'''\,b\,)\,c' + (a'''\,b' - a'\,b''')\,c\,]\,d'' \\
+\,[(a'''\,b - a\,b''')\,c'' + (a\,b'' - a''\,b\,)\,c''' + (a''\,b''' - a'''\,b'')\,c\,]\,d' \\
+\,[(a'\,b''' - a'''\,b'\,)\,c'' + (a'''\,b'' - a''\,b''')\,c' + (a''\,b' - a'\,b'')\,c'''\,]\,d
\end{array}\right\}e''''$$

$$\left.\begin{array}{l}
+\,[(a'\,b - a\,b'\,)\,c'' + (a\,b'' - a''\,b\,)\,c' + (a''\,b' - a'\,b'')\,c\,]\,d'''' \\
+\,[(a\,b' - a'\,b\,)\,c'''' + (a''''\,b - a\,b'''')\,c' + (a'\,b'''' - a''''\,b'\,)\,c\,]\,d'' \\
+\,[(a\,b'''' - \text{[illegible]}\,)\,c'' + (a''\,b - a\,b'')\,c'''' + (a''''\,b'' - a''\,b'''')\,c\,]\,d' \\
+\,[(a''''\,b' - a'\,b'''')\,c'' + (a''\,b'''' - a''''\,b'')\,c' + (a'\,b'' - a''\,b'\,)\,c''''\,]\,d
\end{array}\right\}e'''$$

$$\left.\begin{array}{l}
+\,[(a'\,b - a\,b'\,)\,c'''' + (a\,b'''' - a''''\,b\,)\,c' + (a''''\,b' - a'\,b'''')\,c\,]\,d''' \\
+\,[(a\,b' - a'\,b\,)\,c''' + (a'''\,b - a\,b''')\,c' + (a'\,b''' - a'''\,b'\,)\,c\,]\,d'''' \\
+\,[(a\,b''' - a'''\,b\,)\,c'''' + (a''''\,b - a\,b'''')\,c''' + (a'''\,b'''' - a''''\,b''')\,c\,]\,d' \\
+\,[(a'''\,b' - a'\,b''')\,c'''' + (a''''\,b''' - a'''\,b'''')\,c' + (a'\,b'''' - a''''\,b'\,)\,c'''\,]\,d
\end{array}\right\}e''$$

$$\left.\begin{array}{l}
+\,[(a''''\,b - a\,b'''')\,c'' + (a\,b'' - a''\,b\,)\,c'''' + (a''\,b'''' - a''''\,b''\,)\,c\,]\,d' \\
+\,[(a\,b'''' - a''''\,b)\,c''' + (a'''\,b - a\,b''')\,c'''' + (a''''\,b''' - a'''\,b'''')\,c\,]\,d'' \\
+\,[(a\,b''' - a'''\,b\,)\,c'' + (a''\,b - a\,b''\,)\,c''' + (a'''\,b'' - a''\,b''')\,c\,]\,d'''' \\
+\,[(a'''\,b'''' - a''''\,b''')\,c'' + (a''\,b''' - a'''\,b''\,)\,c'''' + (a''''\,b'' - a''\,b'''')\,c'''\,]\,d
\end{array}\right\}e'$$

$$\left.\begin{array}{l}
+\,[(a'\,b'''' - a''''\,b'\,)\,c'' + (a''''\,b'' - a''\,b'''')\,c' + (a''\,b' - a'\,b''\,)\,c''''\,]\,d''' \\
+\,[(a'''\,b' - a'\,b'''')\,c''' + (a'''\,b'''' - a''''\,b''')\,c' + (a'\,b''' - a'''\,b'\,)\,c''''\,]\,d'' \\
+\,[(a''''\,b''' - a'''\,b'''')\,c'' + (a''\,b'''' - a''''\,b'')\,c''' + (a'''\,b'' - a''\,b'''\,)\,c''''\,]\,d' \\
+\,[(a'''\,b' - a'\,b''')\,c'' + (a''\,b''' - a'''\,b'')\,c' + (a'\,b'' - a''\,b'\,)\,c'''\,]\,d''''
\end{array}\right\}e$$

$$= 0.$$

COROLLAIRE.

Chacun des termes de l'équation de condition a donc essentiellement le même nombre de facteurs, & ces facteurs sont tellement combinés que jamais, dans un même terme, il ne s'y en rencontre deux qui appartiennent à une même inconnue.

LEMME II.

Si on a un nombre quelconque n de quantités $a, b, c, d, e,$ &c. & qu'au-dessous de chacune de ces quantités, on écrive les progressions arithmétiques suivantes,

$$\begin{array}{llllll}
a, & b, & c, & d, & e, & f \\
a+k, & b+k, & c+k, & d+k, & e+k, & f+k \\
a+2k, & b+2k, & c+2k, & d+2k, & e+2k, & f+2k \\
a+3k, & b+3k, & c+3k, & d+3k, & e+3k, & f+3k \\
a+4k, & b+4k, & c+4k, & d+4k, & e+4k, & f+4k \\
a+5k, & b+5k, & c+5k, & d+5k, & e+5k, & f+5k
\end{array}$$

en continuant les progreſſions juſqu'à ce que le nombre des termes de chacune ſoit égal au nombre n des quantités, je dis que dans quelque ordre qu'on ajoute n termes de ces progreſſions, pourvu qu'on n'y comprenne jamais deux termes d'une même colonne ni deux termes d'une même bande, la ſomme ſera toujours la même & $= S + n \cdot \frac{n-1}{2} k$, S marquant la ſomme des termes qui compoſent la première bande.

Cette propoſition eſt ſi facile à démontrer, que je ne m'y arrêterai pas.

Il eſt encore évident que la propoſition eſt la même ſi les progreſſions étoient telles qu'il ſuit :

$$\begin{array}{llllll}
a, & b-3k, & c-2k, & d+3k, & e, & f+k \\
a+1k, & b-2k, & c-k, & d+4k, & e+k, & f+2k \\
a+2k, & b-k, & c, & d+5k, & e+2k, & f+3k \\
a+3k, & b, & c+k, & d+6k, & e+3k, & f+4k \\
a+4k, & b+k, & c+2k, & d+7k, & e+4k, & f+5k \\
a+5k, & b+2k, & c+3k, & d+8k, & e+5k, & f+6k
\end{array}$$

la ſomme ſera toujours égale à la ſomme des termes qui compoſent la première bande, $+ n \cdot \frac{n-1}{2} k$, c'eſt-à-dire, dans le cas préſent, $= a + b + c + d + e + f - 3k - 2k + 3k + k + 6 \cdot \frac{5}{2} k = a + b + c + d + e + 14k$.

Les progreſſions pourroient encore ne pas commencer toutes à la

à la même ligne & même avoir plusieurs lacunes; la somme des termes pris suivant l'énoncé du lemme, sera toujours la même; bien entendu qu'on ajoutera réellement n termes, c'est-à-dire qu'on ne comptera point une lacune pour un terme: ainsi si l'on avoit

$$\begin{array}{lllll} a, & b, & & & \\ a+k, & b+k, & c-k, & d+k, & e, \\ a+2k, & & c, & & e+k, \\ a+3k, & b+3k, & c+k, & d+3k, & e+2k, \\ a+4k, & b+4k, & & d+4k, & e+3k, \end{array}$$

si vous prenez cinq termes, de manière qu'il ne s'en trouve point deux d'une même colonne, ni deux d'une même bande, vous aurez toujours $a+b+c+d+e+7k$.

L'expression générale de la somme sera encore $S + n \cdot \frac{n-1}{2} k$, en entendant par S la somme des termes qui composeroient la première bande, si les progressions étoient prolongées jusqu'à cette bande; ainsi dans le cas présent où ces termes seroient $a, b, c-2k, d, e-k$, on auroit $S = a+b+c-2k+d+e-k$, & par conséquent la somme cherchée $= a+b+c-2k+d+e-k+5 \cdot \frac{4}{2} k = a+b+c+d+e+7k$.

COROLLAIRE.

Puisque les coëfficiens des inconnues, que nous avons considérées dans le *lemme I*, entrent toujours dans la composition de chaque terme de l'équation de condition, en pareil nombre, & de manière que jamais deux coëfficiens d'une même inconnue ne s'y rencontrent, il s'ensuit que si ces coëfficiens étoient des fonctions d'une ou de plusieurs quantités dont la plus haute dimension formât, dans les coëfficiens d'une même inconnue, une progression arithmétique, & si en même temps ces progressions avoient toutes une différence commune, il s'ensuit,

dis-je, que dans l'équation de condition, la plus haute dimension des quantités, dont les coëfficiens sont des fonctions, seroit $S + n \cdot \frac{n-1}{2} k$, S marquant la somme des plus hautes dimensions dans les coëfficiens de la première équation, ou ce que cette somme seroit si toutes les progressions étoient prolongées jusqu'à cette équation, & k la différence des plus hautes dimensions d'une équation à l'autre.

APPLICATION de ce qui précède, à la recherche de la plus haute dimension de l'équation finale, résultante de l'évanouissement des inconnues dans les équations de plusieurs degrés.

I.

Des Équations à deux inconnues.

Soient $\begin{cases} A x^m + B x^{m-1} + C x^{m-2} + D x^{m-3} + E x^{m-4} + \ldots\ldots V = 0 \ (L) \\ A' x^{m'} + B' x^{m'-1} + C' x^{m'-2} + D' x^{m'-3} + E' x^{m'-4} + \ldots\ldots V' = 0 \ (L') \end{cases}$

deux équations dans lesquelles A, B, C, D, &c. soient des fonctions d'une même inconnue y, & de connues; savoir A, de p dimensions; B, de $p + 1$ dimensions; C, de $p + 2$ dimensions, & ainsi de suite; & que A', B', C', &c. aient aussi des dimensions qui soient exprimées respectivement par $p', p' + 1, p' + 2$, &c. La question d'éliminer x, se réduit à trouver une fonction de x, par laquelle multipliant la première équation, & une autre fonction de x, par laquelle multipliant la seconde, la somme des deux produits soit telle que chaque puissance de x disparoisse; alors l'équation, réduite à son terme sans x, exprimera nécessairement l'équation en y, nécessaire pour que les équations proposées aient lieu.

Soient donc $\begin{cases} M x^n + N x^{n-1} + P x^{n-2} + Q x^{n-3} + R x^{n-4} + \ldots\ldots\ldots T \\ M' x^{n'} + N' x^{n'-1} + P' x^{n'-2} + Q' x^{n'-3} + R' x^{n'-4} + \ldots\ldots\ldots T' \end{cases}$

ces deux fonctions de x; en faisant les multiplications, on aura

$$\begin{array}{lllllll}
AMx^{m+n} & + BMx^{m+n-1} & + CMx^{m+n-2} & + DMx^{m+n-3} & + EMx^{m+n-4} & + \ldots & VT = 0 \\
+ A'M'x^{m'+n'} & + ANx^{m+n-1} & + BNx^{m+n-2} & + CNx^{m+n-3} & + DNx^{m+n-4} & & + V'T' \\
 & + B'M'x^{m'+n'-1} & + APx^{m+n-2} & + BPx^{m+n-3} & + CPx^{m+n-4} & & \\
 & + A'N'x^{m'+n'-1} & + C'M'x^{m'+n'-2} & + AQx^{m+n-3} & + BQx^{m+n-4} & & \\
 & & + B'N'x^{m'+n'-2} & + D'M'x^{m'+n'-3} & + ARx^{m+n-4} & & \\
 & & + A'P'x^{m'+n'-2} & + C'N'x^{m'+n'-3} & + E'M'x^{m'+n'-4} & & \\
 & & & + B'P'x^{m'+n'-3} & + D'N'x^{m'+n'-4} & & \\
 & & & + A'Q'x^{m'+n'-3} & + C'P'x^{m'+n'-4} & & \\
 & & & & + B'Q'x^{m'+n'-4} & & \\
 & & & & + A'R'x^{m'+n'-4} & &
\end{array}$$

& la condition que chaque puissance de x disparoisse, donnera les équations suivantes, $m + n = m' + n'$, &

$$\begin{array}{r}
AM + A'M' = 0 \\
AN + A'N' + BM + B'M' = 0 \\
AP + A'P' + BN + B'N' + CM + C'M' = 0 \\
AQ + A'Q' + BP + B'P' + CN + C'N' + DM + D'M' = 0 \\
AR + A'R' + BQ + B'Q' + CP + C'P' + DN + D'N' + EM + E'M' = 0 \text{ \&c;}
\end{array}$$

& par conséquent $VT + V'T' = 0$.

Il faut de plus que le nombre des coëfficiens indéterminés, soit égal au nombre total de ces équations, c'est-à-dire $= m + n + 1$; car quoique le nombre des puissances de x ne soit que $m + n$; comme chaque terme qui entre dans les équations ci-dessus est affecté d'une quantité inconnue, il y aura nécessairement une de ces inconnues qui restera indéterminée, & qui disparoîtra par la division lorsqu'on substituera dans l'équation $VT + V'T' = 0$;

donc $m + n + 1 = n + 1 + n' + 1$,

& par conséquent $n' = m - 1$ & $n = m' - 1$.

Donc si on a deux équations où x soit dans l'une au degré m, & dans l'autre au degré m'; pour en éliminer x, il faudra multiplier la première par un polynome indéterminé du degré $m' - 1$, & la seconde par un polynome indéterminé du degré $m - 1$, les ajouter & égaler à zéro les coëfficiens de chaque puissance de x, le dernier terme de la somme, sera l'équation en y.

On pourroit, en effet, ſuivre cette méthode; mais comme nous en donnerons, ci-après, une plus expéditive, nous ne conſidérerons les équations que nous venons d'expoſer, que relativement au parti qu'on en peut tirer pour déterminer le degré de l'équation en y.

Il eſt facile de voir à l'inſpection de ces équations, que les coëfficiens d'une même inconnue M ou N &c. M' ou N', &c. ont des dimenſions en progreſſion arithmétique, & que toutes ces progreſſions ont la même raiſon ou différence. Donc elles ſont dans le cas du corollaire du lemme II, & par conſéquent la plus haute dimenſion de y dans l'équation finale, ſera, généralement parlant, $S + (m + n + 1) \times (\frac{m+n}{2k})$; il s'agit donc d'avoir les valeurs de S & de k; or 1.° $k = 1$; 2.° il eſt facile de voir que ſi les progreſſions étoient prolongées juſqu'à la première équation, les coëfficiens de M, N, P, Q, R, &c. auroient pour dimenſion $p, p - 1, p - 2, p - 3, p - 4$, & ceux de M', N', P', Q', R', auroient $p', p' - 1, p' - 2, p' - 3, p' - 4$, &c. ces deux progreſſions ayant, la première $n + 1$ termes, & la ſeconde $n' + 1$ termes; donc S eſt égale à la ſomme de ces deux progreſſions, c'eſt-à-dire que $S = (2p - n) \cdot \frac{n+1}{2} + (2p' - n') \times \frac{n'+1}{2}$; donc ſi on nomme G la plus haute dimenſion cherchée de l'équation finale, on aura $G = (m + n + 1) \times (\frac{m+n}{2}) + (2p - n) \cdot \frac{n+1}{2} + (2p' - n') \cdot \frac{n'+1}{2}$, qui en ſubſtituant pour n & n' leurs valeurs trouvées ci-deſſus, devient enfin $G = mm' + pm' + p'm$.

REMARQUE.

La valeur de p & celle de p' ne doivent pas toujours ſe prendre à l'inſpection du coëfficient A & du coëfficient A', il faut partir du terme où la ſomme des expoſans de x & y eſt

la plus forte, & retrancher de cette somme l'exposant de x dans le premier terme; le nombre qu'on aura par cette soustraction sera ce qu'on doit prendre pour p, par exemple, si on avoit les deux équations suivantes:

$$a^3 x^5 y - 2 a^4 y^2 x^3 + y^8 x - a^9 = 0,$$
$$\& \; a^3 x^3 - 3 a^3 x y^2 + y^5 x - y^6 = 0;$$

la plus forte somme des exposans de x & de y, dans la première, est 9, dont je retranche l'exposant 5 de x dans le premier terme; ce qui donne $p = 4$. On trouvera de même que dans la seconde $p' = 3$, & par conséquent l'équation en y ne peut passer le degré $5 \times 3 + 4 \times 3 + 5 \times 3$, c'est-à-dire le degré 42.

Au reste, la formule G n'indique le véritable exposant de l'équation finale que pour les équations à deux inconnues, considérées dans leur plus grande généralité; mais pour les cas particuliers, elle est la limite de cet exposant. La méthode que nous donnerons plus bas, pour éliminer, mettra à portée d'estimer cet exposant avec plus de précision dans chaque cas particulier.

II.

Des Équations à trois inconnues.

$$\text{Soient}\begin{cases} A x^m + B x^{m-1} + C x^{m-2} + D x^{m-3} + \ldots\ldots V = 0 \\ A' x^{m'} + B' x^{m'-1} + C' x^{m'-2} + D' x^{m'-3} + \ldots\ldots V' = 0 \\ A'' x^{m''} + B'' x^{m''-1} + C'' x^{m''-2} + D'' x^{m''-3} + \ldots\ldots V'' = 0 \end{cases}$$

Trois équations dans lesquelles A, B, C, &c. A', B', C', &c. A'', B'', C'', &c. soient des fonctions des deux inconnues y & z & de connues, telles que les dimensions de A, B, C, &c. soient p, $p + 1$, $p + 2$, &c. celles de $A'\, B'\, C'$, &c. soient p', $p' + 1$, $p' + 2$, &c. celles de A'', B'', C'', &c. soient p'', $p'' + 1$, $p'' + 2$, &c. Pour avoir les deux équations résultantes de l'évanouissement de x, il faut trouver trois fonctions de x les plus simples qu'il se puisse, qui multipliant

respectivement ces trois équations, fassent que les puissances de x disparoissent de la somme des trois produits, & trois autres fonctions de x différentes des premières, mais les plus simples aussi qu'il se puisse, & qui aient la même propriété.

Soient donc $$\begin{cases} M x^{n} + N x^{n-1} + P x^{n-2} + Q x^{n-3} + \ldots\ldots T \\ M' x^{n'} + N' x^{n'-1} + P' x^{n'-2} + Q' x^{n'-3} + \ldots\ldots T' \\ M'' x^{n''} + N'' x^{n''-1} + P'' x^{n''-2} + Q'' x^{n''-3} + \ldots\ldots T'' \end{cases}$$

les trois premières fonctions; en faisant les multiplications, & ajoutant les trois produits, on aura;

$$\begin{array}{llll} A M x^{m+n} & + B M x^{m+n-1} & + C M x^{m+n-2} & + D M x^{m+n-3} + \ldots\ldots V T = 0 \\ + A' M' x^{m'+n'} & + A N x^{m+n-1} & + B N x^{m+n-2} & + C N x^{m+n-3} \qquad + V' T' \\ + A'' M'' x^{m''+n''} & + B' M' x^{m'+n'-1} & + A P x^{m+n-2} & + B P x^{m+n-3} \qquad + V'' T'' \\ & + A' N' x^{m'+n'-1} & + C' M' x^{m'+n'-2} & + A Q x^{m+n-3} \\ & B'' M'' x^{m''+n''-1} & + B' M' x^{m'+n'-2} & + D' M' x^{m'+n'-3} \\ & A'' N'' x^{m''+n''-1} & + A' P' x^{m'+n'-2} & + C' N' x^{m'+n'-3} \\ & & + C'' M'' x^{m''+n''-2} & + B' P' x^{m'+n'-3} \\ & & + B'' N'' x^{m''+n''-2} & + A' Q' x^{m'+n'-3} \\ & & + A'' P'' x^{m''+n''-2} & + D'' M'' x^{m''+n''-3} \\ & & & + C'' N'' x^{m''+n''-3} \\ & & & + B'' P'' x^{m''+n''-3} \\ & & & + A'' Q'' x^{m''+n''-3} \end{array}$$

Supposons d'abord $m + n = m' + n'$ & $m + n > m'' + n''$, ou tout au plus égal; pour que tous les termes en x puissent se détruire, il faut que le nombre des coëfficiens indéterminés soit $m + n + 1$; donc $m + n + 1 = n + 1 + n' + 1 + n'' + 1$, donc $n' = m - n'' - 2$, & $n = m' - n'' - 2$. Cela posé, si on égale à zéro les coëfficiens de chaque puissance de x, on formera une suite d'équations dans laquelle il est aisé de voir 1.° que les dimensions des coëfficiens d'une même inconnue M ou N, formeront une progression arithmétique; 2.° que toutes ces progressions arithmétiques auront une même raison; 3.° que si on continuoit ces progressions jusqu'à la première de ces équations, les nombres qui marqueront les dimensions que les coëfficiens de M, N, P, &c. y devroient avoir, sont p, $p - 1$, $p - 2$, &c. le nombre des termes étant $n + 1$; 4.° que

les nombres qui, dans la même supposition, marqueroient les dimensions de M', N', P', &c. sont p', $p'-1$, $p'-2$, &c. jusqu'à un nombre de termes $= n'+1$; 5.° qu'à quelque terme que puisse répondre celui qui a pour exposant $m''+n''$, sa place dans la suite des équations sera la même que dans celles des puissances de x, & par conséquent exprimée par $m+n-m''-n''+1$; donc pour déterminer quelle devroit être la dimension du coëfficient de M'' dans la première équation, il faut retrograder de $m+n-m''-n''$ équations; donc le nombre qui marqueroit cette dimension seroit $p''-m-n+m''+n''$, & par conséquent les nombres qui marqueroient dans la première équation les dimensions de M'', N'', P'', si ces quantités s'y trouvoient, sont $p''-m-n+m''+n''$, $p''-m-n+m''+n''-1$, $p''-m-n+m''+n''-2$, &c. jusqu'à un nombre de termes $= n''+1$.

De-là & du corollaire du lemme II, il est aisé de conclure 1.° que le nombre G qui exprimera la plus haute dimension de l'équation en y & z, résultante de la comparaison des $m+n+1$ équations, sera $G = S + (m+n+1)\frac{m+n}{2}k$; 2.° que $k=1$; 3.° que $S = (2p-n)\left(\frac{n+1}{2}\right) + (2p'-n')\left(\frac{n'+1}{2}\right) + (2p''-2m-2n+2m''+n'')\left(\frac{n''+1}{2}\right)$, & par conséquent $G = (m+n+1)\left(\frac{m+n}{2}\right) + (2p-n)\left(\frac{n+1}{2}\right) + (2p'-n')\left(\frac{n'+1}{2}\right) + (2p''-2m-2n+2m''+n'')\left(\frac{n''+1}{2}\right)$, ou, en substituant pour n & n' leurs valeurs trouvées ci-dessus, $G = mm' + pm' + p'm - m - m' + m'' - p - p' + p'' + 1 - (p + p' - p'' + m + m' - m'' - n'' - 2)n''$, quantité qui est indéterminée jusqu'ici, puisque rien encore n'a déterminé n''.

Il y a donc une infinité de manières de parvenir à l'équation en y & z; mais entre toutes ces manières, il est évident qu'il faut s'arrêter à celle qui donnera pour G la plus petite quantité ; c'est-là la condition par laquelle on doit déterminer n''; il faut donc prendre la différentielle de G en regardant n'' seulement comme variable, & égaler cette différentielle à zéro ; cette condition donnera . . . .

$$n'' = \frac{m + m' + m'' + p + p' + p''}{2} - m'' - p'' - 1.$$

Sur quoi il faut observer maintenant qu'il ne sera pas toujours possible de profiter du *minimum* absolu ; 1.° parce que n'' doit être une quantité positive ; 2.° parce que . . . . . . $\frac{m + m' + m'' + p + p' + p''}{2}$, ne peut pas toujours faire un nombre entier ; 3.° parce que $m + n$ doit être plus grand que $m'' + n''$, ou tout au plus lui être égal ; 4.° parce que m' étant supposé plus petit que m ou $= m$, il faut que $m' - 2$ soit plus grand que n'' ou tout au plus $= n''$, c'est pourquoi, pour plus de généralité, nous prendrons . . . .

$$n'' = \frac{m + m' + m'' + p + p' + p'' - \alpha}{2} - m'' - p'' - 1,$$

α, étant la plus petite quantité qui puisse satisfaire à ces conditions.

Au reste, quand même on ne trouveroit pas pour α un nombre qui pût remplir ces quatre conditions à la fois, il n'en faudroit pas pour cela conclure qu'on ne peut pas par la comparaison des trois équations, trouver une équation plus simple qu'on ne l'auroit par la comparaison de deux d'entr'elles.

Il faut remarquer que ces conditions naissent de la supposition que nous avons faite que $m + n = m' + n'$, que $m + n > m'' + n''$, &c.

Or il n'y a pas plus de raison pour supposer $m + n = m' + n'$, que pour supposer $m + n = m'' + n''$ ou $m' + n' = m'' + n''$, il conviendra donc de faire un triple examen. Si tous les trois donnent pour n, n', n'', des valeurs positives (en donnant toujours à α, les moindres valeurs qu'il

qu'il ſe pourra) on choiſira entre les trois réſultats, les deux qui donnent la moindre valeur pour G.

Si l'on ne trouve pour n, n', n'', des valeurs poſitives que de deux manières, on s'arrêtera à ces deux-là, bien entendu qu'on examinera toujours ſi les valeurs de G ne ſont pas plus grandes que ne les donneroit la combinaiſon des équations deux à deux; mais cela ſera extrêmement rare. Si on ne peut parvenir à avoir de valeurs poſitives pour n, n', n'', que d'une ſeule manière, alors il ſera certain qu'il faudra éliminer une fois par la comparaiſon de deux équations. Enfin ſi l'on ne peut parvenir à donner à n, n', n'', des valeurs poſitives, qu'en rendant G plus grand qu'il ne ſeroit par la combinaiſon des équations deux à deux, on aura recours à ce dernier moyen; mais ce dernier cas, s'il peut avoir lieu, ſera très-rare: par exemple, il n'aura jamais lieu tant qu'on aura $p = p' = p'' = 0$; on trouvera toujours au moins une équation plus ſimple que par la combinaiſon des équations deux à deux, excepté le cas unique où quelqu'une des quantités m, m', m'', ſeroit égale à 1, & le plus ſouvent on trouvera deux équations plus ſimples que par la comparaiſon des équations priſes deux à deux.

Après ces remarques, revenons à la valeur de G, ſi on ſubſtitue dans G la valeur qu'on vient de trouver pour n'', on aura $G = mm' + mm'' + mp' + mp'' + m'm'' + m'p + m'p'' + m''p + m''p' + pp'' + p'p'' + \frac{\alpha^2}{4} - \left(\frac{p + p' + p'' + m + m' + m''}{2}\right)^2$.

Le calcul que nous venons d'expoſer, ſuffit pour trouver les deux équations en y & z; nous allons éclaircir tout cela par des exemples.

EXEMPLES.

1.° Soient $p = p' = p'' = 0$, & $m = m' = m''$, on aura $n'' = \frac{3m - \alpha}{2} - m - 1 = \frac{m - \alpha - 2}{2}$, $n' = \frac{m + \alpha - 2}{2}$, $n = \frac{m + \alpha - 2}{2}$.

Si m eſt pair, on pourra toujours faire $\alpha = 0$, & la valeur de G ſera $= \frac{3}{4} m^2$, plus petite, par conſéquent, qu'en combinant les équations deux à deux.

On pourra encore faire $\alpha = 2$, excepté dans le cas où $m = 2$, & la valeur de G ſera $\frac{3 m^2}{4} + 1$, plus petite encore qu'en combinant les équations deux à deux.

Dans le cas de $m = 2$, il n'y a aucune valeur autre que zéro à prendre pour α; c'eſt pourquoi la ſeconde équation en y & z doit ſe tirer de la comparaiſon de deux des trois équations.

Si m eſt impair, on fera $\alpha = 1$, & on aura $G = \frac{3 m^2 + 1}{4}$ plus petit que par la combinaiſon des équations deux à deux: or comme il n'y a pas de raiſon pour employer les valeurs égales de u & de u', à l'égard de deux équations plutôt qu'à l'égard de deux autres, on en fera uſage en deux manières, & l'on aura les deux équations y & z chacune du degré $\frac{3 m^2 + 1}{4}$; donc ſi on a trois équations du degré m & où x ſoit au degré m; lorſque m ſera pair, on multipliera chacune par un polynome indéterminé du degré $\frac{m - 2}{2}$, & ayant ſuppoſé, à l'aide des coëfficiens indéterminés, chaque puiſſance de x dans la ſomme des trois produits égale à zéro, on aura une équation en y & z, laquelle ſera du degré $\frac{3}{4} m^2$. Pour en avoir une autre, on multipliera deux des trois équations propoſées par un polynome du degré $\frac{m}{2}$, & la troiſième par un polynome du degré $\frac{m - 4}{2}$, & l'on obtiendra de même une nouvelle équation en y & z du degré $\frac{3}{4} m^2 + 1$.

Si au contraire m eſt impair, on multipliera la première

& la seconde équation, par un polynome du degré $\frac{m-1}{2}$, & la troisième par un polynome du degré $\frac{m-3}{2}$; on multipliera aussi la première & la troisième chacune par un polynome du degré $\frac{m-1}{2}$, & la seconde par un polynome du degré $\frac{m-3}{2}$, ou bien la seconde & la troisième par un polynome du degré $\frac{m-1}{2}$, & la première par un polynome du degré $\frac{m-3}{2}$, & l'on aura deux équations en y & z, chacune du degré $\frac{3m^2+1}{4}$.

Nous n'entrerons pas ici dans l'examen de quelques cas particuliers, qui exigent un certain choix dans les équations qu'on doit multiplier: cet examen trouvera sa place plus bas.

On voit, par-là, combien on s'éloigne du but quand on se borne à éliminer en prenant les équations deux à deux. Par cette méthode, l'équation finale monteroit, en général, au degré m^4, au lieu qu'en les combinant toutes à la fois, elle monte au degré $\frac{3}{4}m^2\left(\frac{3}{4}m^2+1\right)$ lorsque m est pair, & au degré $\left(\frac{3m^2+1}{4}\right)^2$ lorsque m est impair; la table suivante fait assez sentir cette différence.

Par la première méthode..	$m=$	2...	3...	4...	5...	6...	7
	$G=$	16...	81...	256...	625...	1296...	2401
Par la seconde méthode..	$G=$	12...	49...	156...	361...	756...	1369

2.° Soient $m=6$, $m'=5$, $m''=3$, $p=4$, $p'=5$, $p''=19$, on aura $n''=\frac{-4-\alpha}{2}$, $n'=\frac{12+\alpha}{2}$, $n=\frac{10+\alpha}{2}$.

La plus petite valeur qu'on puisse donner à α, est $\alpha=-4$, & alors $G=83$; mais si on renverse l'ordre des équations,

& qu'on écrive $m = 6$, $m' = 3$, $m'' = 5$, $p = 4$, $p' = 19$, $p'' = 5$, on aura $n'' = \frac{20 - \alpha}{2}$, $n' = \frac{\alpha - 12}{2}$, $n = \frac{\alpha - 18}{2}$; la plus petite valeur qu'on puisse supposer à α est $\alpha = 18$, qui donne $G = 104$: renversons encore l'ordre des équations, & écrivons $m = 5$, $m' = 3$, $m'' = 6$, $p = 5$, $p' = 19$, $p'' = 4$; nous aurons $n'' = \frac{20 - \alpha}{2}$, $n' = \frac{\alpha - 14}{2}$, $n = \frac{\alpha - 18}{2}$. La plus petite valeur qu'on puisse supposer à α est encore $\alpha = 18$, & l'on trouve $G = 85$; mais cette combinaison ne peut avoir lieu, parce qu'elle donne $m + n < m'' + n''$, &c. Si on combinoit les équations deux à deux, on trouveroit $G = 80$, $G = 144$, $G = 125$; il faut donc, dans le cas présent, éliminer une fois seulement par la comparaison de trois équations, & une fois par la comparaison de deux, on multipliera les équations indiquées par $m = 6$, $m' = 5$, $m'' = 3$, on les multipliera respectivement par les polynomes indiqués par $n = 3$, $n' = 4$, $n'' = 0$, & les deux équations qu'on doit comparer pour avoir la seconde équation en y & z, seront celles qui sont indiquées par $m = 6$, $m' = 5$.

3.° Soient $m = 7$, $m' = 6$, $m'' = 5$, $p = 3$, $p' = 4$, $p'' = 2$, on aura $n'' = \frac{11 - \alpha}{2}$, $n' = \frac{\alpha - 1}{2}$, $n = \frac{\alpha - 3}{2}$.

La plus petite valeur qu'on puisse donner à α est donc $\alpha = 3$; mais elle est inutile parce qu'elle donneroit $m + n < m'' + n''$; soit donc $\alpha = 5$, & on aura $G = 52$. Changeons l'ordre des équations, & posons $m = 7$, $m' = 5$, $m'' = 6$, $p = 3$, $p' = 2$, $p'' = 4$, nous aurons $n'' = \frac{5 - \alpha}{2}$, $n' = \frac{5 + \alpha}{2}$, $n = \frac{1 + \alpha}{2}$, la plus petite valeur qu'on puisse supposer à α est $\alpha = -1$; mais elle est inutile parce qu'elle donne $m + n < m'' + n''$; soit $\alpha = 3$, on aura $G = 52$, ainsi que cela doit être en effet;

puisque les multiplicateurs des équations seront les mêmes dans ce cas que dans le précédent; soit donc $\alpha = 3$, on aura $G = 54$: changeons encore l'ordre des équations, & écrivons $m = 6, m' = 5, m'' = 7, p = 4, p' = 2, p'' = 3$; nous aurons $n'' = \frac{5 - \alpha}{2}$, $n' = \frac{3 + \alpha}{2}$, $n = \frac{1 + \alpha}{2}$; les suppositions de $\alpha = -1$, $\alpha = 1$, ne peuvent avoir lieu; soit donc $\alpha = 3$, on aura $G = 52$, ce qui ne donne rien de différent de ce qu'on a déjà trouvé; car cela donne aussi les mêmes multiplicateurs que ci-dessus & pour les mêmes équations; si on fait $\alpha = 5$, on aura $G = 56$. En combinant les équations deux à deux, on trouveroit $G = 88$, $G = 64$, $G = 62$; donc il faut éliminer deux fois par la comparaison des trois équations à la fois, & on aura deux équations, l'une du degré 52, l'autre du degré 54.

III.

Des Équations à quatre inconnues.

Soient m, m', m'', m''', les exposans de x dans les quatre équations proposées; que les coëfficiens des puissances successives aient des dimensions marquées par $p, p + 1, p + 2, p + 3$, &c. dans la première; par $p', p' + 1, p' + 2$, &c. dans la seconde; par $p'', p'' + 1, p'' + 2$, &c. dans la troisième; par $p''', p''' + 1, p''' + 2$, &c. dans la quatrième.

Soient n, n', n'', n''', les exposans des polynomes indéterminés qui, multipliant ces équations, feroient que dans la somme des quatre produits les puissances de x s'anéantiroient.

En raisonnant de la même manière que ci-dessus, on fera $m + n = m' + n'$, $m + n + 1 = n + 1 + n' + 1 + n'' + 1 + n''' + 1$; d'où l'on tirera $n = m' - n'' - n''' - 3$, & $n' = m - n'' - n''' - 3$: il faudra aussi qu'on ait $m + n > m'' + n''$, ou tout au plus égal, & $m + n > m''' + n'''$ ou tout au plus égal.

On prouvera de même que $S = (2p - n)\left(\frac{n + 1}{2}\right)$

$+ (2p' - n') \left(\frac{n'+1}{2}\right) + (2p'' - 2m - 2n + 2m'' + n'') \left(\frac{n''+1}{2}\right) + (2p''' - 2m - 2n + 2m''' + n''') \left(\frac{n'''+1}{2}\right)$, & par conséquent $G = (m + n + 1) \left(\frac{m+n}{2}\right) + (2p - n) \left(\frac{n+1}{2}\right) + (2p' - n') \left(\frac{n'+1}{2}\right) + (2p'' - 2m - 2n + 2m'' + n'') \left(\frac{n''+1}{2}\right) + (2p''' - 2m - 2n + 2m''' + n''') \left(\frac{n'''+1}{2}\right)$, ou en mettant pour n & n' leurs valeurs . . . .

$$\begin{aligned} G = {} & m m' + p m' + p' m - 2m - 2p - 2m' - 2p' \\ & + m'' + p'' + m''' + p''' + 3 - n'' n''' \\ & - (m + m' - m'' + p + p' - p'' - n'' - n''' - 3) n'' \\ & - (m + m' - m''' + p + p' - p''' - n'' - n''' - 3) n'''. \end{aligned}$$

Pour que cette quantité soit la moindre qu'il est possible, il faut égaler à zéro sa différentielle prise en faisant varier n'' seulement; puis égaler aussi à zéro la différentielle de cette même quantité prise en faisant varier n''' seulement; ces opérations faites, on aura . . . .

$$n'' = \frac{m + m' + m'' + m''' + p + p' + p'' + p'''}{3} - m'' - p'' - 1.$$

$$n''' = \frac{m + m' + m'' + m''' + p + p' + p'' + p'''}{3} - m''' - p''' - 1;$$

mais comme il faut que n, n', n'', n''' soient des nombres entiers positifs, & qui satisfassent aux conditions marquées ci-dessus, il faut faire généralement . . . .

$$n'' = \frac{m + m' + m'' + m''' + p + p' + p'' + p''' - \alpha}{3} - m'' - p'' - 1 \ \&$$

$$n''' = \frac{m + m' + m'' + m''' + p + p' + p'' + p''' - \mathcal{C}}{3} - m''' - p''' - 1$$

α & β étant les plus petits nombres qui puissent satisfaire à ces conditions.

Si on substitue dans G ces valeurs de n'' & de n''', on aura après les réductions convenables . . . .

$$\begin{aligned} G = {} & m\,m' + m\,m'' + m\,m''' + m\,p' + m\,p'' + m\,p''' + m'\,m'' \\ & + m'\,m' + m'\,m''' + m'\,p + m'\,p'' + m'\,p''' + m''\,m''' \\ & + m''\,p + m''\,p' + m''\,p''' + m'''\,p + m'''\,p' + m'''\,p'' + p\,p'' \\ & + p\,p''' + p'\,p'' + p'\,p''' + p''\,p''' \\ & + \frac{\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2}{9} - 3\left(\frac{m + m' + m'' + m''' + p + p' + p'' + p'''}{3}\right)^2. \end{aligned}$$

EXEMPLES.

Soient $p = p' = p'' = p''' = 0$, $m = m' = m'' = m'''$; on aura $n''' = \frac{m - \beta - 3}{3}$, $n'' = \frac{m - \alpha - 3}{3}$, $n' = \frac{m + \alpha + \beta - 3}{3}$, $n = \frac{m + \alpha + \beta - 3}{3}$. On voit d'abord clairement que quelques valeurs positives ou négatives qu'on donne à α & à β, si m est plus petit que 3, il ne sera jamais possible de rendre n, n', n'', n''' toutes-à-la-fois positives; & en effet si $m = 2$, la combinaison des quatre équations à la fois est superflue, puisque n'y ayant que x^2 & x à faire disparoître, la combinaison de trois équations suffit; dans ce cas on combinera les équations trois à trois en deux manières, & pour avoir la troisième équation, on en combinera deux seulement.

Si $m = 3$, il n'y a qu'une seule manière d'avoir n, n', n'', n''' toutes positives, c'est en supposant $\alpha = 0$ & $\beta = 0$; on peut donc combiner les quatre équations à la fois, & cela est évident. Pour avoir les deux autres équations que doit donner l'élimination, on combinera les équations trois à trois en deux manières dont le choix se décidera par ce qui a été dit précédemment sur les équations à trois inconnues.

Mais lorsque m est plus grand que 3, il peut arriver trois cas, ou m est exactement divisible par 3, ou la division donne une unité de reste, ou elle en donne 2.

PREMIER CAS. Pour avoir dans ce cas la première équation sans x, on fera $\alpha = 0$ & $\beta = 0$; pour avoir la seconde, on fera $\alpha = 3$, $\beta = 0$; & pour la troisième $\alpha = 0$, $\beta = 3$, les valeurs correspondantes de G seront $G = \frac{2}{3} m^2$, $G = \frac{2}{3} m^2 + 1$, $G = \frac{2}{3} m^2 + 1$, d'où & de ce qui précède, il est aisé de conclure que le degré de l'équation finale sera $(\frac{1}{3} m^4 + \frac{2}{3} m^2)$ $(\frac{1}{3} m^4 + \frac{2}{3} m^2 + 1)$.

SECOND CAS. Pour avoir la première équation sans x, on fera $\alpha = 1$, $\beta = 1$; & comme en échangeant les équations, on aura un facteur différent à appliquer à la même, la seule supposition de $\alpha = 1$, $\beta = 1$ donne les trois facteurs qu'on doit appliquer à chaque équation pour avoir les trois équations sans x. Par exemple, si $m = 4$, on aura $n''' = 0$, $n'' = 0$, $n' = 1$, $n = 1$; or l'égalité des exposans m, m', &c. fait qu'il est indifférent à laquelle des quatre équations on rapporte la valeur de n ou de n', &c. on en pourra donc former trois combinaisons qui donneront chacune une équation différente. La valeur de G sera la même dans chaque cas & $= \frac{2 m^2 + 1}{3}$; d'où l'on conclura que le degré de l'équation finale sera $= (\frac{m^4 + m^2 + 1}{3})^2$.

TROISIÈME CAS. Pour avoir les trois équations, on supposera $\alpha = 2$ & $\beta = 2$, & en variant de trois manières l'application des facteurs, aux équations proposées, on aura les trois équations sans x, chacune du degré $\frac{2 m^2 + 4}{3}$; d'où l'on conclura que le degré de l'équation finale sera

$(\frac{m^4 + 4 m^2 + 4}{3})$ $(\frac{m^4 + 4 m^2 + 7}{3})$.

Soient maintenant $p = 2$, $p' = 0$, $p'' = 1$, $p''' = 1$; $m = 7$, $m' = 6$, $m'' = 5$, $m''' = 4$; on aura $n''' = \frac{8 - \beta}{3}$; $n'' = \frac{5 - \alpha}{3}$, $n' = \frac{\alpha + \beta - 1}{3}$, $n = \frac{\alpha + \beta - 4}{3}$. Supposons $\beta = -1$ & $\alpha = 5$, on

on aura $n''' = 3$, $n'' = 0$, $n' = 1$, $n = 0$ & $G = 26$; si on fait $\alpha = -1$, $\zeta = 5$, on aura $n''' = 1$, $n'' = 2$, $n' = 1$, $n = 0$ & $G = 26$; si on fait $\zeta = 2$, $\alpha = 2$; on aura $n''' = 2$, $n'' = 1$, $n' = 1$, $n = 0$ & $G = 25$; quelque changement qu'on fasse dans l'ordre des équations, on retrouvera pour G les mêmes valeurs ou de plus grandes. Il ne reste donc plus qu'à savoir si la comparaison des équations trois à trois ou deux à deux, ne donne pas quelque chose de plus simple; or si on en fait le calcul, on trouvera que les équations indiquées par $m' = 6$, $m'' = 5$, $m''' = 4$, $p' = 0$, $p'' = 1$, $p''' = 1$, donneroient $G = 24$, & que celles qui sont indiquées par $m = 7$, $m'' = 5$, $m''' = 4$, $p = 2$, $p'' = 1$, $p''' = 1$, donneroient $G = 25$; donc pour avoir les trois équations les plus simples, résultantes de l'élimination de x, on comparera les quatre équations proposées, on les comparera, dis-je, trois à la fois des deux manières qui viennent d'être indiquées, & toutes les quatre à la fois de la manière indiquée par la combinaison qui a donné $G = 25$; les combinaisons des équations deux à deux donnent toutes pour G une valeur au-dessus de celles qu'on vient d'exposer.

IV.

Des Équations à cinq inconnues.

m, m', m'', m''', m'''', étant, comme ci-devant, les exposans du degré de x dans les équations proposées, & p, p', p'', p''', p'''', marquant respectivement la dimension du premier coëfficient de ces équations, les dimensions des autres étant supposées suivre la même loi que ci-dessus, on aura en raisonnant, comme on l'a fait, pour 2, 3, 4, inconnues, $m + n = m' + n'$, $m + n + 1 = n + 1 + n' + 1 + n'' + 1 + n''' + 1 + n'''' + 1$, ce qui donne $n = m' - n'' - n''' - n'''' - 4$ & $n' = m - n'' - n''' - n'''' - 4$.

On prouvera de même que $G = (m + n + 1)\left(\frac{m+n}{2}\right)$
$+ (2p - n)\left(\frac{n+1}{2}\right) + (2p' - n')\left(\frac{n'+1}{2}\right)$
$+ (2p'' - 2m - 2n + 2m'' + n'')\left(\frac{n''+1}{2}\right)$
$+ (2p''' - 2m - 2n + 2m''' + n''')\left(\frac{n'''+1}{2}\right)$
$+ (2p'''' - 2m - 2n + 2m'''' + n'''')\left(\frac{n''''+1}{2}\right)$
$= mm' + pm' + p'm - 3m - 3p - 3m' - 3p'$
$+ m'' + p'' + m''' + p''' + m'''' + p'''' - n''n'''$
$- n''n'''' - n'''n'''' + 6 - (p + p' - p'' + m + m'$
$- m'' - n'' - n''' - n'''' - 4)\, n'' - (p + p' - p'''$
$+ m + m' - m''' - n'' - n''' - n'''' - 4)\, n''' - (p + p'$
$- p'''' + m + m' - m'''' - n'' - n''' - n'''' - 4)\, n''''.$

La condition que G soit la moindre qu'il est possible, exige qu'on égale à zéro, 1.° la différentielle de G prise en faisant varier n'' seulement; 2.° la différentielle de G prise en faisant varier n''' seulement; 3.° la différentielle de G prise en faisant varier n'''' seulement; ces trois équations donneront les trois valeurs suivantes.

$$n'' = \frac{m + m' + m'' + m''' + m'''' + p + p' + p'' + p''' + p''''}{4} - m'' - p'' - 1$$
$$n''' = \frac{m + m' + m'' + m''' + m'''' + p + p' + p'' + p''' + p''''}{4} - m''' - p''' - 1$$
$$n'''' = \frac{m + m' + m'' + m''' + m'''' + p + p' + p'' + p''' + p''''}{4} - m'''' - p'''' - 1;$$

Mais comme il faut que n'', n''', n'''', soient des nombres entiers positifs & tels que $m + n > m'' + n''$, $m + n > m''' + n'''$, $m + n > m'''' + n''''$, ou que tout au plus il y ait égalité, on fera généralement ;

$$n'' = \frac{m + m' + m'' + m''' + m'''' + p + p' + p'' + p''' + p'''' - \alpha}{4} - m'' - p'' - 1,$$

$$n''' = \frac{m + m' + m'' + m''' + m'''' + p + p' + p'' + p''' + p'''' - \beta}{4} - m''' - p''' - 1,$$

$$n'''' = \frac{m + m' + m'' + m''' + m'''' + p + p' + p'' + p''' + p'''' - \gamma}{4} - m'''' - p'''' - 1;$$

α, β, γ étant les plus petits nombres positifs ou négatifs qui puissent satisfaire à ces conditions.

Si on substitue dans G ces valeurs de n'', n''', n'''', on aura, après les réductions convenables,

$$\begin{aligned} G = {} & mm' + mm'' + mm''' + mm'''' + mp' + mp'' + mp''' \\ & + mp'''' + m'm'' + m'm''' + m'm'''' + m'p + m'p'' + m'p''' \\ & + m'p'''' + m''m''' + m''m'''' + m''p + m''p' + m''p''' + m''p'''' \\ & + m'''m'''' + m'''p + m'''p' + m'''p'' + m'''p'''' + m''''p + m''''p' \\ & + m''''p'' + m''''p''' + pp'' + pp''' + pp'''' + p'p'' + p'p''' \\ & + p'p'''' + p''p''' + p''p'''' + p'''p'''' \\ & + \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma}{16} \\ & - 6\left(\frac{m + m' + m'' + m''' + m'''' + p + p' + p'' + p''' + p''''}{4}\right)^2. \end{aligned}$$

EXEMPLE.

Soient $p = p' = p'' = p''' = p'''' = 0$, $m = m' = m'' = m''' = m''''$, on aura $n'''' = \frac{m - \gamma - 4}{4}$, $n''' = \frac{m - \beta - 4}{4}$, $n'' = \frac{m - \alpha - 4}{4}$, $n' = \frac{m + \alpha + \beta + \gamma - 4}{4}$, $n = \frac{m + \alpha + \beta + \gamma - 4}{4}$.

Donc si m est plus petit que 4, il n'y aura aucune valeur à donner à α, β, γ, qui puisse rendre n, n', n'', n''', n'''', toutes positives ; c'est-à-dire qu'il faudra éliminer par les règles établies précédemment pour un moindre nombre d'inconnues.

Si $m = 4$, il sera possible d'éliminer par la comparaison des cinq équations à la fois ; mais d'une seule manière, en faisant $\alpha = \beta = \lambda = 0$.

Si m est plus grand que 4, alors il peut arriver quatre

cas, ou m est exactement divisible par 4; ou divisé par 4, il donne pour reste 1; ou divisé par 4 il reste 2; ou enfin il reste 3.

PREMIER CAS. On supposera $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$; pour avoir une première équation sans x; pour avoir la seconde, on fera $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 4$; pour avoir la troisième, on fera $\alpha = 0$, $\beta = 4$, $\gamma = 0$; & enfin pour avoir la quatrième, on fera $\alpha = 4$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$. Les valeurs correspondantes de G seront

$$G = \frac{5}{8}m^2, \; G = \frac{5}{8}m^2 + 1, \; G = \frac{5}{8}m^2 + 1, \; G = \frac{5}{8}m^2 + 1;$$

d'où il est facile de conclure quel sera le degré de l'équation finale.

SECOND CAS. On fera $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\gamma = 1$, & comme les valeurs qui en résultent pour n, n', &c. ne sont pas toutes du même degré, on en variera l'application aux cinq équations en quatre manières, ce qui donnera les quatre équations cherchées, qui seront chacune du degré $G = \frac{5m^2 + 3}{8}$.

TROISIÈME CAS. On fera $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\gamma = 2$, & on se conduira comme dans le second cas, pour avoir les quatre équations sans x qui monteront chacune au degré $\frac{5m^2}{8} + \frac{3}{2}$.

QUATRIÈME CAS. On fera $\alpha = 3$, $\beta = 3$, $\gamma = 3$, & en se comportant comme dans les deux cas précédens, on aura quatre équations chacune du degré $\frac{5}{8}m^2 + \frac{27}{8}$.

V.

Des Équations qui renferment N *inconnues.*

De tout ce qui précède, il est maintenant aisé de conclure,

1.° que si on appelle a la somme des quantités m, m', m'', &c. p, p', p'', &c. & N le nombre des équations, on aura généralement

$$n'' = \frac{a-\alpha}{N-1} - m'' - p'' - 1,\quad n''' = \frac{a-\beta}{N-1} - m''' - p''' - 1,$$

$$n'''' = \frac{a-\gamma}{N-1} - m'''' - p'''' - 1,\quad n''''' = \frac{a-\delta}{N-1} - m''''' - p''''' - 1;$$

& ainsi de suite; & de plus,

$$n = \frac{a+\alpha+\beta+\gamma+\delta+\&c.}{N-1} - m - p - p' - 1;$$

$$n' = \frac{a+\alpha+\beta+\gamma+\delta+\&c.}{N-1} - m' - p - p' - 1.$$

2.° Que si on nomme b la somme des carrés plus la somme des produits deux à deux des quantités α, β, γ, &c. & c la somme des produits des quantités m, m', m'', &c. p, p', p'', &c. multipliées deux à deux, mais en omettant les produits $mp, m'p', m''p''$, &c. & le produit pp' des deux quantités qui appartiennent aux équations dans lesquelles on a supposé $m + n = m' + n'$, on aura en général

$$G = c + \frac{b}{(N-1)^2} - (N-1)\frac{N-2}{2}\left(\frac{a}{N-1}\right)^2 = c + \frac{b}{(N-1)^2} - \frac{N-2}{2(N-1)}a^2$$

il nous reste maintenant à donner quelques exemples de l'élimination par cette méthode.

VI.

Procédé de la méthode pour l'élimination & Réflexions qui tendent à l'abréger.

Suivant l'énoncé de la méthode donnée ci-dessus, toutes les fois qu'on aura deux équations & deux inconnues, on parviendra à éliminer en multipliant la première par un polynome tel que $M'x^{m'-1} + N'x^{m'-2} +$ &c. m' marquant le degré de la seconde; multipliant aussi la première par un polynome tel que $Mx^{m-1} + Nx^{m-2} +$ &c. m marquant le

degré de la première; ajoutant les deux produits & supposant que dans la somme, le coëfficient total de chaque puissance de x est égal à zéro; ainsi si on avoit les deux équations suivantes,

$$\begin{aligned} A x^2 + B x + C &= 0 \\ + A' x^2 + B' x + C' &= 0, \end{aligned}$$

on auroit, après les multiplications faites,

$$\begin{aligned} AM x^3 + BM x^2 &+ CM x + CN = 0 \\ + A'M' x^3 + AN x^2 &+ BN x + C'N' \\ + B'M' x^2 &+ C'M' x \\ + A'N' x^2 &+ B'N' x, \end{aligned}$$

& par conséquent

$$\begin{aligned} AM + AM' &= 0 \\ BM + B'M' + AN + A'N' &= 0 \\ CM + C'M' + BN + B'N' &= 0 \\ CN + C'N' &= 0; \end{aligned}$$

mais comme il y a un coëfficient arbitraire, attendu que la quatrième équation a nécessairement lieu dès qu'on suppose que les trois autres ont lieu, je détermine M en le supposant $= A'$, ce qui me donne $M' = -A$, &

$$\begin{aligned} AN + A'N' &= AB' - A'B \\ BN + B'N' &= A'C - AC' \\ CN + C'N' &= 0. \end{aligned}$$

Des deux premières, je tire $N = \frac{(AB' - A'B)B' - (AC' - A'C)A'}{AB' - A'B}$, $N' = \frac{(AC' - A'C)A - (AB' - A'B)B}{AB' - A'B}$, valeurs qui, substituées dans l'équation $CN + C'N' = 0$, donnent

$$(AB - A'B)B'C - (AC' - A'C)A'C + (AC' - A'C)AC' - (AB' - A'B)BC' = 0$$

ou $(AB' - A'B)(B'C - BC') + (AC' - A'C)^2 = 0$,

équation qu'on auroit trouvée encore plus facilement par les formules du Lemme I.

Mais lorsque le degré des équations proposées est plus élevé, le calcul, quoique facile, est néanmoins long; cette considération m'a engagé à chercher des moyens de l'abréger, en conservant néanmoins l'esprit de la méthode : voici ce que j'ai trouvé.

Soient d'abord les deux équations proposées chacune du degré m, c'est-à-dire telles qu'il suit :

$$Ax^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + Dx^{m-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots T = 0$$
$$A'x^m + B'x^{m-1} + C'x^{m-2} + D'x^{m-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots T' = 0$$

1.° Du produit de la première, multipliée par A', retranchez le produit de la seconde multipliée par A, & vous aurez une équation du degré $m - 1$.

2.° Du produit de la première, multipliée par $A'x + B'$, retranchez le produit de la seconde multipliée par $Ax + B$, vous aurez une seconde équation du degré $m - 1$.

3.° Du produit de la première, multipliée par $A'x^2 + B'x + C'$, retranchez le produit de la seconde multipliée par $Ax^2 + Bx + C$, & vous aurez une troisième équation du degré $m - 1$. Continuez de multiplier ainsi par un polynome d'un degré successivement plus élevé d'une unité, & vous formerez m équations, chacune du degré $m - 1$. Considérez chaque puissance de x comme une inconnue, & cherchez en conséquence, par les formules du Lemme I, l'équation de condition nécessaire pour que toutes ces équations aient lieu, ce sera l'équation en y; ainsi dans le cas traité ci-dessus, les deux équations

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$
$$A'x^2 + B'x + C' = 0,$$

donneront

$$(A'B - AB')\,x + A'C - AC' = 0$$
$$(A'C - AC')\,x + B'C - BC' = 0,$$

& la seconde forme de la 1.ere formule du Lemme I, donnera $(A'B - AB')\,(B'C - BC') - (A'C - AC')^2 = 0$, qui est la même équation que ci-dessus, mais qu'on trouve ici par une voie bien plus courte.

Soient actuellement les deux équations,

$$A x^3 + B x^2 + C x + D = 0$$
$$A' x^3 + B' x^2 + C' x + D' = 0,$$

on en formera les trois équations suivantes :

$$(A'B - AB')\, x^2 + (A'C - AC')\, x + A'D - AD' = 0$$
$$(A'C - AC')\, x^2 + (A'D - AD' + B'C - BC')\, x + B'D - BD' = 0$$
$$(A'D - AD')\, x^2 + (B'D - BD')\, x + C'D - CD' = 0,$$

& la seconde forme de la 2.me formule du Lemme I, donnera

$$\left.\begin{array}{l} [(A'B - AB')(A'D - AD' + B'C - BC') - (A'C - AC')^2]\,(C'D - CD') \\ + [(A'D - AD')(A'C - AC') - (A'B - AB')(B'D - BD)]\,(B'D - BD') \\ + [(A'C - AC')(B'D - BD') - (A'D - AD')(A'D - AD' + B'C - BC')\,(A'D - AD')] \end{array}\right\} = 0,$$

équation qui, en faisant attention que

$$(A'C - AC')(B'D - BD) - (A'D - AD')(B'C - BC') = (A'B - AB')(C'D - CD'),$$

se réduit à

$$\left.\begin{array}{l} -(A'D - AD')^3 + \left.\begin{array}{l} 2\,(A'B - AB')(C'D - CD') \\ + \;\; (A'C - AC)(B'D - BD') \end{array}\right\}(A'D - AD') \begin{array}{l} + (A'B - AB') \;\; (B'C - BC')(C'D - CD') \\ - (A'C - AC')^2 \times (C'D - CD') \\ - (A'B - AB') \;\; (B'D - BD')^2 \end{array} \end{array}\right\} = 0.$$

Soient, pour troisième application, les deux équations suivantes;

$$A x^4 + B x^3 + C x^2 + D x + E = 0$$
$$A' x^4 + B' x^3 + C' x^2 + D' x + E' = 0;$$

on en formera, par la règle ci-dessus, les quatre autres que voici,

$$(A'B - AB')\, x^3 + (A'C - AC')\, x^2 + (A'D - AD')\, x + A'E - AE' = 0$$
$$(A'C - AC')\, x^3 + (A'D - AD' + B'C - BC')\, x^2 + (A'E - AE' + B'D - BD')\, x + B'E - BE' = 0$$
$$(A'D - AD')\, x^3 + (A'E - AE' + B'D - BD')\, x^2 + (B'E - BE' + C'D - CD')\, x + C'E - CE' = 0$$
$$(A'E - AE')\, x^3 + (B'E - BE')\, x^2 + (C'E - CE')\, x + D'E - DE' = 0.$$

La seconde forme de la troisième formule du Lemme I, donnera, par la simple substitution, l'équation suivante,

$$\begin{array}{l}
[[(A'B-AB')(A'D-A'D+B'C-BC')-(A'C-AC')^2]\times(B'E-BE'+C'D-CD') \\
+[(A'D-AD')(A'C-AC')-(A'B-AB')(A'E-AE'+B'D-BD')](A'E-AE'+B'D-BD') \\
+[(A'C-AC')(A'E-AE'-B'D-BD')-(A'D-AD')(A'D-AD'+B'C-BC')](A'D-AD')]] \\
\times(D'E-DE')+[[(A'C-AC')^2-(A'B-AB')(A'D-AD'+B'C-BC')](C'E-CE') \\
+[(A'B-AB')(B'E-BE')-(A'C-AC')(A'E-AE')](A'E-AE'+B'D-BD') \\
+[(A'E-AE')(A'D-AD'+B'C-BC')-(A'C-AC')(B'E-BE')](A'D-AD')]] \\
\times(C'E-CE')+[[(A'E-AE')(A'C-AC')-(A'B-AB')(B'E-BE')](B'E-BE'+C'D-CD') \\
+[(A'B-AB')(A'E-AE'+B'D-BD')-(A'C-AC')A'D-AD')](C'E-CE') \\
+[(A'D-AD')(B'E-BE')-(A'E-AE')(A'E-AE'+B'D-BD')](A'D-AD') \\
\times(B'E-BE')+[[(A'C-AC')(B'E-BE')-(A'E-AE')(A'D-AD'+B'C-BC')](B'E-BE'+C'D-CD') \\
+[(A'E-AE')(A'E-AE'+B'D-BD')-(A'D-AD')(B'E-BE')](A'E-AE'+B'D-BD') \\
+[(A'D-AD')(A'D-AD'+B'C-BC')-(A'C-AC')(A'E-AE'+B'D-BD')](C'E-CE')]] \\
\times(A'E-AE')=0,
\end{array}$$

équation qu'on réduira facilement à l'équation (M) suivante, en faisant attention

1.° que $(A'C-AC')(B'D-BD')-(A'D-AD')(B'C-BC')=(A'B-AB')\times(C'D-CD')$.

2.° que $(A'E-AE')(B'C-BC')-(A'C-AC')(B'E-BE')=-(A'B-AB')(C'E-CE')$.

3.° que $(A'D-AD')(B'E-BE')-(A'E-AE')(B'D-BD')=(A'B-AB')(D'E-DE')$.

4.° que $(C'D-CD')(B'E-BE')-(B'D-BD')(C'E-CE')=-(B'C-BC')(D'E-DE')$.

$$(M)\ldots\quad (A'E-AE')^4 \left.\begin{array}{l}
-3(A'B-AB')(D'E-DE') \\
-2(A'C-AC')(C'E-CE') \\
-(A'D-AD')(B'E-BE') \\
-(A'D-AD')(C'D-CD')
\end{array}\right\}(A'E-AE')^2
\left.\begin{array}{l}
+3(A'B-AB')(B'E-BE')(C'E-CE') \\
-3(A'B-AB')(B'D-BD')(D'E-DE') \\
+2(A'D-AD')^2(C'E-CE') \\
+(A'C-AC')(B'E-BE')^2 \\
+2(A'C-AC')(A'D-AD')(D'E-DE') \\
-(A'C-AC')(B'C-BC')(D'E-DE')
\end{array}\right\}(A'E-AE') = 0,$$

$$\left.\begin{array}{l}
+2(A'B-AB')(A'D-AD')(B'E-BE') \\
-(A'D-AD')^3-(A'B-AB')(B'D-BD')^2 \\
+2(A'B-AB')(A'D-AD')(C'D-CD') \\
-(C'D-CD')(A'C-AC')^2 \\
-(B'E-BE')(A'C-AC')^2 \\
+(A'C-AC')(A'D-AD')(B'D-BD') \\
+(A'B-AB')(B'C-BC')(B'E-BE') \\
\pm(A'B-AB')(B'C-BC')(C'D-CD')
\end{array}\right\}(D'E-DE')
\left.\begin{array}{l}
+(A'C-AC')^2(C'E-CE') \\
-2(A'B-AB')(A'D-AD')(C'E-CE') \\
-(A'B-AB')(B'C-BC')(C'E-CE') \\
+2(A'B-AB')(B'E-BE')(B'D-BD') \\
-(A'C-AC')(A'D-AD')(B'E-BE')
\end{array}\right\}(C'E-CE') = 0,$$

$$\left.\begin{array}{l}
-A'B-AB')(B'E-BE') \\
-A'B-AB')(C'D-CD')
\end{array}\right\}(B'E-BE')^2.$$

ce qui peut servir à éliminer dans toutes les équations qui ne passeront pas le quatrième degré.

Si les deux équations ne sont pas au même degré, on s'y prendra de la manière suivante.

$$\text{Soient}\left\{\begin{array}{l} Ax^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + Dx^{m-3} + Ex^{m-4} + \ldots T = 0 \\ A'x^{m'} + B'x^{m'-1} + C'x^{m'-2} + D'x^{m'-3} + E'x^{m'-4} + \ldots T' = 0 \end{array}\right.$$

les deux équations proposées, & soit m' plus petit que m.

1.° On multipliera la première par A', & la seconde par $Ax^{m-m'}$, & on retranchera le second produit du premier.

2.° On multipliera la première par $A'x + B'$, & la seconde par $Ax^{m-m'+1} + Bx^{m-m'}$, & on retranchera le second produit du premier.

3.° On multipliera la première par $A'x^2 + B'x + C'$, & la seconde par $Ax^{m-m'+2} + Bx^{m-m'+1} + Cx^{m-m'}$, & on continuera ainsi jusqu'à ce qu'on ait m', équations qui seront chacune du degré $m - 1$; alors on multipliera chacune de ces équations par un coëfficient indéterminé, & l'équation $A'x^{m'} +$, &c. par le polynome indéterminé $M'x^{m-m'-1} + N'x^{m-m'-2} + P'x^{m-m'-3} +$, &c. on ajoutera ensemble tous ces produits, & on égalera à zéro la somme des coëfficiens de chaque puissance de x.

Ainsi si les deux équations sont,

$$\begin{array}{l} Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E = 0, \\ A'x^2 + B'x + C' = 0, \end{array}$$

on en formera d'abord les deux équations suivantes,

$$\begin{array}{l} (A'B - AB')x^3 + (A'C - AC')x^2 + A'Dx + A'E = 0, \\ (A'C - AC')x^3 + (A'D + B'C - BC')x^2 + (A'E + B'D)x + B'E = 0; \end{array}$$

à ces deux équations multipliées, la première par M, la seconde par M'', on ajoutera l'équation $A'x^2 + B'x + C'$ multipliée par $M'x + N'$, ce qui donnera

$$\left.\begin{array}{l} M(A'B - AB')x^3 + M(A'C - AC')x^2 + MA'Dx + MA'E \\ + M''(A'C - AC')x^3 + M''(A'D + B'C - BC')x^2 + M''(A'E + BD')x + M''B'E \\ + A'M'x^3 \qquad\qquad + B'M'x^2 + C'M'x + C'N' \\ \qquad\qquad\qquad + A'N'x^2 + B'N'x \end{array}\right\} = 0;$$

d'où l'on tirera

$$M(A'B - AB') + M''(A'C - AC') + A'M' = 0,$$
$$M(A'C - AC') + M''(A'D + B'C - BC') + B'M' + A'N' = 0,$$
$$MA'D + M''(A'E + BD') + M'C' + B'N' = 0,$$
$$MA'E + M''B'E + C'N' = 0;$$

& en comparant avec les formules du Lemme I, on aura facilement l'équation sans x.

Mais quoique le calcul se réduise par ces formules à des substitutions faciles; & que la construction de ces formules soit aussi très-facile, néanmoins on perd dans le cas présent une partie de l'avantage qu'elles offrent en ce qu'on est obligé de former, sinon une formule aussi générale que si les deux équations étoient toutes deux du degré m, du moins un grand nombre de termes inutiles.

Il est vrai cependant qu'avec de l'usage dans le calcul, on prévoit assez quels sont ceux qu'on doit omettre; mais cela exige une attention assez fatigante. Pour remédier à cet inconvénient, voici ce que j'ai imaginé; on formera toujours, comme il vient d'être dit, les m' équations du degré $m - 1$; mais au lieu de multiplier l'équation $A'x^{m'} +$, &c. par le polynome indéterminé $M'x^{m - m' - 1} +$, &c. on prendra dans cette équation la valeur de $x^{m'}$, avec laquelle on formera, en multipliant successivement par x, & substituant à mesure la valeur de $x^{m'}$, toutes les puissances de x supérieures à $x^{m'}$ jusqu'à x^{m-1}; on substituera ces valeurs dans chacune des m' équations, & on n'aura plus que m' équations chacune du degré $m' - 1$, desquelles on chassera x par les formules du Lemme I.

Mais pour abréger le calcul, on substituera les valeurs de $x^{m'}$ & des puissances plus élevées, non pas dans les équations mêmes du degré $m - 1$ qu'on aura formées, mais dans des équations de pareil degré, & où les coëfficiens seront d'une seule lettre, & après avoir éliminé x, comme il vient d'être dit, on substituera, à la place de ces coëfficiens, leur véritable valeur.

Ainsi dans les deux équations proposées ci-dessus,

$$A x^4 + B x^3 + C x^2 + D x + E = 0,$$
$$A' x^2 + B' x + C' = 0,$$

on aura $x^2 = \frac{-B'x - C'}{A'}$ & $x^3 = \frac{B'B'x - A'C'x + B'C'}{A'A'}$;

au lieu de substituer ces valeurs dans

$$(A'B - AB')x^3 + (A'C - AC')x^2 + A'Dx + A'E = 0,$$

& dans

$$(A'C - AC')x^3 + (A'D + B'C - BC')x^2 + (A'E + BD')x + B'E = 0,$$

je les substitue dans

$$ax^3 + bx + cx + d = 0 \ \& \ a''x^3 + b''x^2 + C''x + d'' = 0,$$

ce qui me donne les deux équations suivantes

$$(aB'B' - aA'C' - bA'B' + cA'A')x + aB'C' - bA'C' + dA'A' = 0$$
$$(a''B'B' - a''A'C' - b''A'B' + C''A'A')x + a''B'C' - b''A'C' + d''A'A' = 0,$$

d'où l'on tire,

$$(aB'C' - bA'C' + dA'A')\ (a''B'B' - a''A'C' - b''A'B' + c''A'A')$$
$$-(a''B'C' - b''A'C' + d''A'A')\ (aB'B' - aA'C' - bA'B' + cA'A') = 0$$

équation dans laquelle on ne prendra pas la peine de former successivement les deux produits, parce qu'il est évident que le produit des deux derniers facteurs se tire de celui des deux premiers par le seul changement des signes, & de a'' en a, de a en a'', de b'' en b, de b en b'', de c'' en c, de c en c'', & ainsi de suite : d'ailleurs on peut omettre dans le produit des deux premiers facteurs tous les termes qui n'auroient point $A'A'$ pour facteur, parce que nous allons démontrer dans un moment, que l'équation résultante est toujours divisible par une puissance de A' qui, dans le cas présent, est A'^2. D'après ces réflexions, on réduira aisément l'équation qu'on vient de trouver, à cette autre, après avoir divisé par $A'A'$,

$$(c''d - cd'')A'A' - (b''d - bd'')A'B' - (a''d - ad'')(A'C' - B'B')$$
$$+ (b''c - bc'')A'C' + (a''b - ab'')C'C' - (a''c - ac'')B'C' = 0,$$

équation dans laquelle il n'y a plus qu'à mettre pour a, b, c, &c. a'', b'', &c. leurs valeurs trouvées ci-dessus.

Il se présente, contre cette méthode, une difficulté qui, quoique plus apparente que réelle, mérite cependant d'autant plus d'être levée, que sa solution même sert à connoître les termes qu'on peut se dispenser d'ometre dans le calcul; pour la mieux faire sentir, prenons un exemple: Soient

$$Ax^9 + Bx^8 + Cx^7 + Dx^6 + Ex^5 + Fx^4 + Gx^3 + Hx^2 + Kx + L = 0$$
$$A'x^3 + B'x^2 + C'x + D' = 0,$$

on aura d'abord trois équations de la forme suivante,

$$a\,x^8 + b\,x^7 + c\,x^6 + d\,x^5 + e\,x^4 + f\,x^3 + g\,x^2 + h\,x + k = 0$$
$$a''x^8 + b''x^7 + c''x^6 + d''x^5 + e''x^4 + f''x^3 + g''x^2 + h''x + k'' = 0$$
$$a'''x^8 + b'''x^7 + c'''x^6 + d'''x^5 + e'''x^4 + f'''x^3 + g'''x^2 + h'''x + k''' = 0,$$

Dans lesquelles a, b, c, &c. seront de $p + p' + 1, p + p' + 2$, &c.
a'', b'', c'', &c. seront de $p + p' + 2, p + p' + 3$, &c. } dimensions.
a''', b''', c''', &c. seront de $p + p' + 3, p + p' + 4$, &c.
p & p' marquant les dimensions de A & A'

Concevons qu'on substitue pour x^3 sa valeur $\frac{-B'x^2 - C'x - D'}{A'}$, il est facile de voir que la valeur de x^8 aura pour dénominateur A'^6. Donc quand on aura fait toutes les substitutions dans les trois équations du 8.me degré, & qu'on aura fait disparoître les fractions, le dernier terme des trois nouvelles équations sera de $p + p' + 9 + 6p'$ dimensions pour la première: de $p + p' + 10 + 6p'$ pour la seconde; de $p + p' + 11 + 6p'$ pour la troisième, & par conséquent les coëfficiens de x^2, x, x^0, auront successivement,

Pour la 1.re $p + 7p' + 7$, $p + 7p' + 8$, $p + 7p' + 9$
Pour la 2.me $p + 7p' + 8$, $p + 7p' + 9$, $p + 7p' + 10$ } dimensions.
Pour la 3.me $p + 7p' + 9$, $p + 7p' + 10$, $p + 7p' + 11$

Donc le degré de l'équation sans x, sera $3p + 21p' + 27$; mais suivant la première méthode, il ne devroit être que

$3p + 9p' + 27$; donc la nouvelle méthode donne une équation plus élevée qu'il ne faut, de $12p'$ dimensions, & à proportion dans le degré plus élevé; mais cet inconvénient qui seroit très-réel, si le diviseur de 12 dimensions que l'équation finale renferme alors étoit complexe, disparoît totalement quand ce diviseur est monome, & il est tel en effet dans le cas présent. Pour s'en convaincre, il faut remarquer que la nouvelle méthode donne le même résultat littéral, quel que soit p'; donc l'équation finale doit avoir le même diviseur littéral quand p' est zéro, que quand il ne l'est pas; or quand p' est zéro, l'équation finale est à son véritable degré, puisqu'elle est alors du degré $3p + 27$; donc le diviseur qu'elle peut avoir, & qu'elle a en effet, ne peut être qu'une puissance de A', puisqu'il n'y a que A' qui soit de zéro dimensions; donc puisque ce diviseur doit être le même dans tous les cas, on en doit conclure que l'équation finale dans le cas présent sera divisible par A'^{12}.

On prouvera de même que, dans l'exemple que nous avons traité ci-dessus, l'équation devoit être divisible par A'^{2} comme nous l'y avons supposé, & comme le calcul le prouve en effet, & en général que l'équation finale sera divisible par $A'^{(m-m')(m'-1)}$, ce qui se déduit, tant de ce qui vient d'être dit, que du Lemme II.

Cette remarque peut être utile pour abréger encore le calcul, parce que dès qu'on sait que l'équation finale doit être divisible par $A'^{(m-m')(m'-1)}$, on est en droit de rejeter, dans les multiplications par lesquelles on parvient à l'équation finale, tous les termes dans lesquels on prévoit que A' aura à la fin un exposant moindre que $A'^{(m-m')(m'-1)}$. Quand $m = m'$, on voit qu'alors il n'y a aucun diviseur, & que par conséquent la méthode exposée pour ce cas, mène directement au résultat le plus simple.

Le calcul que nous avons fait ci-dessus pour éliminer x de deux équations, l'une du quatrième, l'autre du second degré, est devenu beaucoup plus facile qu'il n'y avoit lieu de

l'espérer, par la remarque que nous avons faite qu'après avoir formé le produit des deux premiers facteurs, on trouveroit tout de-suite le produit des deux autres, en échangeant seulement les lettres de la première & de la seconde équation dans lesquelles on avoit substitué. Cet avantage ne se borne pas au cas où l'une des deux équations proposées monteroit au second degré; mais pour mieux faire sentir en quoi il consiste dans chaque cas, prenons encore un exemple.

Soient donc $Ax^5 + Bx^4 + Cx^3 + Dx^2 + Ex + F = 0$
& $A'x^3 + B'x^2 + C'x + D' = 0$,

on tirera de la comparaison de ces deux équations, faite comme il a été expliqué ci-dessus, trois équations de la forme suivante;

$$fx^4 + gx^3 + hx^2 + kx + l = 0,$$
$$f'x^4 + g'x^3 + h'x^2 + k'x + l' = 0,$$
$$f''x^4 + g''x^3 + h''x^2 + k''x + l'' = 0,$$

& l'équation $A'x^3 +$ &c. donnera $x^3 = \frac{-B'x^2 - C'x - D'}{A'}$

$$x^4 = \frac{\begin{matrix} B'B'x^2 + B'C'x + B'D' \\ - A'C'x^2 - A'D'x \end{matrix}}{A'A'}$$; par conséquent en substituant, on aura les trois équations suivantes;

$$\left.\begin{matrix} f\,B'B' \\ - f\,A'C' \\ - g\,A'B' \\ + h\,A'^2 \end{matrix}\right\} x^2 \left.\begin{matrix} + f\,B'C' \\ - f\,A'D' \\ - g\,A'C' \\ + k\,A'^2 \end{matrix}\right\} x \left.\begin{matrix} + f'B'D' \\ - g'A'D' \\ + l'A'A' \end{matrix}\right\} = 0,$$

$$\left.\begin{matrix} f'B'B' \\ - f'A'C' \\ - g'A'B' \\ + h'A'^2 \end{matrix}\right\} x^2 \left.\begin{matrix} + f'B'C' \\ - f'A'D' \\ - g'A'C' \\ + k'A'^2 \end{matrix}\right\} x^2 \left.\begin{matrix} + f'B'D' \\ - g'A'D' \\ + l'A'A' \end{matrix}\right\} = 0,$$

$$\left.\begin{matrix} f''B'B' \\ - f''A'C' \\ - g''A'B' \\ + k''A'^2 \end{matrix}\right\} x^2 \left.\begin{matrix} + f''B'C' \\ - f''A'D' \\ - g''A'C' \\ + k''A'^2 \end{matrix}\right\} x^2 \left.\begin{matrix} + f''B'D' \\ - g''A'D' \\ + l''A'A' \end{matrix}\right\} = 0.$$

Pour éliminer, il ne seroit plus question que de substituer dans la seconde formule de la seconde forme du Lemme I; mais la substitution entière n'est pas nécessaire, il suffit de la faire seulement dans le premier terme qui est $(a' b' - a'b) c''$, ce qui donnera pour premier terme de l'équation finale, la quantité suivante;

$$[(f B'B' - f A'C' - g A'B' + h A'^2)(f' B'C' - f' A'D' - g' A'C' + k' A'^2) - (f' B'b' - f' A'C' - g A'B' + h' A'^2)(f B'C' - f' A'D' - g' A'C' + k' A'^2)] (f'' B'D' - g'' A'D' + f'' A'A');$$

pour évaluer ce terme, on multipliera les deux premiers facteurs renfermés entre les doubles parenthèses, & en changeant f en f' & f' en f, g en g' & g' en g, & ainsi de suite, changeant de plus les signes, on aura le produit des deux autres facteurs renfermés entre les doubles parenthèses; on multipliera le tout par le facteur qu'affecte la double parenthèse, & dans ces multiplications, on omettra tous les termes que l'on prévoira ne devoir pas avoir à la fin A'^4 pour facteur.

Cela posé, on changera dans le produit total qu'on vient de former; 1.° tous les signes; 2.° f' en f'' & f'' en f', g' en g'' & g'' en g', & ainsi de suite, & on aura ce qu'auroit produit la substitution dans $(a''b - ab'')c'$ second terme de la formule; ensuite on changera encore dans le premier produit total f en f'' & f'' en f, g en g'' & g'' en g, &c. on changera aussi les signes, & on aura par-là, ce qu'auroit produit la substitution dans $(a'b'' - a''b')c$; la somme de ces trois résultats étant égalée à zéro, & divisée par A'^4 donnera l'équation finale, en y substituant d'ailleurs pour $f, g,$ &c. $f', g',$ &c. $f'', g'',$ &c. leurs valeurs données par la méthode ci-dessus.

En voilà assez sur les équations à deux inconnues. Je n'insiste point sur l'usage qu'on peut faire de ces méthodes, pour la construction des formules d'élimination; mais la forme sous laquelle ces méthodes les donnent, me paroît très-propre à mettre sur la voie pour les former par une règle générale qui

qui n'exige point de ſubſtitution dans aucune formule ; c'eſt un travail auquel j'invite ceux qui ſeront aſſez heureux pour avoir plus de temps à dépenſer que moi.

La méthode pour les équations à trois ou à un plus grand nombre d'inconnues, peut recevoir auſſi des abréviations fondées ſur les mêmes principes ; à la vérité ces abréviations introduiront un facteur, mais il ſera monome & déterminable indépendamment de l'opération. Nous nous contenterons d'expoſer ces moyens d'abréviation, en prenant pour exemple les équations à trois inconnues ; cet expoſé & celui que nous avons fait à l'occaſion des équations à deux inconnues, ſuffiront, je penſe, pour faire connoître comment on doit traiter les équations à un plus grand nombre d'inconnues.

Soient donc d'abord les trois expoſans de x égaux entr'eux, on déterminera, par les moyens donnés plus haut, les valeurs de n, n' & n'' ou ſimplement les valeurs de n & n'', parce que dans le cas préſent $n = n'$.

Cela poſé, les trois équations étant

$$Ax^n + Bx^{n-1} + Cx^{n-2} + Dx^{n-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ T = 0 ;$$
$$A'x^n + B'x^{n-1} + C'x^{n-2} + D'x^{n-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ T' = 0 ,$$
$$A''x^n + B''x^{n-1} + C''x^{n-2} + D''x^{n-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ T'' = 0 ,$$

au lieu de multiplier ces équations reſpectivement par

$$Mx^n + Nx^{n-1} + \&c.$$
$$M'x^n + N'x^{n-1} + \&c.$$
$$M''x^{n''} + N''x^{n''-1} + \&c.$$

on s'y prendra de la manière ſuivante.

1.° Du produit de la première multipliée par A', on retranchera celui de la ſeconde multipliée par A.

2.° Du produit de la première multipliée par $A'x + B'$, on retranchera le produit de la ſeconde multipliée par $Ax + B$.

3.° Du produit de la 1.re multipliée par $A'x^2 + B'x + C'$, on retranchera le produit de la ſeconde multipliée par $Ax^2 + Bx + C$, & on continuera de même juſqu'à ce que le multiplicateur ſoit devenu du degré n, après quoi on comparera la première à la troiſième de la même manière, c'eſt-à-dire que :

1.° Du produit de la première multipliée par A'', on retranchera le produit de la ſeconde multipliée par A.

2.° Du produit de la première multipliée par $A''x + B''$, on retranchera le produit de la ſeconde multiplié par $Ax + B$, & ainſi de ſuite juſqu'à ce que le multiplicateur ſoit devenu du degré n''.

Par ces opérations, on aura $n + n'' + 2$ équations, chacune du degré $m - 1$; & comme $n = m - n'' - 2$, on aura m équations du degré $m - 1$, c'eſt-à-dire autant qu'il eſt néceſſaire pour éliminer par la ſimple ſubſtitution dans les formules du Lemme I, & moins qu'on n'en auroit eu, ſi on ſe fut borné à chercher les valeurs de M, N, &c. M', N', &c. M'', N'', &c. Pour connoître maintenant le diviſeur monome qu'acquèrera l'équation, il faut remaquer que les dimenſions des coëfficiens des termes des équations formées par la comparaiſon de la première & de la ſeconde équation propoſées, ſeront

Pour la 1.re $p + p' + 1, p + p' + 2, p + p' + 3; p + p' + 4$, &c. juſqu'à $p + p' + m$
Pour la 2.de $p + p' + 2, p + p' + 3, p + p' + 4, p + p' + 5$, &c. juſqu'à $p + p' + m + 1$
Pour la 3.me $p + p' + 3, p + p' + 4, p + p' + 5, p + p' + 6$, &c. juſqu'à $p + p' + m + 2$, &c.

le nombre de ces progreſſions étant $n + 1$; & par la comparaiſon de la première & de la troiſième,

$p + p'' + 1, p + p'' + 2, p + p'' + 3, p + p'' + 4$, juſqu'à $p + p'' + m$
$p + p'' + 2, p + p'' + 3, p + p'' + 4, p + p'' + 5$, juſqu'à $p + p'' + m + 1$
$p + p'' + 3, p + p'' + 4, p + p'' + 5, p + p'' + 6$, juſqu'à $p + p'' + m + 2$, &c.

le nombre de ces progreſſions étant $n'' + 1$.

Donc par le corollaire II du Lemme II, la dimenſion de l'équation ſans x réſultante de cette méthode, ſera

$$(2p + 2p' + n + 2)\left(\frac{n+1}{2}\right) + (2p + 2p'' + n'' + 2)\left(\frac{n''+1}{2}\right) + (n + n'' + 2)\left(\frac{n+n''+1}{2}\right)$$
$$= mm - m + 1 - p' + p'' + pm + p'm - (m + p' - p'' - n'' - 2)\,n'',$$ en mettant pour n ſa

valeur $m - n'' - 2$; or la dimension de l'équation sans x ne doit être que $mm - m + 1 - p - p' + p'' + pm + p'm - (m + p + p' - p'' - n'' - 2) n''$; donc la nouvelle méthode donne un excès de $p + pn''$ dimensions.

Or je conclus de-là que l'équation qu'elle donne est divisible par $A^{1+n''}$; en effet, puisque l'équation est trop élevée de $p + pn''$ dimensions, chacun de ses termes étant nécessairement du même nombre de dimensions, il faut que chaque terme ait un facteur superflu de $p + pn''$ dimensions; or je dis que ce facteur est le même pour chaque terme, & cela est évident, puisque lorsque p sera zéro, il doit être de zéro dimensions, ce qui ne peut convenir qu'à A; donc ce facteur est généralement $A^{1+n''}$, éclaircissons cet exposé de la méthode par un exemple. Soient les trois équations,

$$A x^3 + B x^2 + C x + D = 0,$$
$$A' x^3 + B' x^2 + C' x + D' = 0,$$
$$A'' x^3 + B'' x^2 + C'' x + D'' = 0,$$

& soient A de deux dimensions, A' de trois, & A'' d'une dimension; on aura

$n'' = \frac{5 - \alpha}{2}$, $n' = \frac{\alpha - 3}{2}$, $n = \frac{\alpha - 3}{2}$; la plus petite valeur qu'on puisse donner à α, pour que n'', n', n soient positives, & pour que $m + n$ soit plus grand que $m'' + n''$ est $\alpha = 5$; donc $n'' = 0$, $n' = 1$, $n = 1$, & par conséquent $G = 18$.

Si on renverse l'ordre des équations & qu'on conçoive que celle qui étoit la seconde est actuellement la dernière, & que la dernière devient la seconde, n, n', n'' répondant à la première, seconde & troisième équation du nouvel arrangement; on aura,

$n'' = \frac{1 - \alpha}{2}$, $n' = \frac{1 + \alpha}{2}$, $n = \frac{1 + \alpha}{2}$; la plus petite valeur qu'on puisse donner à α, est $\alpha = 1$, qui donne

$n'' = 0$, $n' = 1$, $n = 1$ & $G = 16$.

Renverſons encore l'ordre des équations, de manière que celles qui dans le premier arrangement étoient les deux dernières, ſoient actuellement les deux premières, & que la première devienne la dernière; nous aurons,

$n'' = \frac{3-a}{2}$, $n' = \frac{a-1}{2}$, $n = \frac{a-1}{2}$; la plus petite valeur qu'on puiſſe donner à a eſt 3, qui donne $n'' = 0$, $n' = 1$, $n = 1$ & $G = 17$, & comme les équations propoſées ne pourroient être comparées deux à deux ſeulement, ſans donner une valeur de G au-deſſus de 17, j'en conclus que pour éliminer dans le cas préſent, il faudroit, ſuivant la première méthode, les combiner trois à trois en deux manières; la première en ajoutant le produit de $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ par $Mx + N$, avec le produit de $A''x^3 + B''x^2 + C''x + D''$ par $M''x + N''$, & avec le produit de $A'x^3 + B'x^2 + C'x + D'$ par M', ou ſimplement avec $A'x^3 + B'x^2 + C'x + D'$; & la ſeconde en ajoutant le produit de $A'x^3 + B'x^2 + C'x + D'$ par $M'x + N'$, avec le produit de $A''x^3 + B''x^2 + C''x + D''$ par $M''x + N''$, & avec le produit de $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ par M, M, N, M', N', M'', N'', marquent ici des quantités différentes de celles du premier cas.

Pour parvenir au même réſultat par la ſeconde méthode; on s'y prendra de la manière ſuivante.

Ayant vu qu'il faut multiplier $Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ par $Mx + N$, $A''x^3 + B''x^2 + C''x + D''$ par $M''x + N''$, & $A'x^3 + B'x^2 + C'x + D'$ par M' ſeulement; j'écris les trois équations dans l'ordre ſuivant;

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0,$$
$$A''x^3 + B''x^2 + C''x + D'' = 0;$$
$$A'x^3 + B'x^2 + C'x + D' = 0.$$

Du produit de la première par A'', je retranche le produit de la ſeconde par A, & j'ai

$$(A''B - AB'')\,x^2 + (A''C - AC'')\,x + A''D - AD'' = 0.$$

Du produit de la première par $A''x + B''$, je retranche le produit de la seconde par $Ax + B$, & j'ai

$$(A''C - AC'')\,x^2 + (A''D - AD'' + B''C - BC'')\,x + B''D - BD'' = 0.$$

Du produit de la première par A', je retranche le produit de la troisième par A, & j'ai

$$(A'B - AB')\,x^2 + (A'C - AC')\,x + A'D - AD' = 0.$$

La question est réduite à comparer ces trois équations du 2.re degré à la 2.de formule de la 2.me forme du Lemme I, laquelle donnera

$$\left.\begin{aligned}&[(A''B - AB'')(A''D - AD'' + B''C - BC'')(A''C - AC'')^2]\,(A'D - AD')\\ &+ [(A'B - AB')(A''C - AC'') - (A''B - AB'')(A'C - AC')]\,(B''D - BD'')\\ &+ [(A''C - AC'')(A'C - AC') - (A'B - AB')(A''D - AD'' + B''C - BC'')]\,(A''D - AD''),\end{aligned}\right\} = 0$$

équation qui, après les opérations faites, sera divisible par $A^{1+n''}$, c'est-à-dire par A.

Pour avoir la seconde équation sans x, il n'y a autre chose à faire qu'à changer, dans celle qu'on vient de trouver, A' en A & A en A', B' en B & B en B', & ainsi de suite.

Dans les degrés pairs, ce changement ne donnera point une nouvelle équation; c'est pourquoi il faudra faire le calcul pour d'autres valeurs de n & de n'', qu'on trouvera comme il a été dit plus haut.

Soient maintenant m, m', m'' inégaux, & que m soit plus grand que m' & m' plus grand que m'', ou qu'il y ait tout au plus égalité; après avoir déterminé n, n' & n'', on procèdera comme il suit:

1.° Du produit de la première par A', on retranchera le produit de la seconde par $Ax^{m-m'}$, & on aura une première équation du degré $m - 1$.

2.° Du produit de la première par $A'x + B'$, on retranchera le produit de la seconde par $Ax^{m-m'+1} + Bx^{m-m'}$, & on aura une seconde équation du degré $m - 1$.

3.° Du produit de la première multipliée par $A'x^2 + B'x + C'$, on retranchera le produit de la seconde multipliée par $Ax^{m-m'+2} + Bx^{m-m'+1} + Cx^{m-m'}$, & on aura une troisième équation du degré $m - 1$.

On continuera ainsi jusqu'à ce que le premier multiplicateur soit devenu du degré n.

On substituera dans chacune de ces équations, au lieu de $x^{m'}$ & ses puissances plus élevées, la valeur de $x^{m'}$, tirée de la seconde équation, & les puissances plus élevées qu'on en conclura par des multiplications & substitutions successives; par-là, on aura $n + 1$ équations chacune du degré $m' - 1$.

Ces opérations faites, si $n + 2$ est plus petit que m'', on comparera la seconde à la troisième comme on a comparé la première à la seconde, mais seulement jusqu'à ce que le multiplicateur de la seconde soit devenu du degré $m'' - n - 2$; ce qui donnera $m'' - n - 1$ équations du degré $m' - 1$, & par conséquent on aura en tout m'' équations chacune du degré $m' - 1$.

Si $n + 2$ se trouvoit plus grand que m'', on ne compareroit la première équation à la seconde que jusqu'à ce que le multiplicateur fût devenu du degré $n + 1 - m''$.

Alors on substituera, dans chacune des m'' équations du degré $m' - 1$ au lieu de $x^{m'}$ & ses puissances supérieures, la valeur de $x^{m''}$ & de ses puissances supérieures conclues de la troisième équation, & on aura m'' équations chacune du degré $m'' - 1$, lesquelles, comparées aux formules du Lemme II, donneront l'équation sans x.

Il ne reste plus qu'à démontrer que l'équation sans x, trouvée de cette manière, ne sera pas plus élevée qu'elle ne doit être, ou du moins que le diviseur qu'elle aura sera monome : voici comment on y parvient.

Les $n + 1$ équations résultantes de la comparaison de la première équation à la seconde, faites avant la substitution de $x^{m'}$, seront telles que les dimensions successives des coëfficiens des puissances de x, seront

$p + p' + 1$, $p + p' + 2$, $p + p' + 3$ jusqu'à $p + p' + m$
$p + p' + 2$, $p + p' + 3$, $p + p' + 4$ jusqu'à $p + p' + m + 1$
$p + p' + 3$, $p + p' + 4$, $p + p' + 5$ jusqu'à $p + p' + m + 2$, &c.
jusqu'à $n + 1$ progressions.

Et après la substitution de $x^{m'}$ les dimensions des coëfficiens seront

$p + p' + m - m' + 1 + (m - m')p'$, $p + p' + m - m' + 2 + (m - m')p'$ jusqu'à $p + p' + m + (m - m')p'$
$p + m - m' + 2 + (m - m')p'$, $p + p' + m - m' + 3 + (m - m')p'$ jusqu'à $p + p' + m + 1 + (m - m')p'$
$p + m - m' + 3 + (m - m')p'$, $p + p' + m - m' + 4 + (m - m')p'$ jusqu'à $p + p' + m + 2 + (m - m')p'$, &c.
jusqu'à $n + 1$ progressions.

Les $m'' - n - 1$ équations résultantes de la comparaison de la seconde équation à la troisième, faites avant la substitution de $x^{m''}$, auront, pour dimensions successives des puissances de x, les progressions suivantes :

$p' + p'' + 1$, $p' + p'' + 2$, $p' + p'' + 3$ jusqu'à $p' + p'' + m'$,
$p' + p'' + 2$, $p' + p'' + 3$, $p' + p'' + 4$ jusqu'à $p' + p'' + m' + 1$,
$p' + p'' + 3$, $p' + p'' + 4$, $p' + p'' + 5$ jusqu'à $p' + p'' + m' + 2$, &c.
jusqu'à un nombre de progressions $= m'' - n - 1$.

& lorsqu'on aura fait la substitution de $x^{m''}$, tant dans les $n + 1$ premières équations, que dans les $m'' - n - 1$ dernières, on aura 1.° $n + 1$ équations du degré $m'' - 1$, dont les coëfficiens des puissances de x auront successivement pour dimensions :

$p + p' + m - m'' + 1 + (m - m')p' + (m' - m'')p''$, $p + p' + m - m'' + 2 + (m - m')p' + (m' - m'')p''$
jusquà $p + p' + m + (m - m')p' + (m' - m'')p''$
$p + p' + m - m'' + 2 + (m - m')p' + (m' - m'')p''$, $p + p' + m - m'' + 3 + (m - m')p' + (m' - m'')p''$
jusqu'à $p + p' + m + 1 + (m - m')p' + (m' - m'')p''$
$p + p' + m - m'' + 3 + (m - m')p' + (m' - m'')p''$, $p + p' + m - m'' + 4 + (m - m')p' + (m' - m'')p''$
jusqu'à $p + p' + m + 1 + (m - m')p' + (m' - m'')p''$, &c.
jusqu'à $n + 1$ progressions.

2.° $m'' - n - 1$ équations du degré $m'' - 1$ dont les coëfficiens des puissances de x, auront successivement pour dimensions

$p' + p'' + m' - m'' + 1 + (m' - m'')p''$, $p' + p'' + m' - m'' + 2 + (m' - m'')p''$
jusqu'à $p' + p'' + m' + (m' - m'')p''$
$p' + p'' + m' - m'' + 2 + (m' - m'')p''$, $p' + p'' + m' - m'' + 3 + (m' - m'')p''$
jusqu'à $p' + p'' + m' + 1 + (m' - m'')p''$
$p' + p'' + m' - m'' + 3 + (m' - m'')p''$, $p' + p'' + m' - m'' + 4 + (m' - m'')p''$
jusqu'à $p' + p'' + m' + 2 + (m' - m'')p''$, &c.
jusqu'à $m'' - n - 1$ progressions.

Donc par le Corollaire II du Lemme II, la dimension de l'équation sans x ; sera,

$$[2p + 2p' + 2m - 2m'' + 2 + 2(m - m')p' + 2(m' - m'')p'' + n]\left(\frac{n+1}{2}\right) + [2p' + 2p'' + 2m' - 2m'' + 2(m' - m'')p'' + m'' - n]\left(\frac{m'' - n - 1}{2}\right) + m''\left(\frac{m'' - 1}{2}\right).$$

c'est-à-dire en mettant pour n sa valeur $m' - n'' - 2$,

$$G = mm' + pm' - m + m' + m'' - p + p'' + 1 - p'm + p'm' + p'm'' + p'mm' - p'm'm' - p''m' + p''m'' + p''m'm'' - p''m''m'' - (m + m' - m'' + p - p'' - n'' - 2 + p'm - p'm')n'';$$

mais elle ne devroit être que

$$mm' + pm' + p'm - m - m' + m'' - p - p' + p'' + 1 - (m + m' - m'' + p + p' - p'' - n'' - 2)n'';$$

donc elle est trop forte de

$$p' - 2p'm + p'm' + p'm'' + p'mm' - p'm'm' - p''m' + p''m'' + p''m'm'' - p''m''m'' - (-p' + p'm - p'm')n'' = p'[(m - m')(m' - n'' - 2) + n'' + 1 - m' + m''] + (m' - m'')(m'' - 1)p'' = p'[(m - m')n + m'' - n - 1] + p''(m' - m'')(m'' - 1);$$

Or je dis 1.° que le facteur superflu qui affecte chaque terme de l'équation sans x, ne peut renfermer d'autres lettres que A' & A'' ; en effet, la dimension de ce facteur étant $p'[(m - m')n + m'' - n - 1] + p''(m' - m'')(m'' - 1)$, doit être zéro quand p' & p'' seront zéro; or il n'y

n'y a que A' & A'', qui soient généralement des dimensions nulles dans ce cas.

2.° Je dis que ce facteur sera monome; car lorsque p', par exemple, sera zéro, chaque terme de l'équation n'aura plus son facteur superflu que de p'' $(m' - m'')$ $(m'' - 1)$ dimensions; or il est facile de voir que ce facteur doit être commun à tous les termes; donc il le sera aussi lorsque p' ne sera pas zéro, & comme le raisonnement est le même de p'' comparé à p'. que de p' à p''; il s'ensuit donc que le facteur entier superflu est commun à tous les termes de l'équation, & qu'il ne peut être qu'une puissance de A' multipliée par une puissance de A'', c'est-à-dire qu'il ne peut-être que

$$A'^{(m - m')n + m'' - n - 1} A''^{(m' - m'')(m'' - 1)}.$$

Nous ne pousserons pas plus loin ces recherches sur les moyens d'abréger le calcul de l'élimination: ce que nous en avons dit suffit pour faire connoître ce qu'on aura à faire quand le nombre des équations sera plus grand.

Au reste, je crois ces méthodes encore très-susceptibles de perfection, & il y a un grand nombre de cas où en suivant les principes sur lesquels elles sont fondées, on parvient à trouver des routes plus faciles; mon objet ne devant pas être dans ce Mémoire d'entrer dans ces détails, je me borne à en avertir.

La recherche de la dimension que doit avoir l'équation résultante de l'évanouissement, est utile, comme on a pu le voir dans ce Mémoire, en ce qu'elle sert à juger si une méthode qu'on se proposeroit d'employer pour éliminer, convient à ce but ou non, en apprenant si l'équation à laquelle cette méthode conduira, sera ou ne sera pas d'un nombre de dimensions supérieur à ce qu'il doit être, & même si le facteur superflu doit être monome ou complexe.

On peut encore appliquer à beaucoup d'autres usages cette manière de combiner les équations, particulièrement à la recherche du commun diviseur de plusieurs quantités complexes. En effet, si deux, trois ou un plus grand nombre de quantités complexes ont un diviseur commun composé, par exemple, de x, & de telles autres quantités qu'on voudra, on peut supposer

que chacune de ces quantités eſt zéro, parce qu'elle le deviendroit en effet, ſi on mettoit pour x ſa valeur qu'on auroit en égalant ce diviſeur à zéro : alors ou le diviſeur eſt d'une, ou de deux ou d'un plus grand nombre de dimenſions; il n'y a donc qu'à chercher quels ſont les polinomes indéterminés par leſquels il faudroit multiplier chaque équation pour qu'en égalant à zéro la ſomme des produits, il n'y reſtât que les deux derniers termes, ſi le commun diviſeur doit être d'une dimenſion, ou les trois derniers, s'il doit être de deux dimenſions, & ainſi de ſuite. Je me contente d'indiquer cet uſage.



MÉMOIRE

SUR

L'OBSERVATION DU PASSAGE DE VÉNUS SUR LE DISQUE DU SOLEIL,

Faite à Sélenginsk en Sibérie.

Par M. PINGRÉ.

LE zèle de M. Étienne Rumowski, & l'intelligence dont il a donné des preuves dans toutes les obſervations qu'il a faites en Sibérie, n'ont point été ſecondés par la température de l'air, preſque toujours pluvieux dans cette partie de la Sibérie. Le 6 de Juin 1761, le Ciel fut preſque perpétuellement couvert à Sélenginsk: cependant le zèle de M. Rumowski ne lui permettoit point de quitter la lunette; enfin vers le temps de la ſortie de Vénus, le Soleil commença à paroître, & les nuages s'entr'ouvrant un peu, permirent de déterminer les inſtans des deux contacts de la ſortie. L'attouchement des bords intérieurs fut vu à $3^h\ 21'\ 36''$ & demie, temps vrai; celui des bords intérieurs fut déterminé à $3^h\ 39'\ 42''$: la pendule avoit été réglée le 2 & le 4 de Juin, par des hauteurs correſpondantes du Soleil; elle le fut encore le 9 du même mois par la même méthode; la lunette de l'Obſervateur avoit quinze pieds anglois de longueur. Pour ne rien omettre des circonſtances de cette obſervation, M. Rumowski nous avertit que ſon œil étoit un peu fatigué, que la lunette étoit un peu agitée par le vent, que le bord du Soleil étoit ſujet à une légère ondulation, qu'enfin l'éclat de cet aſtre étoit un peu terni par l'interpoſition d'un nuage léger. M. Rumowski obſervoit ſur la colline où eſt bâtie la citadelle. 4 Février 1764.

Pour tirer parti de cette obſervation, il eſt néceſſaire de

déterminer préalablement la longitude & la latitude du lieu où elle a été faite. La latitude ne souffre aucune difficulté. M. Rumowski, après avoir vérifié un quart-de-cercle de deux pieds de rayon fait par Langlois, a pris plusieurs hauteurs méridiennes du Soleil, d'*Arcturus* & de α ♍; il a dépouillé ces hauteurs apparentes des effets de la réfraction, de la nutation, de l'aberration, de la précession des équinoxes; & prenant un milieu entre les résultats, il a déterminé la latitude de son observatoire de $51^{d}\ 06'\ 06''$: cette détermination s'accorde assez bien avec les observations faites en 1735, dans la même citadelle de Sélenginsk, par feu M. de l'Isle de la Croyere; cet Académicien nous apprend de plus que la citadelle est distante de la ville de neuf stades, & que sa latitude est moindre de deux minutes que celle de la ville.

Pour ce qui regarde la longitude de Sélenginsk, voici les observations que M. Rumowski a faites à cet égard, & les combinaisons que j'ai trouvé lieu d'en établir avec d'autres observations faites en des lieux déjà déterminés.

Le 31 Juillet 1761, à Sélenginsk, immersion du second Satellite, à $14^{h}\ 57'\ 17''$, temps vrai, lunette de quinze pieds Anglois: je ne trouve point d'observation de ce Satellite faite en Europe entre le 13 de Juillet & le 14 d'Août; mais son immersion dans l'ombre de Jupiter a été observée au Cap de Bonne-espérance, le 20 de Juillet & le 7 d'Août; le 20 de Juillet à $17^{h}\ 9'\ 42''$, ou $1^{h}\ 3'\ 54''$ plus tard qu'il n'est marqué dans les Éphémérides de M. l'abbé de la Caille; & le 7 d'Août à $11^{h}\ 43'\ 26''$, ou $1^{h}\ 03'\ 11''$ plus tard que selon les mêmes Éphémérides: donc le 31 de Juillet l'immersion auroit été observée $1^{h}\ 3'\ 28''$ plus tard qu'elle n'est indiquée dans les Éphémérides, c'est-à-dire qu'elle seroit arrivée à $9^{h}\ 05'\ 24''$; & même si les Observateurs du Cap eussent substitué une lunette de quinze pieds anglois à leur télescope grossissant cent vingt fois, il est à croire qu'ils auroient vu l'immersion de ce second Satellite une minute plus tôt, ou à $9^{h}\ 04'\ 24''$; cette immersion a été observée à Sélenginsk à $14^{h}\ 57'\ 17''$: la différence des méridiens entre Sélenginsk

& le Cap est donc de $5^h\ 52'\ 53''$; donc Sélenginsk est plus orientale que Paris de $6^h\ 57'\ 21''$.

Le 25 d'Août à Sélenginsk, immersion du premier Satellite à $10^h\ 46'\ 24''$. Selon les observations de M. Maraldi faites avec une lunette de quinze pieds françois seulement, mais avec des yeux perçans qu'on seroit tenté de comparer à ceux du lynx; les Éphémérides étoient en erreur le 21 de $1'\ 52''$, le 23 de $2'\ 0''$: Selon M. Messier, observant avec un excellent télescope catadioptrique de 30 pouces, l'erreur étoit le 21 Août de $1'\ 28''$, le 23 de $1'\ 41''$, le 8 de Septembre de $2'\ 25''$. M. Baudouin, observant avec une lunette de 25 pieds, met les Éphémérides en erreur de $1'\ 30''$ pour le 21 Août, & de $2'\ 52''$ pour le 8 de Septembre; enfin ces erreurs sont de $1'\ 36''$ & de $2'\ 56''$ selon M. Dampierre qui employoit une lunette de 23 pieds: toutes ces erreurs sont en excès. Je crois qu'on peut conclure de ce détail que pour une lunette de 15 pieds anglois seulement, l'erreur devoit être le 25 d'Août de $+\ 2'\ 40''$. Or le 25 d'Août, l'immersion est marquée dans les Éphémérides à $3^h\ 51'\ 50''$; ôtez $2'\ 40''$, elle auroit été observée à Paris à $3^h\ 49'\ 10''$; elle l'a été à Sélenginsk à $10^h\ 46'\ 24''$; la différence des méridiens est $6^h\ 57'\ 14''$.

Le même jour, immersion du second Satellite à Sélenginsk à $12^h\ 15'\ 04''\frac{1}{2}$; le 14 du même mois, l'erreur des Tables étoit de $31''$ en excès selon l'observation de M. Maraldi, & de $1'\ 25''$ selon celle de M. l'abbé de la Caille, qui faisoit usage d'une lunette de Dollond, de quatre pieds & demi: avec cette lunette, M. l'abbé de la Caille observoit assez ordinairement les immersions du second Satellite, une minute plus tôt que M. Maraldi. Le 8 Septembre, l'erreur des Éphémérides étoit de $1'\ 5''$ en excès selon M. Maraldi, elle auroit été d'environ $2'\ 5''$ selon M. l'abbé de la Caille; cette erreur étoit de $+\ 35''$ le 14 d'Août, & avoit toujours augmenté jusqu'au 26 de Septembre qu'elle s'est trouvée de $+\ 3'\ 31''$ selon les observations de M. Messier. Par rapport à une lunette de 15 pieds anglois, on peut estimer pour le 25 d'Août

l'erreur des Éphémérides à + 1′ 40″: l'immersion auroit donc dû arriver à Paris le 25 d'Août à 5^h 16′ 48″; M. Rumowski l'a observée à 12^h 15′ 04″ $\frac{1}{2}$;

Donc différence des méridiens	6^h	58′	16″ $\frac{1}{2}$
L'observation du 1.er Satellite donnoit	6.	57.	14
Celle du 31 Juillet	6.	57.	21
En prenant un milieu, on aura	6.	57.	37

Le 15 de Juillet, M. Rumowski a observé l'immersion de φ ♐ derrière le disque de la Lune à 11^h 24′ 51″: cinq ou six heures après j'ai observé à Rodrigue l'immersion de σ ♐ à 14^h 01′ 28″ $\frac{1}{2}$; une heure après, M. le Monnier a observé à Paris le passage des deux Étoiles au méridien. J'ai rapporté dans mon Mémoire sur la parallaxe du Soleil, ce qui concerne l'Étoile σ & la Lune; l'Étoile φ a passé à 18^h 25′ 38″ $\frac{2}{3}$, temps de la pendule, ou 12′ 44″ $\frac{5}{6}$ avant le premier bord de la Lune, sa distance apparente au Zénith étoit de 76^d 00′ 45″, de 5′ 57″,7 moindre que celle du centre de la Lune. Cela posé, en comparant l'observation de M. Rumowski avec celle de M. le Monnier, & avec la mienne, je trouve la longitude de Sélenginsk de 6^h 57′ 21″ $\frac{1}{2}$. Je disois dans mon Mémoire sur la parallaxe, qu'entre l'observation de M. le Monnier & la mienne, il ne s'étoit écoulé qu'une heure, intervalle de temps trop court pour que l'erreur des Tables ait pu sensiblement changer entre les observations: il n'en est pas de même à l'égard de l'observation de M. Rumowski; elle précède celle de M. le Monnier de près de 7 heures, & dans cet intervalle, l'erreur a pu augmenter ou diminuer de 7 à 8 secondes, ce qui altéreroit la longitude déterminée de 15 à 20 secondes de temps.

Le 19 de Septembre M. Rumowski a observé l'immersion de *K* ♉ à 16^h 12′ 05″, & son émersion à 17^h 21′ 32″. Je n'ai point d'observation correspondante à celle-ci.

Enfin le 2 de Juin, M. Rumowski a observé la fin de l'éclipse du Soleil à 20^h 23′ 01″ 40‴: en combinant cette

obſervation avec les correſpondantes faites à Cajanebourg & à Tobolsk, je trouve que le méridien de Sélenginsk eſt plus oriental que celui de Cajanebourg de 5h 16′ 41″ ½, & plus oriental que celui de Tobolsk de 2h 34′ 30″ : ceci donneroit la longitude de Sélenginsk de 6h 58′ 22″ à l'eſt du méridien de notre Obſervatoire.

En appréciant équitablement ces déterminations, je ne crois pas qu'on puiſſe fixer la longitude de Sélenginsk à moins de 6h 57′ 50″ : cela poſé, M. Rumowski y a obſervé le premier contact ou le contact intérieur des bords du Soleil & de Vénus prête à quitter le diſque à 3h 31′ 36″ ½ temps vrai; il étoit donc à Paris 20h 23′ 46″ ½ temps vrai, ou 20h 21′ 55″ ½ temps moyen; par conſéquent 9′ 36″ ½ moins qu'à Rodrigue : dans la ſuppoſition d'une parallaxe ſolaire de 10″, ce contact auroit dû être obſervé à Rodrigue, 9′ 30″,69 plus tard qu'à Sélenginsk; la comparaiſon de ces deux obſervations détermineroit donc la parallaxe horizontale du Soleil de 10″,1 au moins, & cela au 6 de Juin, lorſque le Soleil eſt preſque apogée. Cette détermination s'accorde fort bien avec celle à laquelle je me ſuis arrêté dans mon Mémoire ſur la parallaxe du Soleil.



ÉPHÉMÉRIDES DE LA COMÈTE DE 1764.

Par M. PINGRÉ.

J'AI présenté à l'Académie les Élémens de l'orbite de cette Comète, calculés sur les observations qui en avoient été faites la nuit du 3 au 4 de Janvier & le 11 du même mois; j'avertissois que ces Élémens pouvoient être susceptibles d'une plus grande perfection, vu le peu d'intervalle qu'il y avoit eu entre les observations sur lesquelles je m'étois réglé : en effet, les observations ayant été continuées, j'ai perfectionné ma théorie. Voici de nouveaux Élémens qui représentent bien les observations faites entre le 3 & le 22 de Janvier.

Nœud ascendant........................	♌ $0^d\ 7'\ 33''$
Inclinaison de l'Orbite..................	52. 46. 39
Périhélie..............................	♈ 15. 26. 3
Passage au Périhélie le 12 Février...........	$13^h\ 39'\ 57''$.
Logarithme de la distance périhélie.........	9,745621
Sens du mouvement....................	rétrograde.

Sur ces Élémens, j'ai calculé les lieux suivans de la Comète à $7^h\ 40'$ du soir, temps moyen, méridien de l'Observatoire.

	LONGITUDE de la COMÈTE.			LATITUDE de la COMÈTE.			ÉLONGATION.			DIST. à la TERRE.
	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	
Janv. 31	♓ 7.	3.	33	26.	50.	41	25.	32.	31	1,008
Févr. 1	6.	56.	42	26.	6.	11				1,039
2	6.	48.	55	25.	22.	51				1,069
3	6.	40.	16	24.	40.	33	22.	6.	44	1,098
4	6.	30.	49	23.	59.	12				1,127

Févr.

	LONGITUDE de la COMÈTE.			LATITUDE de la COMÈTE.			ÉLONGATION.			DIST. à la TERRE.
	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	
Févr. 5	♓ 6.	20.	37	23.	18.	38				1,155
6	6.	9.	44	22.	38.	43	18.	33.	51	1,183
7	5.	58.	14	21.	59.	19				1,210
8	5.	46.	11	21.	20.	22				1,237
9	5.	33.	41	20.	41.	44	14.	55.	43	1,263
10	♓ 5.	20.	49	20.	3.	26				1,288
11	5.	7.	37	19.	25.	22				1,312
12	4.	54.	10	18.	47.	30	11.	14.	19	1,336
13	4.	40.	33	18.	9.	48				1,359
14	4.	26.	50	17.	32.	15				1,381
15	♓ 4.	13.	6	16.	54.	51	7.	31.	41	1,402

Les latitudes ſont boréales ; dans l'eſtime des diſtances, j'ai pris la moyenne diſtance à la Terre pour l'unité du Soleil. Je n'ai point continué l'Éphéméride au-delà du 15 Février ; la Comète aura paſſé par ſon périhélie le 12 ; continuant enſuite à s'écarter du Soleil & de la Terre, elle ne pourra paroître ſur l'horizon que dans un crépuſcule qui l'effacera ; elle ſera abſolument inviſible juſqu'au 15 de Mars, qu'elle paſſera par ſon Nœud deſcendant ; ſa diſtance à la Terre diminuera alors ; mais juſqu'au 26 Avril, cette diſtance ſera à celle de la Terre au Soleil, comme 3 à 2. On a vu pluſieurs Comètes à une plus grande diſtance, il me paroît très-utile d'obſerver celle-ci juſqu'au 25 Avril, ſi cela ſe peut : on lui aura vu parcourir plus de 200 degrés de ſon orbite. Je me chargerai volontiers d'eſſayer la méthode de M. Euler ſur cette Comète, ſi ceux qui ſont mieux partagés que moi en inſtrumens d'Aſtronomie, peuvent me fournir des obſervations exactes, faites vers la mi-Avril & plus tard. Voici la ſuite de mon Éphéméride, en reprenant au 15 de Mars après la conjonction ſupérieure de la Comète : j'ai choiſi l'heure du midi vrai de chaque jour.

	LONGITUDE de la COMÈTE. D. M. S.	LATITUDE de la COMÈTE. D. M. S.	ÉLONGATION. D. M. S.	DIST. à la TERRE.
Mars....... 15	♒ 29. 34. 24	0. 4. 59. B	25. 50. 47	1,670
16	29. 28. 47	0. 28. 28. A		1,670
17	29. 23. 11	1. 1. 57	28. 1. 6	1,669
18	29. 17. 35	1. 35. 28		1,668
19	29. 12. 0	2. 9. 2	30. 11. 16	1,667
20	29. 6. 24	2. 42. 39		1,665
21	♒ 29. 0. 48	3. 16. 20		1,663
22	28. 55. 11	3. 50. 6	33. 26. 26	1.661
23	28. 49. 33	4. 23. 57		1,658
24	28. 43. 53	4. 57. 54		1,656
25	28. 38. 8	5. 31. 58	36. 41. 26	1,653
26	28. 32. 17	6. 6. 10		1,650
27	♒ 28. 26. 21	6. 40. 32		1,647
28	28. 20. 18	7. 15. 6	39. 56. 53	1,643
29	28. 14. 6	7. 49. 50		1,639
30	28. 7. 45	8. 24. 44		1,635
31	28. 1. 14	8. 59. 52		1.630
Avril....... 1	27. 54. 31	9. 35. 11	44. 19. 4	1,625
2	♒ 27. 47. 35	10. 10. 45		1,620
3	27. 40. 23	10. 46. 35		1,615
4	27. 32. 55	11. 22. 43	47. 37. 43	1,609
5	27. 25. [illegible]	11. 59. 8		1,604
6	27. 17. 8	12. 35. 49		1,598
7	27. 8. 45	13. 12. 46	50. 58. 38	1,592
8	♒ 27. 0. 0	13. 50. 3		1,586
9	26. 50. 52	14. 27. 41		1,580
10	26. 41. 18	15. 5. 39	54. 22. 28	1,574
11	26. 31. 18	15. 43. 57		1,568
12	26. 20. 52	16. 22. 37		1,562
13	26. 9. 57	17. 1. 39	57. 49. 52	1,555
14	♒ 25. 58. 32	17. 41. 3		1,549
15	25. 46. 34	18. 20. 51		1,542
16	25. 34. 2	19. 1. 3	61. 21. 33	1,535
17	25. 20. 54	19. 41. 38		1,528
18	25. 7. 10	20. 22. 36		1,522
19	24. 52. 47	21. 3. 58	64. 58. 24	1,515
20	♒ 24. 37. 42	21. 45. 43		1,508
21	24. 21. 51	22. 27. 52		1,502
22	24. 5. 13	23. 10. 27	68. 40. 56	1,496
23	23. 47. 46	23. 53. 27		1,490
24	23. 29. 27	24. 36. 54		1,483
25	♒ 23. 10. 13	25. 20. 49	72. 30. 46	1,477

Je termine ici mon Éphéméride : l'élongation de la Comète

continue toujours à augmenter, & sa distance à la Terre diminue; mais, d'un autre côté, sa déclinaison australe augmente; elle est déjà de $37^d\frac{1}{2}$ le 25 d'Avril; la Comète ne paroît plus sur l'horizon que de jour ou au moins pendant un fort crépuscule: il seroit à souhaiter qu'on pût l'observer sous des latitudes méridionales, l'observation pourroit y être continuée jusqu'à la fin de Mai. Par exemple, le 25 de Mai, sa distance à la Terre sera précisément la même qu'au 15 de Février, étant en ♒ $2^d 44' 23''$, elle aura $121^d 53'$ d'élongation; mais sa latitude australe sera de $48^d 7' 20''$, & sa déclinaison de 65^d.



MÉMOIRE SUR LA LONGITUDE DE POLLING.

Par M. BAILLY.

27 Juin 1764. M. PINGRÉ nous ayant communiqué l'observation de l'éclipse de Lune faite à Polling le 17 Mars 1764, j'ai essayé de déterminer la longitude de ce lieu, en comparant cette observation à celle que nous avons faite à Noslon près de Sens, S. E. M.gr le Cardinal de Luynes & moi.

Noslon est de 3 secondes à l'occident de Sens, & par conséquent de 3′ 45″ à l'orient de Paris.

Je me suis servi pour cette comparaison du commencement de l'éclipse, & de l'immersion de plusieurs taches.

A Noslon, commencement de l'éclipse	10h 52′ 52″	par moi.
A Polling	11. 25. 53	
	33. 1	
Selon Son Éminence, l'éclipse étoit commencée à	10h 53′ 57″	
	11. 25. 53	
	31. 56	
L'ombre à Tycho	11h 8′ 42″	
	11. 38. 8	
	29. 26	
Tycho est entré	11h 9′ 57″	
	11. 39. 53	
	29. 56	
Grimaldi est entré	11h 12′ 22″	
	11. 42. 27	
	30. 5	

Galilée eſt entré...............	$11^h\ 27'\ 12''$
	11. 56. 50
	29. 38
L'ombre à *Manilius*.............	$11^h\ 53'\ 42''$
	12. 23. 59
	30. 17
Manilius eſt entré.............	$11^h\ 55'\ 52''$
	12. 25. 38
	29. 46
Mare Criſium eſt entré..........	$12^h\ 20'\ 12''$
	12. 50. 13
	30. 1
	$33'\ 1''$
	31. 56
	29. 26
	29. 56
	30. 5
	29. 38
	30. 17
	29. 46
	30. 1
Milieu entre ces neuf déterminations.	30. 47

Si l'on ne prend que les immerſions des taches qui s'accordent beaucoup mieux, le milieu ſera $29'\ 53''$.

Je crois que ce réſultat eſt le plus exact, parce que je ſoupçonne que le commencement de l'Éclipſe a été déterminé un peu trop tard à Pölling.

Notre obſervation ne paroît pas ſuſpecte à cet égard : Son Éminence obſervoit dans un autre appartement; il a vu, à $10^h\ 53'\ 57''$, que l'Éclipſe étoit commencée, & j'en avois déterminé le commencement à $10^h\ 52'\ 52''$; d'où il réſulte que le vrai commencement de l'Éclipſe doit être renfermé dans ces limites.

Comme les déterminations, déduites de l'immersion des taches, s'accordent très-bien, je m'en tiendrai à ce dernier résultat; d'où je conclurai la différence de longitude entre Noslon & Polling de 29′ 53″, & la différence de longitude entre Paris & Polling 33′ 38″, dont Polling est à l'orient de Paris; différence qui s'accorde avec celle que le P. Hell a insérée dans ses Éphémérides, & qui est de 33′ 25″.

Cette détermination s'éloigne de plus d'une minute de celle que M. de Thury a conclue des mesures géodésiques qu'il a faites en Allemagne; mais l'observation des éclipses de Lune ne comporte pas une plus grande précision : cependant si l'on prenoit le milieu 30′ 47″ entre les neuf observations, on auroit, pour la différence de longitude entre Paris & Polling, 34′ 32″, qui s'accorde assez bien avec celle que M. de Thury m'a communiquée & qui est de 34′ 45″.



CALCUL
DE L'ÉCLIPSE DU SOLEIL
DU 1.er AVRIL 1764,
SELON NOS TABLES CORRIGÉES.

Par M. CASSINI DE THURY.

L'OBSERVATION de cette Éclipse, annoncée depuis long-temps, & calculée par différens Astronomes, est d'autant plus intéressante, qu'elle nous fournira un moyen de reconnoître l'exactitude des Tables que l'on a employées pour le Calcul; on sait que toutes sont fondées sur différens systèmes, les unes sur des observations corrigées par une période entière d'erreurs; les autres sont le fruit des recherches des Géomètres qui ont dressé des Tables indépendantes d'aucun système, fondées sur la solution du problème des trois corps: toutes ces différentes Tables sont présentement portées à un tel point de perfection, que les petites différences que l'on y remarque, excèdent souvent les bornes de la précision que l'on peut attendre des observations.

J'ai pensé d'abord, comme M. Halley, par rapport aux Tables de la Lune de mon Père, qu'il n'étoit pas nécessaire d'en construire de nouvelles; mais qu'il falloit leur procurer une plus grande exactitude, en découvrant leurs erreurs dans les différens points de l'orbite de la Lune; j'ai rassemblé à cet effet les observations faites par les Astronomes de l'Observatoire, & je les ai publiées dans mes Additions. M. le Monnier nous a donné une suite d'Observations faites pendant une période entière d'erreurs, de sorte que l'on ne manque pas de bonnes observations pour corriger les Tables.

M.rs Clairaut & d'Alembert se sont appliqués particulièrement à déduire de la théorie toutes les équations lunaires, &

j'ai déjà été frappé en plusieurs occasions de l'exactitude des Tables de M. Clairaut, que j'ai regardé comme juge d'un différent entre nos observations & celles de M. l'abbé de la Caille; rien ne seroit plus intéressant que d'avoir les résultats des calculs de ces différentes Tables, par rapport à l'éclipse prochaine; c'est ce qui m'a déterminé à ne point attendre l'observation, pour faire part à l'Académie du résultat de mes calculs que j'expose ici.

J'ai déterminé le moment de la pleine Lune à 10h 32' 20", la latitude de la Lune de 39' 57", & en supposant le diamètre du Soleil de 16' 3", celui de la Lune de 14' 48", sa parallaxe horizontale de 54' 10", celle du Soleil de 10", l'inclinaison apparente de 84d 17', &c. j'ai trouvé que le commencement de l'éclipse arrivera à 9h 8' 58", la fin à 12h 4' 12", la Lune sera entièrement sur le Soleil; peut-être verra-t-on à Paris un petit filet de lumière de 4" de degré.

J'ai prié M. Clairaut de calculer, selon ses Tables, la longitude de la Lune, & sa latitude pour 10h 32', temps de la nouvelle Lune (selon la Connoissance des mouvemens Célestes), & j'ai reçu le résultat de son calcul, dans le même temps qu'il recevoit le mien; il a trouvé la longitude de la Lune de 0s 12d 9' 50", & la latitude de 0d 39' 43", plus petite de 20" 45"', que selon le calcul de M. de la Lande.



OBSERVATIONS

OBSERVATIONS DE MERCURE,

faites à l'Obſervatoire Royal au mois de Mai 1764; AVEC PLUSIEURS ÉCLIPSES DES SATELLITES DE JUPITER, depuis 1760 juſqu'en 1764.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.

MALGRÉ l'attention des Aſtronomes à obſerver Mercure hors des Conjonctions, on ne trouve que huit à neuf obſervations dans les Mémoires de l'Académie, qui aient été faites à ſon paſſage au Méridien; circonſtances que l'on ſait être les ſeules ſuſceptibles de la plus grande préciſion hors des Conjonctions.

Cette planète paſſant au Méridien le 24 Mai de cette année, une heure & demie après le Soleil, je me diſpoſai à cette obſervation que j'avois tentée en vain pluſieurs fois dans d'autres temps, peut-être parce que j'avois négligé les précautions que j'ai priſes cette année.

Je rendis le cabinet d'obſervation auſſi obſcur que pendant la nuit, & j'adaptai au bout de la lunette du quart-de-cercle mural, un tuyau de deux pieds, qui avoit à ſon extrémité un diaphragme de ſix lignes d'ouverture. Une demi-heure avant l'obſervation, je m'enfermai dans ce cabinet, & ne plaçai l'œil à la lunette que quelques minutes avant le temps de l'obſervation. Toutes ces précautions eurent le ſuccès que j'en avois eſpéré; j'aperçus Mercure une minute avant ſon paſſage par le méridien; il étoit extrêmement foible.

J'obſervai le paſſage de cette planète par le méridien à $1^h\ 33'\ 29''\frac{1}{2}$ à la pendule, ſa hauteur de $66^d\ 36'\ 5''$; &

ayant égard à la quantité 6′ 42″ dont haussoit le quart-de-cercle, & à la réfraction 29″, suivant la Table de M. l'abbé de la Caille, on a la hauteur de Mercure de 66ᵈ 28′ 54″.

J'observai le même jour le passage d'*Arcturus* par le méridien à 9ʰ 52′ 7″ du soir à la pendule; & comme l'instrument avoit la même déviation depuis 61 degrés jusqu'à la hauteur de Mercure, la différence des passages de ces deux astres, donne la différence d'ascension droite avec la même précision que s'ils avoient été dans le même parallèle. D'ailleurs, la pendule étoit parfaitement réglée sur le moyen mouvement, l'accélération des étoiles étant de 3′ 56″; j'ai déduit de ces observations l'ascension droite de Mercure le 24 Mai à 1ʰ 38′ 4″ temps vrai, de 86ᵈ 14′ 36″; sa déclinaison, de 25ᵈ 19′ 4″, d'où j'ai conclu sa longitude géocentrique de 2ˢ 26ᵈ 36′ 9″, & sa latitude boréale de 1ᵈ 53′ 2″. J'ai supposé l'ascension droite d'*Arcturus* de 211ᵈ 14′ 27″, ayant eu égard à l'aberration & nutation qui donnoient une équation de 19″ additive.

Je m'étois flatté de revoir les jours suivans cette planète, ayant pris les mêmes précautions; mais je ne pus l'apercevoir, quoique le ciel fût serein : apparemment qu'elle me fut dérobée par quelques vapeurs légères. Perdant toute espérance de la revoir, je m'occupai avec M. Cassini de Thury à l'observer tous les soirs, après le coucher du Soleil, à une machine parallactique. Quoique ces observations ne soient pas susceptibles de l'exactitude de celles faites au méridien, soit à cause de l'instrument & de l'inégalité des réfractions proche l'horizon, nous les croyons cependant d'autant plus utiles, que la rareté des observations sur cette planète, presque toujours invisible, est une des principales causes du peu de progrès qu'on a fait dans sa théorie.

D'ailleurs, l'étoile κ des Gémeaux, à laquelle nous avons comparé Mercure, a toujours été aux environs du parallèle de la planète qui avoit 20 degrés environ de hauteur au temps de la plus grande partie des observations.

Les observations suivantes ont été faites avec une lunette

de 5 pieds, qui avoit à son foyer un réticule romboïde dont les angles étoient éloignés de $1^d\ 5'\ 23''$ dans la direction du parallèle des étoiles. J'ai rapporté dans la Table suivante les observations telles qu'elles ont été faites, afin qu'on puisse toujours y avoir recours pour vérifier les calculs.

J'ai supposé l'ascension droite apparente de l'étoile κ des ♊, à laquelle Mercure a été comparé depuis le 26 Mai jusqu'au 3 Juin, de $112^d\ 33'\ 57''$, & sa déclinaison, de $24^d\ 56'\ 38''$, ayant eu égard à la nutation & à l'aberration que j'ai supposées de $12''$ en ascension droite, & de $+ 8''$ en déclinaison. *

* On trouve cette étoile dans les Éphémérides de M. l'abbé de la Caille, pour 1755, au N.° 215 du Catalogue des étoiles.

OBSERVATIONS.

Ces Observations ont été faites dans la tour occidentale, avec une pendule qui retardoit de 1″ dans l'intervalle des observations : on comparoit cette pendule à celle du Cabinet avant & après les observations.

JOURS du Mois.	TEMPS A LA PENDULE.		PASSAGE A L'HORAIRE, conclu par les lames.	ASCENSION droite de Mercure.	DÉCLINAISON boréale de Mercure.
MAI.		H. M. S.		D. M. S.	D. M. S.
26.	☿ à l'angle paroît......	8. 15. 12½			
	☿ à l'horaire..........	8. 17. 38	17′ 36″½ milieu.......... 17′ 37″		
	☿ à l'angle disparoît.....	9. 20. 0			
	κ des ♊ paroît au sud...	9. 51. 42			
	κ à l'horaire..........	9. 53. 57	53. 56 milieu + 1″..... 53. 57½		
	♀ paroît sud..........	9. 55. 1	Temps vrai........... 8h 22′ 51″	88. 24. 55	25. 1. 6
	κ disparoît...........	9. 56. 10	Différence en ascens. droite. 1. 36. 20⅓		
	♀ à l'horaire..........	9. 56. 13	en déclinaison réduite..... 0d 4′ 28″		
	♀ disparoît...........	9. 57. 22½	☿ au nord de κ.		
28.	☿ paroît au sud.......	8. 13. 17			
	☿ à l'horaire..........	8. 15. 40	15′ 38″¼ par un milieu..... 15. 38¼		
	☿ disparoît...........	8. 18. 0½			
	κ des ♊ paroît nord....	9. 43. 46½			
	κ disparoît...........	9. 47. 41	45. 43¾ + 1 par un milieu.. 45. 44¾		
	♀ paroît sud..........	9. 55. 46½	Temps vrai........... 8h 21′ 10″ Différence en ascension droite.. 1. 30. 6	89. 58. 46	24. 43. 43
	♀ à l'horaire..........	9. 56. 47½	en déclinaison réduite..... 0d 12′ 55″		
	♀ disparoît...........	9. 57. 44	☿ au sud de κ.		

JOURS du Mois.	TEMPS A LA PENDULE.	H. M. S.	PASSAGE A L'HORAIRE, conclu par les lames.	ASCENSION droite de Mercure. D. M. S.	DÉCLINAISON boréale de Mercure. D. M. S.
MAI.					
29.	☿ paroît au sud.......	7. 57. 37½			
	☿ à l'horaire..........	7. 59. 30½	59′ 29″⅓ par un milieu..... 59′ 30″		
	☿ disparoît...........	8. 1. 21¼			
	x des ♊ paroît au nord...	9. 24. 55½			
	x à l'horaire..........	9. 26. 56	26. 56½ + 1 par un milieu.. 26. 57¼		
	x disparoît...........	9. 28. 57½	Temps vrai............ 8h 5′ 4″	90. 38. 33	24. 37. 10
	♀ paroît au sud........	9. 41. 46½	Différence en ascens. droite. 1. 27. 27¼		
	♀ à l'horaire..........	9. 42. 15½	en déclinaison réduite..... 0d 19′ 28″		
	♀ disparoît...........	9. 42. 43½	☿ au sud de x.		
30.	☿ paroît au sud........	8. 4. 25½			
	☿ à l'horaire..........	8. 6. 13	6′ 12″½ par un milieu.. 8h 6′ 12½		
	☿ disparoît...........	8. 7. 59½			
	x des ♊ paroît au nord..	9. 29. 39			
	x à l'horaire..........	9. 31. 18	31. 19 + 1 par un milieu. 9. 31. 19⅔		
	x disparoît...........	9. 32. 59½			
	Temps vrai....................		.... 8h 11′ 59″	91. 13. 45	24. 20. 17
	Différence en ascension droite........		☿ à l'ouest de x......... 1. 25. 6½		
	Différence en déclinaison...........		☿ au sud de x des ♊..... 0 36′ 21″		
31.	☿ paroît au sud........	8. 22. 25½			
	☿ à l'horaire.........	8. 23. 28	23′ 27″½ par un milieu... 8h 23′ 27⅓		
	☿ disparoît...........	8. 24. 29			
	x des ♊ paroît au nord..	9. 44. 34¼			
	x à l'horaire..........	9. 46. 31½	46. 31 + 1 par un milieu. 9. 46. 32¼		
	x disparoît...........	9. 48. 27½			
	Temps vrai....................		.... 8h 29′ 19″	91. 44. 25	24. 6. 49
	Différence en ascension droite........		☿ à l'ouest de x........ 1d 23′ 4″½		
	Différence en déclinaison réduite.....		☿ au sud de x......... 0 49. 49		
3 Juin.	☿ paroît au sud........	8. 34. 28½			
	☿ à l'horaire..........	8. 35. 1	35′ 1″½ par un milieu... 8h 35′ 1″¼		
	☿ disparoît...........	8. 35. 34¼			
	x des ♊ paroît au nord...	9. 53. 7½	54. 1¼ + 1 par un milieu. 9. 54. 2½		
	x à l'horaire..........	9. 54. 55¼			
	Temps vrai....................		.... 8h 41′ 4″	92. 45. 9	23. 24. 50
	Différence en ascension droite........		☿ à l'ouest de x........ 1d 19′ 1″		
	Différence en déclinaison réduite.....		☿ au sud de x.......... 1 31. 5		

On a vu dans le commencement de ce Mémoire, que Mercure étant aux environs du parallèle de l'étoile dans les premières obſervations, elles n'avoient point été aſſujetties aux effets de l'inégalité des réfractions; mais dans celle du 3 Juin, elle a été d'autant plus ſenſible, que Mercure n'avoit que 4^d $42'$ de hauteur, & qu'il étoit éloigné du parallèle de l'étoile de 1^d $30'$. J'ai trouvé qu'il falloit diminuer la déclinaiſon de Mercure à cauſe de la réfraction, de $43''$, & l'aſcenſion droite, de $32''$, parce que dans cette circonſtance, la réfraction en élevant la planète, l'éloignoit du méridien & augmentoit ſon aſcenſion droite; j'ai eu égard dans la Table ci-deſſus à ces corrections.

La Table ſuivante contient les longitudes & latitudes de Mercure, obſervées & comparées à celles que donnent les Tables imprimées de M. Caſſini, & les mêmes Tables rectifiées par M. de Thury d'après les recherches qu'il a faites en 1753, ſur la théorie de cette planète, & dont le Mémoire eſt imprimé dans le Volume de l'Académie de la même année.

Je me bornerai donc à expoſer ici que M. Caſſini de Thury diminue le moyen mouvement de Mercure de $6''$ par an; celui de l'aphélie, de $20''$; celui du nœud, de $5''$; & afin que les Tables de M. ſon père repréſentent exactement les conjonctions obſervées, dont elles s'écartoient de $20'$ en 1753, il ajoute $2'$ à l'époque de la longitude moyenne pour la même année, $14'$ à celle de l'aphélie, & il ſuppoſe la longitude du nœud plus avancée de $10'$ en 1631 : on déduit de ces élémens l'époque de la longitude moyenne en 1764, de 10^s 1^d $34'$ $3''$; celle de l'aphélie, de 8^s 13^d $30'$ $38''$; & le lieu du nœud, de 1^s 15^d $31'$ $27''$.

Dans la Table manuſcrite de l'équation du centre, qu'il a bien voulu me communiquer, M. de Thury ſuppoſe la plus grande équation du centre, de 23^d $52'$ $29''$, $2'$ $29''$ plus grande que dans ſon Mémoire. On voit par la comparaiſon du calcul & des obſervations, que ces Tables ainſi rectifiées repréſentent dans la minute l'obſervation de cette année du paſſage de Mercure au Méridien.

Jours, Mois & Heures Temps vrai.	OBSERVATIONS.		CALCULS par les Tables non rectifiées.		CALCULS par les Tables rectifiées.		ERREURS des Tables non rectifiées.		ERREURS des Tables rectifiées.	
Passage au Méridien le 24.	Longitude de ☿.	Latitude de ☿.	Longitude de ☿.	Latitude de ☿.	Longitude de ☿.	Latitude de ☿.	en Longitude.	en Latitude.	en Longitude.	en Latitude.
H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
24 Mai. 1. 38. 4	2. 26. 36. 9	1. 53. 22	2. 26. 38. 54	1. 53. 7	2. 26. 35. 25	1. 53. 6	+2. 45	−0. 15	−0. 44	−0. 16
26. 8. 22. 51	2. 28. 33. 49	1. 33. 11	2. 28. 30. 39	1. 34. 18	2. 28. 38. 0	1. 34. 35	−3. 10	+1. 7	+4. 20	+1. 24
28. 8. 22. 54	2. 29. 58. 53	1. 15. 15	2. 29. 57. 46	1. 14. 43	3. 0. 2. 48	1. 15. 33	−1. 7	−0. 32	+3. 55	+0. 18
[illegible] 1. 4	3. 0. 35. 5	1. 3. 23	3. 0. 33. 14	1. 3. 44	3. 0. 38. 52	1. 4. 38	−1. 51	+0. 21	+3. 50	+1. 15
[illegible]	3. 1. 7. 13	0. 52. 12	3. 1. 4. 14	0. 51. 41	3. 1. 6. 14	0. 52. 32	−2. 59	−0. 31	−0. 59	+0. 20
[illegible]	[illegible] 15. 19	0. 39. 2	3. 1. 31. 47	0. 38. 55	3. 1. 37. 41	0. 39. 56	−3. 32	−0. 7	+2. 22	+0. 54
[illegible]	[illegible]	[illegible] 2. 5	3. 2. 34. 58	0. 3. 38	3. 2. 34. 58	0. 2. 17	+3. 36	+1. 33	+3. 36	+0. 12

OBSERVATIONS des Éclipses des Satellites de Jupiter, faites à l'Observatoire Royal de Paris en 1760, 1762, 1763 & 1764, avec une lunette parfaite de Campani, de 19 pieds ½, dont l'oculaire avoit 2 pouces 9 lignes de foyer.

2 Juin 1760.

	H.	M.	S.	
Immersion du Ier Satellite; le temps n'est point beau	2.	31.	35	M.

18 Juin.

Immersion du Ier Satellite; le temps très-mauvais. 25' après l'observation, on ne voyoit plus les Satellites, mais je les voyois foiblement quand le premier a disparu	0.	40.	53	M.
Immersion du IVe, le ciel n'est point beau	1.	48.	18	M.
Immersion du IIe, le ciel n'est point beau	2.	10.	14	M.

5 Juillet.

Émersion du IVe, le ciel n'est point beau	0.	41.	48	M.

11 Juillet.

Immersion du Ier, très-beau	0.	49.	20	M.

12 Juillet.

Immersion du IIe, très-beau	11.	16.	27	S.

15 Juillet.

Immersion du IIIe, très-beau	2.	5.	12	M.

20 Juillet.

Immersion du IIe, très-beau	2.	53.	23	M.

19 Septembre.

Émersion du Ier, très-beau, mais il fait du vent	10.	24.	28	S.

2 Octobre.

Émersion du IIe, très-beau	8.	28.	44	S.

	H. M. S.
25 Septembre 1762.	
Immersion du IIIe, médiocre, la lunette étant mal arrangée........................	9. 31. 19
6 Décembre.	
Émersion du Ier, beau..................	0. 28. 3 M.
22 Janvier 1763.	
Émersion du Ier, beau..................	7. 6. 31 S.
25 Janvier.	
Immersion du IIIe, beau.................	5. 39. 19 S.
Émersion du IIIe, beau, mais ayant remué le cric, j'ai vu le Satellite déjà sorti de quelques secondes..	7. 5. 6 S.
1.er Février.	
Immersion du IIIe, beau.................	9. 42. 24 S.
Émersion du IIIe, Jupiter vers l'horizon, mal terminé..............................	11. 8. 41 S.
6 Mars.	
Émersion du IIe, Jupiter près l'horizon, au milieu des vapeurs.......................	9. 2. 38 S.
9 Mars.	
Émersion du IIIe, très-beau..............	7. 18. 42 S.
Émersion du Ier, très-beau................	7. 40. 17 S.
4 Septembre.	
Émersion du IIe, très-beau...............	3. 11. 24 M.
J'avois vu l'immersion du même Satellite à $0^h\ 38'\ 0''$; mais ayant été obligé de remuer la lunette dans cet instant, je regarde cette observation douteuse de quelques secondes.	
5 Septembre.	
Émersion du IIIe, très-beau...............	0. 4. 50 M.

	H.	M.	S.
30 Septembre 1763.			
Immersion du I.er, la Lune sur l'horizon, mais très-éloignée de Jupiter....................	1.	17.	27 M.
8 Octobre.			
Immersion du I.er, le ciel beau; mais Jupiter ne paroît pas si bien terminé qu'à l'ordinaire.....	3.	13.	7. M.
17 Octobre.			
Immersion du I.er, beau; mais il fait du vent....	8.	9.	39 S.
24 Octobre.			
Immersion du II.e, beau, mais Jupiter ne me paroît pas parfaitement terminé; avant l'immersion je l'ai vu disparoître & reparoître plusieurs fois, quoique le ciel parût très-serein..........	6.	46.	44 S.
18 Janvier 1764.			
Émersion du I.er, assez beau au moment de l'observation; mais il fait un si grand vent, que la lunette remue perpétuellement...........	8.	35.	15 S.
10 Février.			
Émersion du I.er, très-beau, quoique la Lune soit en Croissant proche de Jupiter, je crois cette observation très-bonne.............	8.	45.	47 S.



MÉMOIRE SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE, DANS LA SUPPOSITION DE L'APPLATISSEMENT DE LA TERRE.

Par M. PINGRÉ.

DANS mon Mémoire [illegible] la parallaxe horizontale du Soleil *, jai inféré la pratique de la méthode dont je me sers pour calculer la parallaxe de la Lune, lorsque les circonstances exigent que l'on tienne compte de l'aplatissement de la Terre. J'indiquois les sources où j'avois puisé; mais je ne donnois d'ailleurs aucune démonstration. Plusieurs Astronomes ont paru ne pas désapprouver ma méthode: mais peu disposés à me suivre aveuglément, ils m'ont témoigné, & par écrit & de vive voix, le desir qu'ils avoient de voir les preuves de ce que j'avois avancé. D'autres, au contraire, ont cru que ma méthode procuroit des résultats absolument opposés à ceux qu'on tiroit des autres méthodes: si cela est, le préjugé doit être contre moi; ces autres méthodes ayant été proposées par des Géomètres qui me sont infiniment supérieurs en science & en talens.

* Voy. les Mém. de 1761.

On a remarqué, avec raison, qu'un des inconvéniens qu'on rencontre dans ces sortes de calculs & qui jette de l'incertitude sur leur précision, c'est que les différentes hypothèses qu'on peut faire sur les dimensions de la Terre, déduites des mesures qui en ont été faites, donnent des résultats très-différens. J'ajouterai cependant que, quelque hypothèse que l'on suive, pourvu que cette hypothèse soit plausible, on approchera beaucoup plus de la vérité que si l'on n'en suivoit aucune, & que de plus ces hypothèses plausibles ne fournissent pas des résultats si différens que quelques auteurs modernes ont paru se le persuader: dans

mon Mémoire sur la parallaxe du Soleil, j'ai supposé la Terre un sphéroïde elliptique & son axe d'une deux cents quatorzième partie moindre que le diamètre de l'Équateur.

Soit CEP (*fig. 1*) le quart d'une ellipse qui représente un méridien terrestre quelconque, CP le demi-axe de la Terre, P le pôle, $CE\Pi$ un quart-de-cercle construit sur le rayon CE, D un lieu donné sur la surface de la Terre & sur la circonférence du méridien EDP, comme Paris, DGH une ligne verticale, passant par le zénith de Paris, prolongée jusqu'à la rencontre de l'axe en H, & faisant, avec le rayon de l'Équateur, l'angle DGE égal à la latitude de Paris; par le centre C, soit tiré le rayon $C\Delta$ parallèle à GD; donc le point Δ sur le cercle ou sur la sphère aura la même latitude que le point D sur l'ellipse ou le sphéroïde elliptique; ΔC étant le rayon $= r$, ΔQ perpendiculaire sur CE sera le sinus de la latitude $= s$, & CQ en sera le cosinus $= c$; ΠP sera égale à la différence du rayon de l'Équateur & du demi-axe; elle sera dans notre hypothèse $= \frac{1}{215} = \delta$. Par le point M, où ΔQ rencontre l'ellipse, tirez le rayon CN, & par le point C, tirez CD & DS parallèlement au rayon de l'Équateur CE. Toute cette construction, ainsi que les analogies qui suivent, sont de M. de Maupertuis *; je me contente d'ajouter de courtes démonstrations de ces analogies.

* *Parallaxe de la Lune*, §. 3.

I. On a, par la propriété connue du cercle & de l'ellipse,

$$C\Pi\ (r) : \Delta Q\ (s) :: \Pi P\ (\delta) : M\Delta = \frac{s\delta}{r}.$$

II. La figure de la Terre est presque sphérique; donc l'arc $N\Delta$ est très-petit & ne diffère pas sensiblement d'une ligne droite, & le triangle $MN\Delta$ peut être regardé comme un triangle rectiligne rectangle en N; l'angle $C\Delta N$ est droit; les angles $M\Delta N$ & ΔCQ étant l'un & l'autre le complément du même angle $C\Delta Q$, sont égaux, & les triangles rectangles $MN\Delta$, ΔQC sont semblables: donc $C\Delta\ (r) : \Delta Q\ (s)$ $:: M\Delta\ \left(\frac{s\delta}{r}\right) : MN\ \left(\frac{ss\delta}{rr}\right)$.

par exemple, de celle de Rodrigue qui est de $19^d\ 40'\ 40''$ au sud.

Le Logarithme de cette latitude est..........	9,52728
Au double de ce logarithme ou au logarithme de ss	9,05456.
J'ajoute le logarithme de la constante δ........	7,66756.
Le logarithme de δss sera..................	6,72212.
Donc $\delta ss =$	0,00053.
Et $1 + \delta ss = DH = P'$	1,00053.

Mais on aura toujours, P en parties du rayon est à P en minutes & secondes, comme P' en parties du rayon est à P' en minutes & secondes. Donc si à 9,99885 complément arithmétique du logarithme constant de P en décimales du rayon, j'ajoute les logarithmes de P' en décimales ou 0,00023, & de P en minutes & en secondes, j'aurai le logarithme de P' ou de DH en minutes & en secondes pour la latitude de Rodrigue. On peut aussi trouver CD pour Rodrigue en secondes, en disant, $1 + \delta ss : 1 - \delta ss :: DH$ ou P' en secondes est CD en secondes.

Si les formules ou les tables, au lieu de donner la parallaxe pour Paris, indiquoient la parallaxe équatoriale que j'appellerai Pe, alors pour avoir DH sous toute sorte de latitude, il suffiroit de faire cette analogie ; $1 : 1 + ss\delta :: Pe : DH$. Si c'étoit au contraire la parallaxe pôlaire Po qui fut donnée par les tables, l'analogie se convertiroit en celle-ci, $1 - \delta : 1 + ss :: Po : DH$ ou P. Or $1 - \delta$ dans notre supposition est $= 0,99535$, & son logarithme est 9,99798.

La normale DH est perpendiculaire sur la tangente ou sur l'horizon OR (*fig. 2*) ; Si la Terre étoit sphérique, & que DH fût son rayon, il est clair que toute l'affaire des parallaxes se réduiroit à déterminer la différence d'aspect d'un astre vu du centre de la Terre H, & d'un point D de sa circonférence, & cette différence d'aspect seroit toujours égale à l'angle DLH, sous lequel le rayon DH seroit vu de l'astre situé en L ; le problème se résoudroit par la méthode ordinaire, sans qu'il fût nécessaire de faire aucune réduction relative à la figure de la

Terre. Supposons que la chose soit réellement ainsi, que résultera-t-il de notre hypothèse? il en résultera que du lieu de l'astre observé du point D, nous aurons conclu son lieu tel qu'il seroit vu du point H. Mais ce n'étoit pas au point H, c'étoit au centre C qu'il falloit réduire l'observation; il me reste donc à montrer comment on peut s'y prendre pour faire cette réduction du point H au point C. Je suppose ici, comme on voit, qu'il s'agit de réduire un lieu apparent en lieu vrai; s'il s'agissoit au contraire de réduire un lieu vrai en lieu apparent, il est clair que par un ordre rétrograde du lieu vrai vu du centre C, il faudroit calculer par la méthode que nous allons exposer, le lieu qui seroit observé du point H; on en concluroit ensuite par les méthodes ordinaires, le lieu apparent tel qu'on l'observeroit du point D.

Le point L est le lieu de la Lune *(fig. 2)*, d'où l'on a tiré des lignes au centre C de la Terre, au point H où la normale DH rencontre l'axe de la Terre Pp, & au point D lieu de l'observateur sur la surface de la Terre. Dans le triangle CHL, le côté CH est dans l'axe de la Terre, & par conséquent dans la commune section de tous les cercles horaires, le point L où est la Lune est nécessairement dans le plan de quelque cercle horaire; donc tout le triangle CHL est nécessairement dans le plan d'un même cercle horaire. La réduction de l'aspect au point H à l'aspect au point C est égale à l'angle sous lequel la ligne CH est vue du point L, c'est-à-dire à l'angle CLH, & elle se fait nécessairement dans le plan du triangle CHL; donc elle se fait nécessairement dans le plan d'un cercle horaire; donc elle est toute entière en déclinaison, elle ne change rien à l'ascension droite.

Dans le triangle CHL, on a, HL (distance de la Lune à la Terre, sensiblement égale à CL) est au sinus de HCL (complément de la déclinaison de la Lune) comme CH $(= 2\, s\, \delta)$ est à l'angle CLH; & comme la parallaxe de la Lune est toujours en raison inverse de sa distance, on peut, selon M. l'abbé de la Caille, à l'analogie précédente, substituer celle qui suit, $\frac{1}{p} : CH :: \text{fin. } HCL : \text{fin. } CLH$. Donc le sinus de

CLH, qui ne diffère pas de l'angle même, vu sa petitesse, c'est-à-dire la réduction du point *H* au point *C* en déclinaison est $= CD$ ou $(1 - \delta ss) \times 2 \delta s \times$ cosin. de la déclinaison vraie de la Lune. Ceci donnera la réduction en décimales du rayon; pour l'avoir en secondes, on peut dire sans craindre l'erreur d'une centième partie de seconde, 1 est à *P'* ou *DH* en secondes, comme la réduction en décimales est à la réduction en secondes. L'analogie que j'ai suivie dans mon Mémoire sur la parallaxe du Soleil, revient à celle-ci & donne le même résultat; j'ai cru la devoir changer pour la rendre plus générale & absolument indépendante de la parallaxe de Paris. Si les Tables étoient calculées pour les parallaxes équatoriales, alors on auroit pour la dernière analogie, 1 est à la parallaxe équatoriale des Tables, comme la réduction en décimales est à la réduction en secondes, & cette analogie seroit absolument exacte.

Il est clair, par la seule inspection de la *figure 2*, que l'angle *PHL* mesure de la distance de la Lune au pôle vue en *H*, est plus petit que l'angle *PCL* qui mesure la même distance vue du centre *C*; donc en réduisant du point *H* au point *C*, la distance au pôle élevé doit augmenter; donc *en réduisant un lieu apparent en lieu vrai, la réduction en déclinaison est soustractive, si la déclinaison est de même dénomination que le pôle élevé, & additive si les dénominations sont différentes.* S'il s'agissoit de réduire un lieu vrai en lieu apparent, ce seroit tout le contraire.

A l'égard de la réduction en longitude & en latitude, il est manifeste que l'une & l'autre dépend de la réduction en déclinaison, & que la connoissance de celle-ci doit conduire à la connoissance des deux autres par les analogies différentielles. Soit *(fig. 3)* *P* le pôle de l'écliptique, & Π celui de l'équateur, *L* le lieu de la Lune. Dans ce triangle, on connoît ordinairement le côté $P\Pi$ égal à l'obliquité de l'écliptique, ΠL complément de la déclinaison de la Lune, *PL* complément de sa latitude, & l'angle *P* distance de la Lune au colure des solstices: si on ne connoît pas tout cela, on peut le prendre à quelques 15 ou 20 minutes près dans des Éphémérides, il n'est pas nécessaire de les connoître avec plus

plus de précision. Pour faciliter le calcul, je cherche d'abord l'angle L, que j'ai appelé Z dans le Mémoire cité ci-dessus, & je dis; sin. ΠL (cos. déclin.) : sin. P (cos. longit.) :: sin. $P\Pi$ (sin. obliquité de l'écliptique) : sin. L.

Dans ce triangle $P\Pi L$, le côté $P\Pi$ est constant, ainsi que l'angle adjacent Π qui mesure l'ascension droite constante de la Lune; le côté ΠL est changé par la réduction: il s'agit de savoir quelle sera l'influence de ce changement sur l'angle P qui mesure la longitude, & sur le côté PL qui est le complément de la latitude. Selon le Théorème XV, de Côtes, dans son Traité *de Erroribus in mixtâ Mathesi;* je dis, sin. PL (cos. lat.) : sin. L :: $d\Pi L$ (réduction en déclinaison) : dP (réduction en longitude); donc *la réduction en longitude* $= \frac{\text{sin. } L \times \text{réduct. en déclin.}}{\text{cosin. latit.}}$. Le Théorème XI du même ouvrage, fournit l'analogie suivante,

sin. total : cosin. L :: $d\Pi L$: dPL; *donc la réduction en latitude* $=$ *cosin.* $L \times$ *la réduction en déclinaison.*

Pour ce qui regarde le sens dans lequel ces réductions doivent être employées, il est d'abord clair que la Lune ne peut jamais se trouver dans des circonstances où sa déclinaison variant dans un sens, sa latitude varie dans le sens opposé. Ainsi nous pouvons établir que *quand il s'agit de réduire un lieu apparent en lieu vrai, la réduction en latitude est soustractive, si la latitude est du côté du pôle élevé sur l'horizon, & additive si la latitude est du côté du pôle opposé.*

Soit *ÆQ (fig. 4)* l'équateur, $C\Upsilon E$ la partie ascendante de l'écliptique, c'est-à-dire sous toute sorte de latitude la partie qui s'approche de plus en plus du pôle élevé sur l'horizon; quoiqu'en même temps elle puisse s'éloigner du zénith. Soit L le lieu de la Lune non réduit; selon ce que nous avons dit, la réduction en déclinaison éloignera la Lune du pôle élevé dans une direction perpendiculaire à l'équateur, c'est-à-dire dans la direction LU, & le point U sera le lieu réduit ou le lieu vrai de la Lune. Qu'on abaisse maintenant des perpendiculaires sur l'écliptique des points L & U, on verra que les

perpendiculaires abaissées du point U précèdent toujours celles qui partent du point L; donc le lieu vrai de la Lune précédera toujours le lieu non réduit.

Donc *lorsqu'il s'agit de réduire un lieu apparent en lieu vrai, la réduction est toujours soustractive dans les signes ascendans, & additive dans les signes descendans;* c'est toujours le contraire quand on réduit un lieu vrai en lieu apparent.

On peut appliquer tout ceci aux réductions de parallaxe d'azimuth & de hauteur, en substituant dans toutes ces analogies les termes d'azimuth & de hauteur à ceux de longitude & de latitude. Ainsi *(fig. 3)* en supposant que P est le pôle de l'équateur & Π celui de l'horizon ou le zénith, on aura l'angle L en disant; le sinus de ΠL (distance vraie de la Lune au zénith) est au sinus de l'angle P (angle horaire de la Lune ou sa distance au méridien), comme le sinus de ΠP (complément de la latitude du lieu) est au sinus de l'angle L. *La réduction en azimuth*, sera égale au $\frac{\text{sin. } L \times \text{réduction en déclinaison}}{\text{cosin. hauteur de la Lune}}$ & *celle de hauteur* $=$ cosin. $L \times$ *réduction en déclinaison.* Dans la *fig. 5*, où EH représente le méridien, HQ l'horizon, EQ un quart de l'équateur élevé sur l'horizon, la réduction de la déclinaison se fait de L en U perpendiculairement à l'équateur en tirant des perpendiculaires des points L & U sur l'horizon; la perpendiculaire tirée des points U est toujours plus voisine du méridien que celle qui est abaissée du point L: la même chose arriveroit de l'autre côté du méridien; si l'équateur étoit sous l'horizon ce seroit tout le contraire. On peut donc établir pour règle générale, qu'*en réduisant un lieu apparent en lieu vrai, la réduction en azimuth approche la Lune de la partie du méridien qui en allant du zénith à l'horizon, coupe l'équateur & l'éloigne de la partie du méridien qui en allant du zénith à l'horizon, passe par le pôle.*

La réduction en hauteur est ordinairement dans le même sens que celle en déclinaison; comme celle-ci éloigne la Lune du pôle élevé, celle-là l'éloigne du zénith, & elle est en conséquence soustractive. Cette règle générale souffre cependant

une exception dans la zone torride & aux environs, c'est lorsque la Lune est plus près du pôle & du zénith que ces deux points ne le sont l'un de l'autre. Dans la *figure 6* où *P* est le Pôle, Z le Zénith & *L* la Lune, si l'angle *PLZ* est *obtus*, la réduction de la déclinaison écartant la Lune du pôle *P* dans la direction *LU*, approchera cet Astre de la perpendiculaire *XZ* tirée du point Z sur *PU*, & l'approchera par conséquent du point Z. Au contraire, si l'angle est aigu, comme il le sera si la Lune est supposée au point *A*, la réduction en éloignant la Lune du point *P* selon la direction *PA*, l'éloignera aussi de la perpendiculaire *XZ*, & par conséquent du zénith Z. La règle sera donc que *pour réduire un lieu apparent de la Lune en lieu vrai, la réduction en hauteur est toujours soustractive, excepté quand dans le triangle formé par la Lune, le Zénith & le Pôle, l'angle à la Lune se trouve* obtus.

Ainsi toute cette grande affaire des réductions relatives à la figure de la Terre, se réduit à sept ou huit additions, dont les deux premières sont même inutiles, si les Tables donnent directement la parallaxe équatoriale; comme il seroit à souhaiter qu'elles la donnassent plutôt qu'une parallaxe particulière à une seule latitude. Quant à la parallaxe pôlaire, je ne vois pas quelle est l'utilité qu'ont pu envisager ceux qui ont tenté de la substituer à la parallaxe équatoriale. Je résume ici ces additions, afin que l'on puisse envisager d'un coup d'œil l'utilité de la méthode que je propose, & que j'ai puisée, comme je l'ai dit ci-dessus, dans les Ouvrages de M.rs de Maupertuis & de la Caille.

PROBLÉME I.

Trouver la parallaxe P, *qu'il faut employer dans les calculs pour la latitude de Paris.*

Je suppose, comme dans toutes les autres méthodes, qu'on a trouvé la parallaxe pour Paris, soit dans de bonnes Tables, soit par la formule de M. Clairaut. Au logarithme de cette parallaxe, ajoutez le logarithme constant 0,00230; la somme est le logarithme de *P*.

PROBLÉME II.

Trouver la parallaxe équatoriale Π.

Au logarithme de *P*, ajoutez 0,00115, la somme est le logarithme de Π.

PROBLÉME III.

Trouver la parallaxe P' *qu'il faut employer pour toute autre latitude.*

Au double du logarithme sinus de cette latitude, ajoutez 7,66756, vous aurez le logarithme d'un nombre fractionnaire que je nomme *X*; au logarithme de 1 + *X* ajoutez le logarithme de Π, la somme sera le logarithme de *P'*.

PROBLÉME IV.

Trouver la réduction en déclinaison.

Ajoutez en une somme le logarithme de 1 — *X*, le logarithme sinus de la latitude du lieu, le logarithme cosinus de la déclinaison vraie de la Lune (prise dans quelque Éphéméride à un demi-degré près) & le logarithme de Π, la somme sera le logarithme de la réduction en déclinaison. Cette réduction écarte toujours la Lune du pôle élevé, s'il s'agit de réduire un lieu apparent en lieu vrai; c'est le contraire, si du lieu vrai on veut conclure le lieu apparent.

PROBLÉME V.

Trouver l'angle de position L.

Ajoutez le complément arithmétique du logarithme cosinus de la déclinaison, le logarithme cosinus de la longitude de la Lune depuis le plus prochain équinoxe, & le logarithme constant 9,60020; vous aurez le logarithme sinus de *L*.

PROBLÉME VI.

Trouver la réduction en latitude.

Ajoutez le logarithme cosinus de *L*, au logarithme de la

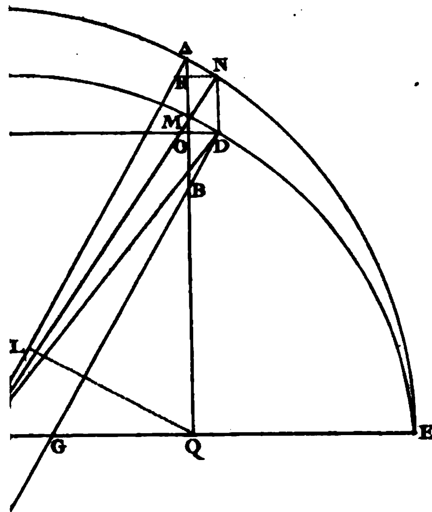


Fig. 3.

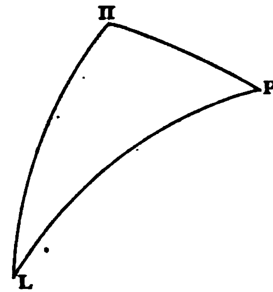
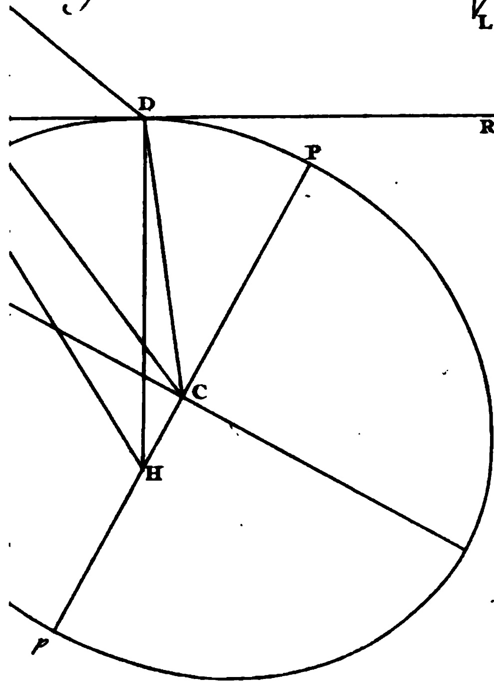
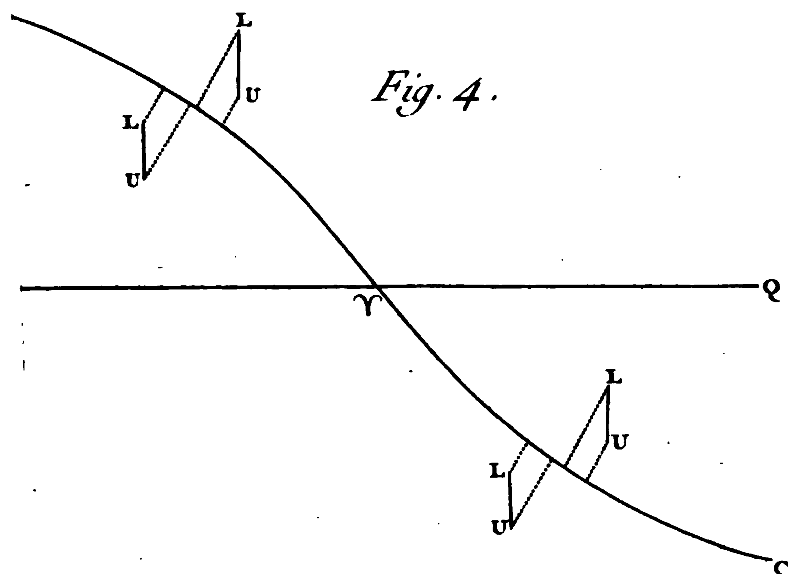
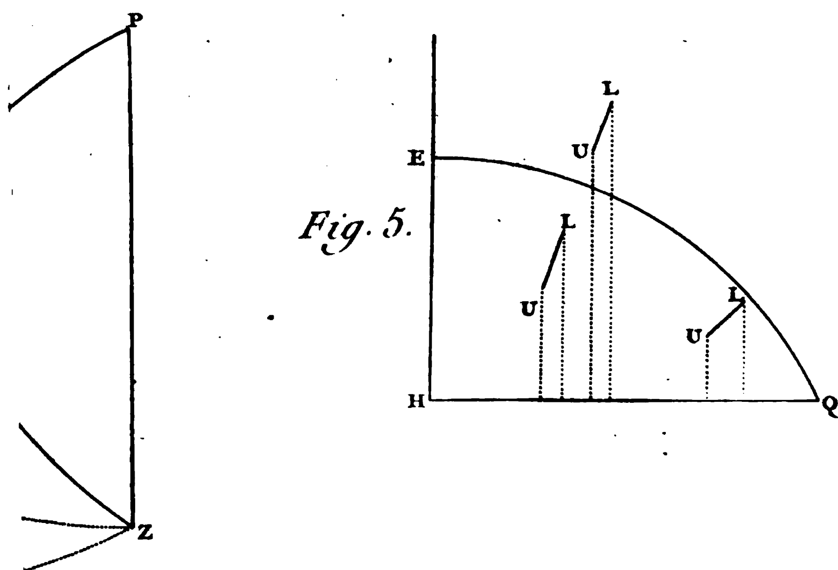


Fig. 2.




Fig. 4.
L
U
L
U
Q
♈
L
U
L
U
C


P
Z
Fig. 5.
E
L
U
L
U
L
U
H
Q



réduction en déclinaison, vous aurez le logarithme de la réduction en latitude; cette réduction agit en même sens que celle de la déclinaison.

PROBLÉME VII.

Trouver la réduction en longitude.

Au complément arithmétique du logarithme cosinus de la latitude de la Lune, ajoutez le logarithme sinus de *L* & celui de la réduction en déclinaison, & la somme sera le logarithme de la réduction cherchée. Cette réduction est soustractive dans les signes ascendans, additive dans les descendans, s'il s'agit de réduire un lieu apparent en lieu vrai; c'est tout le contraire, s'il s'agit de réduire un lieu vrai en lieu apparent.

Pour plus d'exactitude, lorsqu'on entreprend de réduire un lieu apparent au lieu vrai, il ne faut employer les réductions qu'après tout le calcul ordinaire des parallaxes: si l'on veut au contraire du lieu vrai conclure le lieu apparent, il faut, immédiatement après avoir trouvé le lieu & la latitude vraies par les Tables, appliquer à l'un & à l'autre les réductions convenables, avant que de passer au calcul des parallaxes.



RECHERCHES SUR LA NATURE DES PIERRES ou CALCULS

Qui se forment dans le corps des Hommes & dans celui des Animaux.

PREMIÉRE PARTIE.

Par M. TENON.

LES pierres qui se forment dans le corps humain, ne sont que trop connues par les désordres qu'elles produisent dans l'économie animale, par les tourmens cruels qu'elles font endurer, par les travaux, les malheurs & les succès des plus illustres Chirurgiens qui ont cherché les moyens de tirer du corps la cause de tant de ravages. Cette partie de l'Art a été, de nos jours, presqu'entièrement portée à sa perfection, du moins pour ce qui concerne l'extraction des pierres de la vessie.

Jusqu'ici les recherches ont été ou moins assidues, ou moins heureuses, sur l'origine & la nature de ces concrétions singulières, qui considérées sous un point de vue, sont étrangères à l'organisation animale, dont elles blessent le tissu, mais qui n'en sont pas moins, sous un autre point de vue, une production du corps organisé. Nos connoissances sur cette partie sont encore assez peu avancées, & je ne connois point d'Ouvrages où elle ait été traitée d'une façon satisfaisante.

Indépendamment des lumières qu'une étude suivie sur la nature & la formation des différentes pierres du corps humain, peut répandre sur la Physique, l'Art de guérir y peut un jour trouver des ressources utiles. L'extraction de la pierre n'est pas toujours possible; la vessie n'est pas, à beaucoup près, la seule partie du corps humain où il se forme des pierres: on sait

même que dans bien des occasions, différentes circonstances ne permettent pas de recourir à aucune opération; & fût-elle toujours également facile & sûre, combien ne seroit-il pas à souhaiter qu'on pût épargner aux malades les douleurs dont elle est nécessairement accompagnée?

Nous sommes fort loin de nous livrer à des illusions flatteuses, que rien ne justifieroit: trop heureux, si le travail dans lequel je m'engage sur la nature & la composition des pierres animales, après nous avoir conduit à quelques vérités, déterminoit des hommes plus habiles à suivre, avec plus de succès, des recherches qui sont incontestablement de la plus grande utilité.

On a découvert dans les animaux, des calculs dont la nature est très-différente: ceux qui ont le mieux étudié cet objet, y ont remarqué des pierres qui flottent sur l'eau, pendant que d'autres se précipitent au fond; ils ont observé que les unes résistent à l'action du feu, sans s'y enflammer, pendant que d'autres brûlent & se consomment; que les unes sont polies & formées de couches concentriques, tandis que la surface des autres est raboteuse, mamelonée ou hérissée de pointes; qu'elles diffèrent entr'elles par leur couleur, leur forme, leur volume, leur poids, leur dureté, & par l'arrangement de quelques-unes de leurs parties; qu'il en est dans lesquelles on découvre vers leur centre une espèce de noyau de substance, tantôt homogène & tantôt hétérogène au reste de la pierre; & lorsqu'ils ont abandonné l'observation, pour les soumettre à l'analyse chymique, ils ont retiré de plusieurs d'elles de la terre, du sel volatil, de l'huile fétide *(a)*, & beaucoup d'air *(b)*.

(a) Voyez Meniot, cité par Desault, dans sa Dissertation sur la pierre des reins & de la vessie, *page 45*; & Boyle indiqué par M. Hales: il a trouvé dans les pierres, suivant l'expression de ce dernier, une bonne quantité de sel volatil.

(b) M. Hales, qui a fait des expériences pour déterminer quelle étoit la quantité d'air contenue dans les calculs, a remarqué qu'une pierre de la vessie urinaire qui pesoit 230 grains, & dont le volume étoit d'environ $\frac{3}{4}$ de pouces, donnoit par la distillation, dans une retorte de fer, 516 pouces d'air élastique qui en sortoit avec vivacité; en sorte que l'air qui s'en dégagea, avoit 645 fois le volume

Ces connoiſſances me parurent bien vagues, je crus ne devoir point me borner à elles ſeules; mais quelle route falloit-il ſuivre dans mes recherches?

Des Phyſiciens, tels qu'Antoine de Heide, Pierre Rommelius, avoient avancé qu'il y avoit des calculs qui ſe diſſolvoient dans les acides; le premier l'avoit publié à la ſuite de ſon *Anatomie de la Moule*, imprimée en 1684, mais avec des circonſtances qui fixèrent mon attention. Il dit que des fragmens de bézoards formés par couches, qui avoient été diſſous dans l'eau régale, dans l'eſprit de nitre, ſe dilatèrent en une eſpèce de nuage, & que ce nuage ne ſe mêla point avec le diſſolvant: il fit à peu près les mêmes obſervations ſur des fragmens d'yeux d'écreviſſes, ſur des perles, ſur des coquilles de limaçon & ſur du corail rouge; ces différens corps furent diſſous, ſelon lui, dans l'eſprit de ſel, dans l'huile de vitriol & dans l'eſprit de nitre; ils épaiſſirent le menſtrue & le remplirent peu à peu de flocons crénelés. Quelques années après, Pierre Rommelius publia, dans les Éphémérides des Curieux de la Nature, que de petites pierres que l'on avoit trouvées dans la veſſie d'un bœuf, avoient été diſſoutes dans le vinaigre, à l'exception d'une pellicule qui les enveloppoit, & que la ſubſtance diſſoute fut précipitée en un *coagulum* blanchâtre, par l'addition d'un alkali. Ces obſervations aſſez intéreſſantes pour attirer l'attention des Phyſiciens par la ſingularité des phénomènes qu'elles préſentent, furent cependant négligées; car perſonne, au moins à ce que je crois, n'a cherché à s'aſſurer de ce que pouvoient être ces flocons crénelés, ces pellicules ou nuages qui ne ſe mêloient point au diſſolvant, ni quelle étoit la matière de la pellicule obſervée par Rommelius. Au contraire, un Écrivain moderne & célèbre (M. Deſault, fameux Médecin de Bordeaux) aſſure dans ſon Ouvrage ſur la pierre des reins & de la veſſie, imprimé en 1736, « que » les diſſolvans ſalins (ce ſont ſes termes) comme l'eſprit de nitre,

de la pierre, & que la moitié de ce calcul ſe convertit en air. La chaux qui reſta après cette opération peſoit 49 grains. *Statique des Végétaux, page 167.*

nitre, de sel, de vitriol . . . . . ne mordent pas sur les pierres « animales ; » ce qui contredisoit les observations de Heide, de Rommelius & de beaucoup d'autres.

Je crus donc qu'il falloit d'abord examiner deux faits principaux; l'un, s'il y a en effet des pierres animales qui résistent à l'action des acides, ou du moins de certains acides? l'autre, quelle est la nature de cette pellicule ou de ce nuage que de Heide & Rommelius ont remarqué?

J'eus recours aux différens acides minéraux & à quelques acides végétaux; j'eus seulement l'attention d'affoiblir, comme avoit fait autrefois Maitre-jan dans ses Recherches sur le cristallin *(c)*, les acides minéraux avec plusieurs parties d'eau commune, & comme a fait depuis M. Hérissant, avec l'esprit de nitre, dans les travaux intéressans qu'il nous a donnés sur les Os.

Les esprits de nitre, de sel, l'eau régale affoiblis, les acides végétaux, particulièrement l'esprit de vinaigre, le simple vinaigre employé pur, dégagent beaucoup d'air des pierres des écrevisses & des homards; ils donnent lieu à la séparation de deux autres substances, l'une terrestre, elle se mêle au menstrue qui la tient en dissolution, dont on la dégage en la précipitant avec l'huile de tartre: l'autre dont je ne détermine point encore la nature, ne se mêle qu'en partie & à la longue au dissolvant; elle s'élève à sa surface, de même que la pellicule qui s'étend sur le lait lorsqu'il bout: le reste de cette dernière substance devient plus léger à mesure que la terre s'en dégage, s'élève peu à peu dans l'acide, le surnage à la fin, acquiert de la transparence, conserve, tant qu'il est imbibé de fluide, la forme & le volume qu'avoient les pierres avant qu'elles eussent été mises en expérience. Ce corps transparent & léger me parut devoir être regardé comme le *canevas* de l'édifice pierreux: je prie que l'on me permette d'employer ce terme lorsque je parlerai

(c) Ce mélange de Maitre-jan étoit composé de trois parties d'eau commune, & d'une partie d'eau forte. Il remarqua à la faveur de cette liqueur & sans dissection, que la membrane qui recouvre le cryſtallin est une continuité de la membrane du corps vitré. *Traité des maladies de l'œil, page 35.*

de cette ſubſtance, n'en ayant point trouvé de plus convenable, & voulant éviter une périphraſe qui reviendroit ſouvent.

En ſuivant le même procédé, je trouvai auſſi avec l'acide nitreux une grande quantité d'air, de la terre & un canevas, mais moins ſolide.

Dans les perles fines.

Dans les pierres qui ſe forment ſur les dents *(d)*.

Dans certaines pierres de l'intérieur de l'os maxillaire inférieur *(e)*.

Dans celles de l'utérus & des conduits utérins *(f)*.

Dans celles des boyaux des chevaux & des chèvres.

(d) Ces pierres (connues autrement, mais improprement, ſous le nom de tuf) ſont communément blanchâtres, polies, d'un grain très-fin, légères, & les plus légères que je connoiſſe après celles de la véſicule du fiel ; elles ne s'élèvent point ſur l'eau comme ſont celles-ci, dans certaines circonſtances : je dis ſeulement dans certaines circonſtances, car il eſt, on ne peut pas plus facile, de priver les pierres biliaires de la propriété qu'elles ont de flotter ſur l'eau, cela tient ſeulement à un tour de main dont je rendrai compte ailleurs.

(e) Abſyrte, Auteur de Médecine vétérinaire, du règne de Conſtantin, avoit obſervé des pierres des mâchoires dans les chevaux ; on peut voir à ce ſujet un extrait de cet Auteur, rapporté dans la *Collection Acad. tom. V, pag. 232*. Voici un fait à peu près ſemblable, obſervé ſur un homme ; il nous eſt fourni par M. Morelot, Maître en Chirurgie à Beaune en Bourgogne ; M. Morelot envoya en 1760, à l'Académie royale de Chirurgie, le côté droit d'un os maxillaire inférieur humain ; il étoit ramolli, tuméfié, excavé : chargé par l'Académie royale de Chirurgie, d'examiner le fait, & de lui en rendre compte, je trouvai dans la cavité de cet os un corps dur iſolé, de la forme & du volume d'un œuf, peſant 3 onces 48 grains, brun dans quelques endroits, à ſa ſurface moins *brun, gris,* même blanchâtre dans d'autres, raboteux & friable, d'un grain ſemblable à peu près à ceux de notre grès. On pourra voir tous les détails de cette obſervation dans les Mémoires de l'Académie royale de Chirurgie, auxquels elle appartient, j'ai cru ſeulement devoir profiter de l'occaſion qu'elle m'offroit pour examiner le canevas de cette pierre ; ce ſont les expériences que j'ai tentées ſur elle, qui m'ont mis en état d'en parler ici.

(f) Cette pierre peſoit 3 onces 2 gros 58 grains, elle étoit blanche à ſa ſurface & ſphérique ; je la trouvai, non dans la cavité de la matrice, mais dans l'épaiſſeur de ſes parois ; la matrice & ſa cavité avoient plus d'étendue que dans l'état naturel, ainſi qu'il ſe remarque lorſqu'elle renferme un corps quelconque, ou dans ſa cavité ou dans ſes parois, elle étoit adhérente enfin par ſon fond avec l'épiploon.

Enfin dans les pierres blanches de la vessie urinaire de l'homme & du porc-épi *(g)*.

J'acquis donc la preuve que ces différens acides agissoient sur les pierres animales; ils y agissent à un tel point qu'ils en dissolvent la terre, & la dégagent de cette autre partie constituante de la pierre, que nous avons appelée le *canevas*. L'existence de ce canevas dans ces pierres devint constante: je vis donc que cette substance qui s'étoit offerte confusément à de Heide sous la forme de nuage ou de flocons, n'étoit autre chose que des débris de canevas brisés par les acides actifs & trop concentrés, dont cet Auteur avoit fait usage; enfin ces expériences me découvrirent ce qu'étoit cette pellicule que Rommelius avoit dégagée de certaines pierres à l'aide du vinaigre, mais qu'il croyoit se borner seulement à leur surface.

Il y auroit de la précipitation sans doute à conclure d'après ces expériences, que les mêmes acides dussent produire les mêmes effets sur toutes les pierres; car j'ai eu des résultats différens en soumettant à mes expériences des pierres animales d'une autre espèce, des pierres jaunes, par exemple, des brunes & des noirâtres.

Les pierres jaunâtres & cendrées du poumon furent dissoutes dans l'acide nitreux, au bout de onze jours seulement, tandis que celles dont j'ai parlé l'avoient été en cinq ou six; je n'aperçus point de canevas après leur dissolution, mais je découvris un flocon de mucosité au fond du bocal, & l'acide avoit contracté une légère teinte de jaune *(h)*.

Un fragment pesant deux gros, d'une pierre de la vessie urinaire, à couches jaunâtres, ne fut dissout qu'après plus de

(g) Je réduisois ces pierres en fragmens ou feuillets de peu d'épaisseur, pour en découvrir le canevas; au bout de quelques heures, souvent plus tôt, ces fragmens étoient réduits dans l'acide en des lames molles, flexibles, comme muqueuses.

(h) Une de ces pierres du poumon pesoit 2 gros 22 grains, néanmoins elle étoit légère pour son volume, insipide; elle ne nâgeoit point sur l'eau, ne s'enflammoit point au feu; elle étoit d'une couleur tirant sur le jaune, & armée à l'extérieur de sept pointes obtuses. Je la trouvai au milieu de la substance du poumon d'une femme âgée, près de la bifurcation des bronches.

cinq mois; il jaunit l'acide, ne donna point de canevas, mais ſeulement des traces légères de viſcoſité.

Un autre fragment de 2 gros, d'une pierre de la veſſie urinaire, d'un brun tirant ſur le noirâtre, hériſſée de pointes, ou plutôt mamelonée à ſa ſurface, ne put être diſſout pendant trente-cinq mois qu'il fut en expérience; je ne pus donc juger d'après celle-ci, ſi cette pierre fourniroit une ſubſtance viſqueuſe ou un canevas.

Ces expériences me firent connoître qu'il y avoit des pierres qui ſe diſſolvoient plus difficilement dans l'acide nitreux que celles dont j'ai parlé; elles m'en firent connoître d'autres qui ne s'y diſſolvoient point. En rapprochant ces réſultats de ceux des expériences précédentes, j'aperçus que les pierres blanches ſe diſſolvoient dans l'acide nitreux, de quelques parties du corps & de quelqu'animal qu'elles fuſſent venues; que les jaunes s'y diſſolvoient auſſi, mais difficilement, & que les noires mûrales ne s'y diſſolvoient point: nous devons obſerver cependant, par rapport à ces dernières en particulier, que quoique cet acide ne paroiſſe point les diſſoudre, il ne laiſſe pas que d'agir très-ſenſiblement ſur elles, puiſqu'il leur enlève leur couleur noire, & les attendrit au point de les rendre friables ſous les doigts.

Ces expériences découvrent aiſément quelle eſt la cauſe de la diverſité d'opinion des Auteurs ſur la ſolubilité & la non-ſolubilité des pierres animales dans l'acide nitreux; les uns & les autres n'avoient conſidéré leur objet que d'un ſeul côté: ceux qui ont vu certaines pierres ſe diſſoudre dans cet acide, en ont conclu la ſolubilité de toutes les pierres dans le même acide, & ceux qui en ont d'abord rencontré qui ne s'y diſſolvoient pas, ont nié, avant de porter plus loin leurs recherches, qu'il agît ſur aucunes d'elles. L'objet conſidéré dans ſes différentes branches, donne la ſolution de ce paradoxe; car il eſt certain qu'il y a des pierres animales ſolubles, d'autres qui ſont indiſſolubles, dans l'état du moins où nous venons de les conſidérer.

Cette première difficulté ſurmontée, j'eſſayai d'étendre plus

loin mes connoiſſances : inſtruit par les expériences, qu'il y avoit une combinaiſon différente dans les pierres blanches & dans les noires, puiſque le même agent produiſoit des effets ſi oppoſés, je voulus ſavoir ce qu'opéreroit le même acide ſur certaines pierres urinaires, formées en même temps de couches blanches & de couches noires; les couches blanches furent diſſoutes ainſi que l'avoient été les pierres blanches; on découvroit le canevas qui entroit dans leur compoſition, mais les couches noires ne furent point diſſoutes.

Il s'agiſſoit d'examiner encore quelle étoit l'action de l'huile de vitriol ſur les pierres animales; car nous avons vu que les Auteurs étoient partagés ſur ſes effets.

Elle diſſolvoit très-promptement celle des boyaux des chevaux, à l'exception de quelques parties de leur canevas ſur leſquelles je m'expliquerai dans la ſuite; elle diſſolvoit plus lentement les pierres des homards, les pierres blanches de la veſſie urinaire de l'homme, les pierres de l'intérieur de la mâchoire, certaines pierres mûrales que n'avoit point diſſoutes l'acide nitreux; & ce qui eſt bien digne d'attention, elle détruiſoit en même temps les canevas de toutes ces pierres, mais ſon action ſur elles opéroit plutôt une ſorte de démolition qu'une véritable diſſolution, puiſque les débris de ces pierres étoient comme écroulés en un monceau au fond du vaſe, où ils ſe réſolvoient à la longue en une eſpèce de bouillie.

Enfin elle ne diſſolvoit point les pierres jaunâtres de la veſſie urinaire, qui avoient été diſſoutes dans l'eſprit de nitre.

C'étoit donc une erreur de croire avec de Heide, que l'huile de vitriol diſſolvoit les calculs indiſtinctement; c'en étoit une autre également ſenſible, d'imaginer avec Deſault qu'elle ne mordoit ſur aucun d'eux, puiſqu'elle diſſout les uns, qu'elle rompt les autres, & qu'il y en a qu'elle n'attaque point.

Comment ne ſeroit-on point étonné que les mêmes agens opéraſſent des réſultats auſſi variés ſur des productions, dans la combinaiſon deſquelles on ne s'attendoit point à ſoupçonner autant de différences? Cette réflexion m'engagea à faire de nouvelles expériences dont je rendrai compte dans une autre

occasion; je ne dois m'occuper présentement que de la recherche du canevas que je n'avois pu découvrir encore dans les pierres jaunes, ni dans les pierres mûrales.

Les expériences que j'avois faites avec les pierres jaunes du poumon & de la vessie, mises dans l'acide nitreux, m'avoient bien fait connoître une mucosité ou un flocon glaireux au fond du bocal; mais qu'étoit ce flocon glaireux ou cette mucosité? Je me rappelai que M. Vignes, ancien Chirurgien, Directeur des eaux de Barège, avoit remarqué autrefois que ces eaux réduisoient en glaires les pierres de la vessie que l'on soumettoit à leur action *(i)*; je présumai que la glaire de ces pierres & celle des pierres jaunes, que m'avoient fournie mes expériences, étoient les débris de ce canevas aperçu si sensiblement dans les pierres blanches, & qui sans doute avoit été ramolli & comme dissout. Ce n'étoit-là qu'une pure supposition, mais dont il ne me fut pas difficile d'avoir la preuve; je savois, à n'en point douter, que les pierres blanches renfermoient aussi le canevas dont il s'agit; il n'étoit donc plus question, pour s'assurer s'il se résout en glaire, & par conséquent si cette glaire forme un canevas, que de soumettre ces pierres blanches à l'action des eaux de Barège. Un voyage que je fis à ces eaux, me mit en état de lever tous les doutes

(i) Je dois observer que les eaux de Barège & de Cautrès ne sont pas les seules qui aient la propriété de dissoudre les pierres animales, ou du moins certaines pierres animales. Je n'ai considéré celles-ci, préférablement à quelques autres, que dans la vue de m'instruire de certaines circonstances qui me paroissoient devoir répandre quelque jour sur l'objet de mes recherches: car je n'ignorois pas les propriétés que l'on attribuoit aux eaux de la fontaine de Bougcaille près Besançon, que les eaux d'Arcueil, de la Seine, de Belleville près Paris & de cîterne, dissolvent les pierres de la vessie dans l'espace de quelques mois. On peut voir sur cet objet une Dissertation de M. Littre, dans les *Mémoires de l'Académie, année 1720*. Je n'ignorois point non plus que celles de Balaruc dissolvent les calculs, suivant le témoignage de Varandœus, cité par Desault; mais il n'est point encore question d'indiquer les agens que les Auteurs ont fait connoître pour dissoudre la pierre, d'apprécier jusqu'à un certain point leur effet sur les pierres, je veux dire, de rechercher si effectivement ils agissent ou s'ils n'agissent point, de s'assurer quelles sont les pierres & les parties des pierres sur lesquelles ils opèrent ou n'opèrent point, afin de les classer.

que je pouvois avoir; j'examinai en outre leur effet sur les différentes pierres animales, afin de m'assurer si elles agissoient sur tous les calculs indistinctement.

Les pierres blanches soumises aux eaux de la Source royale, furent résoutes en une espèce de glaire limpide, visqueuse, coulante comme le blanc d'œuf; je n'aperçus plus ce canevas qui m'avoit frappé, lorsque je faisois mes expériences avec l'esprit de nitre.

Les pierres jaunes que nous avons vu résister à l'huile de vitriol, & ne se résoudre qu'après quatre & cinq mois dans l'acide nitreux, furent non-seulement dissoutes dans ces eaux, mais ce qui paroîtra surprenant, c'est qu'elles y furent bien plus promptement résoutes en glaires que les pierres blanches.

A l'égard des pierres mûrales de couleur noire, elles ne subirent aucune altération sensible.

J'obtins précisément les mêmes résultats avec les eaux de la source du petit bain à Cautrès, de sorte qu'une pierre de la vessie, à couches jaunes, pesant 1[illegible] gros 59 grains, perdit en trente jours, dans ces eaux, 8 gros 29 grains de son poids.

Il est donc évident que le canevas des pierres blanches se résout en glaires dans les eaux de Barège & dans celles de Cautrès; d'où j'infère que les glaires semblables que j'ai remarquées dans les pierres jaunes, tant dans mes expériences avec l'acide nitreux qu'avec ces eaux, sont incontestablement le canevas de ces pierres jaunes, dont les parties à force d'avoir été ramollies, avoient acquis la fluidité du blanc d'œuf.

Il me restoit à découvrir si les pierres mûrales qui n'avoient point été attaquées sensiblement, ni par l'acide nitreux, ni par les eaux minérales de Cautrès & de Barège, contenoient, comme les autres pierres, un canevas visqueux. Au lieu de me rebuter par le peu de succès de mes premières expériences, je me proposai de tenter d'autres moyens: j'avois remarqué que certaines pierres difficiles à dissoudre, telles que les jaunes, avoient teint l'acide nitreux en jaune; que les pierres mûrales réfractaires aux moyens employés jusqu'ici, lui avoient donné une couleur ambrée; & j'avois dégagé de certains calculs ou

de leur canevas, à l'aide des acides ou de l'esprit de vin, une substance colorante jaunâtre, comme huileuse, plus pesante que ces fluides: j'avois encore observé qu'il se formoit autour de certaines pierres, tandis qu'elles étoient en expérience, un nuage épais de matière globuleuse, & que pour en hâter la dissolution, il suffisoit de suspendre ces pierres dans le menstrue, que les globules gras qui se dégageoient alors des calculs, au lieu de les environner, s'en éloignoient & se précipitoient.

Toutes ces observations me firent présumer dans les pierres mûrales une matière grasse qui garantissoit leur terre des acides, & empêchoit celle-ci d'être dégagée de leur canevas; j'essayai donc de priver ces calculs de leur matière grasse. Dans la vue d'y parvenir, je les soumis à une eau bouillante dans laquelle j'avois fait dissoudre du savon; je tentai la même chose avec des eaux de Barège, sans le secours du savon, ayant remarqué une substance dans ces eaux, à l'aide de laquelle j'étois parvenu à dissoudre le camphre. Je fis encore d'autres expériences qui sembloient me promettre du succès; je jetai enfin de ces calculs ou fragmens de calculs mûrals, dans de l'eau commune qui étoit bouillante, ils y restèrent cinq ou six heures; pendant ce temps il en sortit des courans étonnans d'air: après cette préparation, toute simple qu'elle est, les pierres qui avoient résisté pendant trente-cinq mois à l'acide nitreux, furent dissoutes en sept ou huit jours dans cet acide, & je découvris leur canevas, sur l'existence duquel il ne m'est plus permis d'avoir de doutes; mais je ne dois point laisser ignorer que celles qui avoient été jetées simplement dans l'eau de Barège & dans l'eau commune bouillantes, devinrent les plus propres à la dissolution.

Il est donc bien prouvé qu'il y a dans toutes les espèces de pierres animales dont j'ai parlé, une substance intégrante qui en forme le canevas; mais quelle est l'organison de cette substance, la nature des parties dont elle est composée, & quelles sont ses propriétés?

Imaginer que les canevas des pierres sont tous semblables, ce seroit s'abuser; ils diffèrent par l'arrangement de leurs parties
&

& souvent par quelques-unes des substances qui entrent dans leur composition; car les uns sont formés de couches ou lames orbiculaires, concentriques, transparentes, flexibles & muqueuses; les autres, de couches plus solides, transparentes, mais seulement semi-orbiculaires, emboîtées les unes dans les autres comme le seroient des gobelets qui se recouvriroient réciproquement; d'autres enfin sont poreux & représentent une espèce d'éponge, & ceux-là ne sont point transparens comme les précédens.

On trouve des canevas de la première de ces espèces ou à couches orbiculaires dans les perles fines, dans les pierres blanches, jaunes mûrales de la vessie urinaire, dans des pierres des routes utérines, dans de certains bézoards très-compacts du porc-épic, & dans des pierres des boyaux de chèvres.

On en remarque de la deuxième espèce ou à couches semi-orbiculaires dans les pierres des écrevisses & des homards *(k)*,

(k) Je fis sur les pierres de homards, à force d'en voir, plusieurs observations qui m'avoient d'abord échappé.

Je remarquai qu'il y en avoit de rougeâtres ou plutôt couleur de lilas foible, & de blanchâtres; les premières étoient, toutes choses égales, moins compactes, plus poreuses, plus légères que les dernières, on eût dit par toutes ces raisons, & à considérer quelques érosions que l'on remarquoit à leur surface, surtout du côté de leur convexité, qu'elles avoient souffert quelqu'altération, que les pierres blanches n'avoient point encore éprouvées, ou bien que celles-ci n'avoient point encore acquis la consistance de celles-là. Mais je serois plus incliné à croire que les pierres blanches dégénèrent en pierres rougeâtres, fondé sur ce que les érosions que l'on remarque aux pierres rouges ou couleur de lilas, paroissent détruire des couches formées antérieurement, & il seroit aussi curieux qu'utile de déterminer si la cause de cette destruction ne procéderoit point d'une altération survenue à la substance du canevas qui la mettroit en état d'agir sur la terre de la pierre; ce que je n'examine point ici.

Lorsque j'eus fait ces remarques, je ne fis plus mes expériences que sur les pierres blanches, attendu qu'elles me paroissoient plus entières.

J'accélérai de beaucoup leur dissolution dans l'acide nitreux, en les faisant bouillir auparavant dans l'eau commune; on leur trouve encore alors un canevas, mais il est comme en lambeaux : un jour ou deux suffit alors pour les dissoudre, il leur en faut cinq, six, sept ou huit, & quelquefois davantage sans cette précaution; l'esprit de nitre, toutes choses égales, dégage plus promptement la terre du canevas; ensuite l'esprit de sel, puis l'eau régale, & après le dernier, l'esprit de vinaigre.

Le canevas de ces pierres prend une teinte rougeâtre, dans l'esprit de sel & de vinaigre, en rougissant ainsi

dans certaines pierres humaines qui ont pris leur accroissement contre une dent, &, dans certaines circonstances, contre quelques parties dans le bassinet du rein.

L'eau bouillante durcit la substance de ces deux espèces de canevas, la fait rentrer sur elle-même; l'esprit de vin la raffermit; l'eau tiède la ramollit, la résout, à la longue, en flocons branchus, qui acquièrent à la fin une certaine mucosité.

Quant aux canevas de la troisième espèce ou spongieux, j'en distingue jusqu'ici de trois sortes.

il répand une odeur de coquilles d'écrevisses nouvellement brûlées; l'esprit de vinaigre sur-tout l'affermit singulièrement, il le rend comme croquant; j'en ai laissé jusqu'à huit mois & plus dans ces différens acides, sans qu'il s'y dissolve; ayant versé dessus un alkali, pour des raisons dont je rendrai compte ailleurs, il diminua d'étendue en tout sens; il diminue bien davantage en séchant; alors il s'affaisse, se ride, les parties en sont fragiles. Il n'est point difficile de disséquer le canevas de ces pierres, l'esprit de sel est de tous les acides celui qui les rend plus propres à la dissection, il donne à leurs parties une certaine solidité, sans les rendre trop cassantes; après avoir dégagé exactement toute la terre du canevas, on découvre sur la face aplatie & un peu excavée de ce canevas, qui répond à la face excavée de la pierre, une pellicule ou lame orbiculaire, c'est un opercule ou clef qui couvre & affermit les bords des autres parties de ce canevas. Après avoir enlevé cette lame avec une pince, on découvre les bords de plusieurs petites calottes ou gobelets transparens emboîtés les uns dans les autres; j'ai remarqué cinq & quelquefois davantage de ces calottes; elles sont un peu adhérentes entr'elles.

La plus extérieure est la plus étendue; après avoir formé toute la convexité de la pierre, elle rassemble ses bords qu'elle engage sous la pellicule ou clef dont j'ai parlé; les suivantes sont disposées de même, avec cette différence que les bords de la première avancent moins vers le centre de la face plate de la pierre, que ceux de la seconde, & ceux de cette dernière moins que ceux de la troisième, ainsi de suite; il résulte ordinairement de cette disposition un petit enfoncement vers le milieu de la face aplatie du canevas & de la pierre, tant des écrevisses que des homards. On ne manquera pas d'observer, après ce que je viens de dire, une organisation bien constante dans la disposition des différentes parties du canevas de ces pierres; & j'ajouterai que ce canevas n'est point également massif dans toutes les pierres animales, je veux dire que toutes les pierres ne contiennent point autant de cette substance intégrante; celles de toutes qui me paroissent en contenir davantage, sont après celles des boyaux des chevaux & de l'intérieur de la mâchoire inférieure, celles des écrevisses, des homards, ensuite celles qui se forment autour des dents, puis celles de la vessie du porc-épic; enfin les pierres blanches de la vessie urinaire de l'homme.

On découvre dans les uns une substance en apparence lymphatique, trouée çà & là, & une partie colorante brune huileuse, que j'en dégageai, à l'aide de l'esprit de vin; telle est la composition du canevas de certaine pierre de l'*uterus*.

On remarque dans les autres, indépendamment de la substance muqueuse, une substance colorante huileuse, une grande quantité de poils très-fins, & des fragmens de végétaux; le tout est uni ensemble & étendu dans toute la pierre: telle est la composition du canevas de certaines pierres des boyaux des chevaux, pierres qu'il ne faut pas confondre avec les égagropiles.

Il est d'autres canevas enfin que j'ai trouvés formés d'une substance qui a beaucoup d'analogie avec le parenchyme des os, si ce n'est qu'elle n'est point tout-à-fait aussi compacte; j'en ai observé de cette espèce dans les pierres de l'intérieur de la mâchoire inférieure.

Ces recherches nous ont donc fait apercevoir dans les pierres une substance particulière qui en forme comme la charpente ou le canevas qui sert de support & de lien aux autres parties intégrantes de ces corps & qui concourent avec de la terre, de l'huile & de l'air à la composition de ces productions; elles nous conduisent à penser qu'il pourroit bien y avoir de l'erreur dans l'estimation que M. Hales a fait du poids de l'air qui entre dans les pierres animales. Ce savant Physicien l'évaluoit à plus de la moitié du poids des pierres; mais il est évident qu'il faut défalquer sur le poids de l'air celui du canevas qui se consumoit à la retorte où M. Hales opéroit, & le poids de ce canevas n'est point le même dans toutes les pierres.

Elles sembleroient même nous ouvrir quelques vues sur les moyens de les attaquer dans nos corps, puisqu'il paroît que ce n'est qu'en dirigeant contre chacune de leurs parties constituantes les agens qui leur sont propres, que l'on parvient à en obtenir la dissolution; ce n'est du moins qu'en procédant ainsi que j'ai pu dissoudre tous les calculs dont j'ai parlé. J'ai dégagé la terre des uns de leur canevas avec certains acides, ramolli le canevas des autres avec certaines eaux minérales, & ce n'est qu'en privant quelques pierres des corps gras qu'elles contenoient

que j'ai pu les rendre solubles dans certains acides; tous ces moyens ont opéré, mais aucun n'a opéré universellement; l'acide nitreux a dissout, indépendamment des pierres blanches, les pierres jaunes indissolubles dans l'acide vitriolique; celui-ci a dissout les pierres mûrales réfractaires à l'acide nitreux; les eaux minérales de Barège & de Cautrès ont attaqué les pierres blanches & les jaunes, sans intéresser les mûrales; l'acide nitreux enfin a dissout les seules couches blanches des pierres formées en même temps de couches blanches & de couches noires, & n'a point agi sur les couches noires réservées à l'activité d'un autre agent.

Sera-t-on étonné, après ces résultats, qu'aucun de ces remèdes, regardés de temps en temps comme des spécifiques contre la pierre, n'ait jamais pu soutenir la réputation que quelques succès avoient paru d'abord lui mériter? &, certain de leur efficacité dans quelques circonstances, étoit-on fondé à les abandonner d'après leur inéficacité dans d'autres cas?

Dans l'état d'enfance où est encore la physique du corps humain, il seroit difficile d'assigner les différens agens qui ont eu véritablement des succès, les pierres & les parties des pierres sur lesquelles chacun d'eux ont spécialement opéré, de lever le voile où l'empyrisme répandu sur tout cet objet, nous tient encore plongés, de lui substituer enfin des méthodes éclairées fondées sur une connoissance plus parfaite des différentes espèces de pierres, sur celles de leurs parties intégrantes, de leur combinaison particulière, des propriétés des unes & des autres, & sur celles des substances qui agissent le plus efficacement sur chacune d'elles; à peine avons-nous le droit de former sur tous ces objets quelques desirs : c'est au temps & aux expériences multipliées qu'il appartient d'amener les découvertes qui pourront un jour fonder nos espérances.

Le temps prescrit à nos *Séances*, ne nous permet pas aujourd'hui de nous étendre davantage sur cette matière. Je rendrai compte, dans la suite, de mes recherches sur les pierres mûrales en particulier; ce sera l'objet d'une deuxième partie : je parlerai dans la troisième de celles que j'ai faites sur certaines pierres

tion murales de la vessie; dans la quatrième, de mes travaux sur les pierres de la vésicule du fiel & des conduits biliaires; dans la cinquième, je traiterai des égagropiles; enfin, après m'être expliqué, dans la sixième, sur certaines incrustations animales, je rendrai compte d'autres expériences qui m'ont conduit à trouver dans certains cristallins cataractés, dans quelques squirres prêts à dégénérer en cancer, dans le poumon de quelques asthmatiques, dans la dure-mère & la pie-mère de plusieurs épileptiques, une terre semblable à celle qui existe dans les différens calculs dont j'ai parlé; ce qui paroît devoir répandre quelque lumière sur les causes de ces maladies, & vraisemblablement sur la manière de les traiter.



RÉFLEXIONS
SUR
LES OBSERVATIONS DE LA LUNE,

Publiées par M. L'ABBÉ DE LA CAILLE, dans ses Éphémérides depuis 1765 jusqu'en 1775, & sur les Tables du Soleil qu'il a données en 1758.

Par M. CASSINI DE THURY.

11 Février 1764.

DEPUIS que l'Académie a fait construire les trois Cabinets qui joignent à la tour orientale de l'Observatoire, l'on a fait un plus grand nombre d'Observations exactes que depuis l'établissement de l'Observatoire, édifice plus superbe que commode pour l'objet que l'on s'étoit proposé.

L'avantage de trouver réunis dans le même lieu les instrumens nécessaires pour les différentes espèces d'observations, de n'être point exposé aux injures du temps, à la rigueur du froid dans des tours vastes, ouvertes de toutes parts, d'être à portée de son instrument pour les observations qui arrivent pendant la nuit, a facilité beaucoup la pratique de l'Astronomie; mais ce qui doit rendre nos observations encore plus précieuses, c'est le concours des Observateurs qui, dans le même lieu, le même temps, avec différentes lunettes, des quarts-de-cercle de différente grandeur, observoient tout ce qui se passoit dans le ciel. Une grande partie des observations que M. l'abbé de la Caille a publiées, ont été faites à l'Observatoire, & sont celles de mon Père, de M. Maraldi, les miennes & les siennes; nous observions tous quatre de concert; les observations étoient écrites dans un registre commun; & depuis le départ de M. l'abbé de la Caille de l'Observatoire, il a toujours eu la

communication de nos regiſtres; ce que j'ai cru devoir faire obſerver, non pas pour revendiquer la part que j'ai eue dans les obſervations de M. l'abbé de la Caille, mais pour ſoutenir la ſplendeur & l'utilité d'un bâtiment qu'on laiſſe tomber & que l'on abandonne peut-être parce qu'on le croit inutile.

Peut-on cependant ignorer les avantages & les lumières que les obſervations ſuivies des éclipſes des ſatellites de Jupiter, faites par mon Grand-père, continuées par M.rs Maraldi oncle & neveu, ont répandues ſur la Géographie? les Aſtronomes voyageurs étoient ſûrs de trouver à l'Obſervatoire des obſervations correſpondantes à celles dont ils avoient beſoin pour déterminer la longitude des lieux de la Terre où ils avoient obſervé; la collection de toutes ces obſervations composeroit pluſieurs volumes très-intéreſſans & qui feroient beaucoup d'honneur à l'Auteur & à l'Obſervatoire: pour moi, je me ſuis appliqué particulièrement à perfectionner les Tables du Soleil & de la Lune que mon Père a publiées, qui ſont celles de mon Grand-père qu'il a perfectionnées. Je n'ai jamais penſé qu'un Aſtronome puiſſe ſur ſes propres obſervations, même ſuppoſées les plus exactes, établir les fondemens de l'Aſtronomie, puiſque l'on remarque tous les jours que le réſultat de pluſieurs obſervations que l'on croit exactes, eſt détruit par d'autres obſervations également préciſes; on peut & l'on doit même faire uſage des obſervations récentes pour vérifier les anciennes Tables qui ont paru, chercher à rectifier les élémens ſur leſquelles elles ſont fondées, & ne propoſer de nouvelles Tables qu'avec bien des réſerves: c'eſt ce qui m'a empêché de profiter de tous les matériaux que j'avois en quantité, des recherches que j'avois faites pour reconnoître l'erreur des Tables dans les circonſtances les plus critiques, pour publier de nouvelles Tables. Je n'ai pas cru devoir changer les Tables du Soleil pour un ſeul changement qu'il y avoit à faire dans la poſition de l'apogée du Soleil, qu'il faut avancer de 15 minutes, quantité que j'ai déduite des propres obſervations de mon Père, rapportées dans ſes Élémens d'Aſtronomie; car cet Aſtronome, après avoir propoſé pluſieurs méthodes différentes pour trouver la poſition

de l'apogée du Soleil & la plus grande Équation, indique celles qui sont les plus simples, où la plus grande erreur dans l'observation peut moins influer, & propose la quatrième méthode qui donne la position de l'apogée du Soleil plus avancée de 10 minutes qu'il ne l'a supposée; d'autres observations la donnoient encore plus avancée, &, en prenant un milieu entre les différens résultats, j'avois trouvé qu'il falloit avancer le lieu de l'apogée de 15 minutes; j'ai toujours fait cette correction dans les calculs toutes les fois que j'ai employé les Tables de mon Père : à l'égard de l'équation du centre, j'ai reconnu, par mes observations, qu'il n'y avoit aucun changement à y faire, & j'ai persisté dans cette idée parce que les observations de M. le Monnier, dont on connoît l'exactitude, donnoient l'équation du centre en 1734, de $1^d\ 55'\ 56''$ *; que cet Astronome, après avoir rapporté dans les Mémoires de l'Académie de 1737 *(page 341)* ses observations, conclud que l'équation du centre n'est guère éloignée de $1^d\ 56'\ 0''$, ce qu'il a encore vérifié en 1747 sans trouver la moindre différence dans le résultat.

Lorsque l'on fait attention qu'une seule seconde d'erreur dans le temps écoulé entre huit observations qu'il faut faire du Soleil & d'une Étoile dont l'ascension droite est supposée connue, suffit pour produire une erreur de 15 secondes dans l'équation du centre; l'on sent combien il est difficile de prendre un parti entre des résultats donnés par des Observateurs exacts; j'ai donc cru qu'il suffisoit d'avertir les Astronomes des corrections qu'il y avoit à faire aux Tables de mon Père, & devoir renoncer à la gloire d'être auteur de nouvelles Tables.

Je ne dissimulerai pas que j'ai été étonné lorsque j'ai vu paroître les Tables de M. de la Caille, avec applaudissement, parce que l'auteur les annonçoit supérieures à toutes les autres; je m'intéressois trop à ce qui le regardoit, pour n'y pas prendre la part que je devois; mais comme c'est l'intérêt de la vérité

* M. de la Caille, par les observations faites en 1744, avoit trouvé la plus grande équation de $1^d\ 55'\ 43''$, & $1^d\ 55'\ 46''$. *(Voyez les Mém. de 1745, page 510).*

qui

qui me conduit toujours, avant d'asseoir mon jugement, je crus devoir examiner les observations qui servoient de base & de vérification au calcul des nouvelles Tables; il ne suffit pas d'ailleurs que les Tables représentent les observations de l'Astronome qui les a publiées, elles doivent être éprouvées dans les circonstances où les anciennes Tables s'éloignent davantage de l'observation. Je ne rapporterai pas ici le détail de tout le travail que le desir de connoître le vrai m'a engagé à entreprendre; je dirai seulement que j'ai calculé toutes les observations de M. l'abbé de la Caille, en employant les Tables de mon Père corrigées, & que je n'ai jamais trouvé une aussi grande différence que celle qu'il a remarquée dans cinq observations * qu'il a rejetées comme défectueuses, parce qu'elles s'éloignent de l'observation de 30 secondes, & qui, par le calcul des Tables de mon Père, s'accordent à 5 minutes & 10 secondes près; en effet, on ne peut admettre une erreur de 2 secondes, dans des observations choisies, faites deux jours de suite; il est vrai qu'il arrive quelquefois que l'on se trompe de cette quantité dans une observation isolée; mais on remarquera rarement une erreur de 2 secondes dans des observations faites deux jours de suite.

En défendant les Tables de mon Père, je ne prétends point qu'il ne faille pas avoir égard aux petites équations reconnues par M.[rs] Euler, Clairaut & d'Alembert, mais elles peuvent également s'appliquer à toutes les Tables; d'ailleurs, ces équations seront sujettes à des changemens, lorsqu'on parviendra à mieux connoître les masses des Planètes, & particulièrement celle de la Lune qui n'a point de Satellite, que M. Newton avoit supposée d'abord par rapport à celle de la Terre, comme 1 est à 40, & que M. Daniel Bernoulli a supposée ensuite comme 1 est à 72; mais je n'ai voulu parler que des Élémens nouveaux que M. l'abbé de la Caille a voulu introduire, tels que l'augmentation de 11 secondes à l'époque, tandis que les observations les plus exactes ne sont pas exemptes d'une erreur d'une seule seconde de temps qui répond à 15 secondes de

* 7 & 8 Novembre 1746, 7 Août, 10 Octobre & 8 Sept. 1749.

degré, & que parmi les observations choisies que M. l'abbé de la Caille expose à la fin de ses Tables, il y en a plus d'une vingtaine qui s'éloignent de l'observation de plus de 10 secondes. Dans les deux principales Étoiles auxquelles M. l'abbé de la Caille a rapporté les observations faites à Paris & au Cap, on remarque *(Fund. pag. 215)* que des observations choisies donnent l'ascension droite de la Lyre pour la même époque, tantôt de $277^d\ 6'\ 57''$, tantôt de $277^d\ 7'\ 12''$, avec une différence d'un quart de minute; celle de *Syrius*, tantôt de $98^d\ 32'\ 6''$, tantôt de $98^d\ 31'\ 55''\frac{1}{2}$, différente de $11''$.

La diminution de 20 secondes, de la plus grande équation du Soleil, ne doit pas paroître mieux fondée, puisque cet Astronome a varié lui-même sur cette quantité; qu'en 1750, il a supposé la plus grande équation de $1^d\ 55'\ 40''$; que par les nouvelles observations faites au Cap, il l'a diminuée encore de 5 secondes: il a voulu aussi faire quelque correction à l'effet de l'action de la Lune sur la Terre, que M. Euler avoit calculé de 15 secondes, & qu'il a réduit à 12 secondes, croyant apparemment que ses observations pouvoient atteindre à cette précision; il dit cependant ailleurs, *Motuum Celestium æquatiunculæ, non ex Astronomorum observationibus sed ex Geometrarum scriniis essent repetendæ.* Il a prétendu aussi devoir diminuer la grandeur de l'année solaire de 12 tierces *, parce que M. Euler avoit remarqué que la révolution du Soleil est plus courte présentement que dans les siècles précédens; or je ne crois pas que toutes ces équations que la théorie donne, puissent être vérifiées par les observations que M. l'abbé de la Caille a employées, quoiqu'elles soient aussi exactes qu'elles puissent l'être.

Cette première discussion des observations de M. l'abbé de la Caille, m'a engagé à entreprendre un travail plus considérable, la comparaison des observations faites à l'Observatoire, avec celles que cet Astronome a faites au collége Mazarin; &

* Mon Père a trouvé la grandeur de l'année solaire de $365^j\ 5^h\ 48'\ 41''$, en prenant un milieu entre les résultats des observations faites à Uranibourg, à Bologne & à Paris. *(Voyez Élémens d'Astronomie, p. 228 & 230.)*

qu'il rapporte dans ses *Fondemens de l'Astronomie ;* malgré les soins & l'exactitude avec laquelle il observoit, j'ai souvent remarqué des différences que je ne pouvois attribuer au défaut de nos observations, répétées par différens Observateurs ; l'on se persuaderoit difficilement, lorsqu'on ne pratique pas les observations, que tandis que par une douzaine d'observations des hauteurs correspondantes du Soleil & d'une étoile, l'on a déterminé leur différence d'ascension droite, on puisse cependant différer de 2 secondes, de deux seules observations du Soleil & d'une étoile au fil vertical d'un quart-de-cercle fixe ; c'est cependant ce que j'ai remarqué, & dont je n'ai point été surpris. Par les observations faites en 1749, vers le temps de l'équinoxe, j'avois trouvé la différence d'ascension droite entre le Soleil & Procyon, le 30 Mars, de $5^h\ 10'\ 13''\frac{1}{4}$, tandis que M. l'abbé de la Caille, en prenant un milieu entre les mêmes observations, avoit trouvé le même jour la différence d'ascension droite, de $5^h\ 10'\ 15''$; cette différence m'a engagé à examiner les observations de M. l'abbé de la Caille, & j'ai trouvé que par les hauteurs correspondantes du Soleil de 33 degrés, le Soleil avoit passé au méridien à $12^h\ 37'\ 2''$, & par celles de Procyon, à $38^d\ 30'$; cette étoile avoit passé à $7^h\ 26'\ 30'',7$, avec une différence de $5^h\ 10'\ 31'',8$, tandis que par les hauteurs du Soleil, à $31^d\ 20'$ le passage du Soleil au méridien avoit été trouvé à $12^h\ 37'\ 3'',2$, & les hauteurs de Procyon à $37^d\ 30'$, l'étoile a dû passer à $7^h\ 26'\ 30'',0$, avec une différence de $5^h\ 10'\ 33'',2$, celle que M. de la Caille a adoptée ; cet Astronome remarque ailleurs, que quoique le midi du 22 Mai 1749 ait été conclu d'un milieu pris entre dix observations, cependant il soupçonne qu'il y a une erreur de plus d'une seconde, *quanquam in quo observationes peccent non video.*

Il m'est arrivé plusieurs fois qu'en prenant des hauteurs correspondantes du Soleil à la même pendule, de concert avec un autre Astronome, nous trouvions des différences d'une & de 2 secondes dans le midi moyen qui en résultoit, tandis que les résultats des observations particulières ne différoient pas

entr'eux de plus d'une demi-seconde; cette différence proveroit de la manière dont l'Observateur estimoit l'attouchement du bord du Soleil au bord du fil, qui a une épaisseur considérable: si l'on prend, le matin, l'attouchement du bord du Soleil à l'extrémité supérieure du fil, & le soir à l'inférieure, toutes les hauteurs particulières donneront le même midi, qui ne sera pas le véritable; cependant M. l'abbé de la Caille, en attaquant les observations de M. le Monnier sur la variation de l'excentricité du Soleil, prétend *(Mém. de l'Acad. 1757, p. 142)* que la méthode des hauteurs correspondantes est préférable à celle du passage du Soleil & d'une Étoile à la lunette d'un quart-de-cercle mural ou d'un instrument des passages dont M. le Monnier s'est servi; mais cet Astronome n'a pas fait attention que son assertion ne pourroit être vraie que dans le cas où le Soleil & l'Étoile ne seroient pas dans le même parallèle, ou dans le cas des hauteurs différentes du Soleil & de l'Étoile, que l'on n'eût pas reconnu par les hauteurs correspondantes répétées plusieurs fois, la déviation de la lunette. Je conviendrai, avec lui, que l'on peut mettre la pendule *à l'abri des variations du froid au chaud;* mais je ne vois pas qu'il ait pris cette précaution pour celle dont il s'est servi dans les observations du 10 Juillet 1749: *horologio motum remittente propter ingravescentem in dies calorem.* Dans l'intervalle de l'Observation du 17 au 18 Avril 1750, M. l'abbé de la Caille remarque dans la révolution des fixes, conclue du passage du Soleil & des Étoiles, une différence de 3 secondes; *calore raptim augescente horologium remittebat motum suum, sed cùm intervalla non sint longa ex iis horologii anomaliis error sensibilis non oritur;* c'est donc une circonstance nécessaire pour la position des hauteurs correspondantes que celle de la régularité de la marche de la pendule dans les intervalles souvent éloignés des observations. Je conviendrai encore qu'*un quart-de-cercle de 3 pieds est plus que suffisant pour prendre des hauteurs correspondantes;* mais M. l'abbé de la Caille * n'a pas parlé de la différence que pouvoit produire dans les hauteurs correspondantes la différente température de l'air du matin au soir, ou pendant les nuits

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1747, page 142.*

d'hiver, où le temps passe rapidement du tempéré à la gelée, enfin la densité des vapeurs plus grande le matin que le soir, surtout lorsque les hauteurs sont fort basses; il n'a tenu aucun compte de la difficulté de placer l'instrument le soir à la même hauteur que le matin, de la nécessité de prendre les hauteurs à une grande distance du méridien, pour que l'élévation du Soleil soit plus sensible: or proche du solstice d'hiver, l'image du Soleil ne paroît bien terminée que lorsqu'elle est dégagée des vapeurs de l'horizon; il en est de même des Étoiles dont la déclinaison australe est fort grande, avec cette différence que l'on distingue plus facilement le moment où le disque de l'Étoile est coupé par le fil.

Cependant comme l'autorité d'un Astronome aussi exact que M. de la Caille, pourroit affoiblir la force des raisons que j'ai alléguées, je les appuierai encore de l'expérience, fondée sur les propres observations de cet Astronome, qui prouvera qu'elles sont affectées de l'erreur dont j'ai soupçonné que la méthode qu'il a employée est susceptible.

Dans les hauteurs du Soleil, observées le 11 Janvier 1747, on remarque que le Soleil a employé 2′ 3″ à monter de la hauteur de 14ᵈ 10′ à celle de 14ᵈ 20′, tandis que le soir, il n'a employé que 2′ 0″,5 à descendre de la même hauteur.

Le 4 Décembre de la même année, le Soleil a employé 1′ 59″ à monter de 13ᵈ 10′ à la hauteur de 13ᵈ 20′, tandis que le soir il n'a employé que 1′ 57″,5 à descendre.

Dans l'observation du 21 Février 1748, le Soleil a employé 10′ 31″ à monter de 20ᵈ 30′ à 21ᵈ 40′, tandis que le soir il n'a employé que 10′ 29″ à descendre.

Le 2 Mars 1750, le Soleil a employé 16′ 56″,5 à monter de 20ᵈ 20′ à 22ᵈ 20′, & le soir à descendre 16′ 58″.

Dans l'observation du 2 Avril 1750, le Soleil a employé 14′ 16″ à monter de 29ᵈ 40′ à 31ᵈ 40′, & le soir à descendre 14′ 18″; & dans celle du 19 Avril, le Soleil a employé 12′ 30″,5 à monter de 39ᵈ 40′ à 41ᵈ 20′, & le soir à descendre 12′ 29″.

Dans l'observation du 18 Juin 1748, le Soleil a employé

12′ 23″ à monter de 39^d 40′ à 41^d 40′, & le soir à descendre 12′ 21″ $\frac{1}{2}$.

Dans celle du 21 Septembre 1748, le Soleil a employé 12′ 45″,8 à monter de 32^d 30′ à 34^d 10′, & le soir à descendre 12′ 44″.

Enfin dans celle du 30 Mars 1749, le Soleil a employé 12′ 35″,5 à monter de 31^d 20′ à 33^d, & le soir à descendre 12′ 37″.

Il seroit trop long de rapporter toutes les observations du Soleil que j'ai comparées; je n'ai exposé ici que les hauteurs extrêmes, la première & la dernière, de plus d'une douzaine que M. l'abbé de la Caille prenoit chaque jour; on remarque une moindre différence dans les hauteurs des Étoiles, comme j'ai averti que cela devoit être, elle ne va guère qu'à une seconde dans les principales Étoiles; j'en rapporterai ici quelques-unes, où j'ai comparé la première & la dernière observation.

Dans les hauteurs de *Sirius*, du 19 Février 1748, j'ai remarqué que cette Étoile a employé 11′ 15″,5 à monter de 15^d 30′ à 16^d 40′, & le soir à descendre des mêmes hauteurs 11′ 14″,5.

Le 14 Mai 1747, *Arcturus* a employé le matin 14′ 37″ à monter de 49^d 40′ à 51^d 40′, & le soir 14′ 37″.

Dans l'observation du 16 Mai, la même Étoile a employé 12′ 29″ à monter de 37^d 30′ à 39^d 50′, & le soir à descendre 12′ 30″.

Le 30 Mars, Procyon a employé 8′ 30″ à monter de 37^d 30′ à 38^d 30′, tandis qu'elle a employé à descendre 8′ 28″ $\frac{1}{2}$.

On remarque une plus grande différence dans les hauteurs de β ♉, observées le 4 Décembre 1747; car cette Étoile a employé le matin 6′ 3″,5 à monter de 40^d 10′ à 41^d 10′, tandis que le soir elle a employé 6′ 5″ à descendre de la même hauteur; de même dans les hauteurs de γ ♊, l'Étoile a employé 8′ 10″ à monter de 16^d 20′ à 17^d 40′, tandis que le soir elle a employé 8′ 8″,5 à descendre.

Enfin dans les hauteurs de η de l'Ourse, on remarque que

le 19 Avril 1747, l'Étoile a employé 29′ 18″,5 à monter de 73^{d} 50′ à 78^{d} 30′, tandis que le soir elle a employé à descendre 29′ 21″.

Je crois avoir suffisamment prouvé, par les observations de M. de la Caille, combien il est difficile d'éviter l'erreur d'une ou deux secondes de temps dans des observations multipliées; que la méthode qui n'exige que deux observations au lieu de vingt-quatre, doit être regardée comme la plus simple & la plus exacte; car en supposant même qu'on ne prenne qu'une seule hauteur correspondante du Soleil & de l'Étoile, il faut au moins quatre observations, tandis qu'il n'en faut que deux du passage du Soleil & de l'étoile au méridien; si l'on a pris le matin six hauteurs correspondantes du Soleil & autant d'une Étoile, ce seront vingt-quatre observations où il a fallu estimer le temps & changer vingt-quatre fois la position de l'instrument; j'en appelle aux Astronomes praticiens: je crois qu'ils seront de mon avis.

J'ajouterai à toutes ces preuves, le propre aveu de M. l'abbé de la Caille: *Condonabit æquus rerum Astronomicarum estimator tres priores sole nimis humili factas.*

Il me restoit encore une vérification bien importante à faire, c'étoit celle de la position des principales Étoiles fixes, rapportée dans les *Fundamenta:* comme il n'en est aucune que je n'aie observée plusieurs fois avec les deux grands instrumens de l'Observatoire, il m'a été facile d'en faire la comparaison; c'est alors que j'ai soupçonné que les réfractions établies par M. l'abbé de la Caille étoient trop grandes pour les grandes hauteurs, & une erreur de 10 à 15 secondes dans la division de l'instrument de cet Astronome; car ayant déterminé l'erreur du quart-de-cercle mural de l'Observatoire, 1.° par la déclinaison supposée connue de la Chèvre & des autres Étoiles depuis 50 degrés de hauteur jusqu'au zénith, 2.° par celle de *Sirius*, en retranchant des deux hauteurs apparentes la réfraction selon les principes de M. l'abbé de la Caille, je trouvois une différence de près de 15 secondes; je fis part à M. l'abbé Chappe & à d'autres, de la difficulté que je trouvois alors à concilier nos observations;

mais la crainte d'être soupçonné de vouloir attaquer les observations de M. l'abbé de la Caille, m'a engagé à garder le silence vis-à-vis du Public, & je ne l'aurois pas rompu si je n'avois été prévenu par M. Bradley. *(Voyez Connoissance des Mouvemens célestes, 1765.)*

Je ne parlerai pas ici de toutes les différences que j'ai remarquées dans la déclinaison de quelques Étoiles, à cause de la difficulté de la réduire à différentes époques; je citerai seulement un exemple, par rapport à l'Étoile polaire dont M. de la Lande, qui se sert du Catalogue de M. l'abbé de la Caille, établit la déclinaison vraie en 1760, de 88^d 1′ 19″, & la variation annuelle en déclinaison de 18 secondes, en réduisant cette déclinaison pour le commencement de cette année, &, tenant compte de l'aberration & de la nutation de l'axe, on la trouve de 88^d 2′ 50″, différente de 16″ de l'observation; il est vrai que M. de la Lande m'a communiqué, dans un écrit particulier, la correction qu'il a faite à la variation annuelle en déclinaison qu'il suppose présentement de 19′ 7″, au lieu de 18″, ce qui rapproche le calcul de l'observation.

Je reviens présentement à l'objet principal de ce Mémoire: M. l'abbé de la Caille ayant insisté sur la nécessité de donner les observations de la Lune avec leurs circonstances, les élémens que l'on a employés dans le calcul, & d'ajouter un nouveau degré d'exactitude à celles que l'on publioit, qui pouvoient servir de fondement aux recherches des Géomètres qui travaillent à perfectionner la théorie de la Lune *, sans faire aucune mention des observations que j'ai rapportées dans mes additions, qui sont celles de mon Père, de M. Maraldi & d'autres, qui faisoient leurs observations de concert avec nous, j'attendois avec impatience de voir paroître celles qu'il devoit publier dans ses Éphémérides depuis 1765 jusqu'en 1775, parce que j'étois bien sûr d'y trouver quelques observations

* On ne fait point un présent utile au Public, lorsqu'on ne joint pas aux observations les résultats des réductions & les principaux élémens de ces réductions, afin qu'en cas de soupçon d'erreur, on puisse en faire la vérification sur le champ. *(Voyez les Éphémérides, page 48.)*

correspondantes

correspondantes faites à l'Observatoire; comme ce livre vient de paroître, j'ai cru devoir faire part aux Astronomes & aux Géomètres de mes réflexions sur ces nouvelles observations.

Je pourrois me plaindre de ce qu'il avance dans ses Éphémérides, s'il n'avoit point rangé mes observations dans la même classe que celles de M. Halley; il prétend que les Géomètres ont eu raison de se plaindre que, malgré tous les volumes d'observations, ils n'en trouvent aucune à laquelle ils puissent comparer les résultats de leur analyse; celles de M. Halley, selon lui, sont incomplètes & peu sûres.

Je ne prétends point que les observations que je vais rapporter, soient plus exactes que celles de M. l'abbé de la Caille; je crois seulement devoir avertir qu'elles ont été faites de concert avec M. Maraldi; que la méthode que j'ai employée pour calculer les lieux de la Lune, ne permet pas qu'il se glisse une erreur dans les réductions sans que l'on s'en aperçoive; j'ai toujours déduit l'ascension droite de la Lune & sa déclinaison de deux manières différentes, 1.° par le temps écoulé entre le passage au méridien du bord de la Lune & d'une étoile à peu-près sur le même parallèle, & par la différence de hauteur de l'Étoile & du bord terminé de la Lune; cette méthode est absolument indépendante de la déviation du mural & de l'erreur de l'instrument; 2.° par la différence du passage du Soleil & de la Lune au méridien, & par la hauteur absolue de la Lune, en tenant compte de la déviation du mural, & de l'erreur de l'instrument; c'étoit un moyen de prouver l'exactitude des Tables du Soleil que j'employois, & en même temps de la position des Étoiles fixes auxquelles j'avois comparé la Lune.

J'ai pris au hasard une douzaine d'observations de M. l'abbé de la Caille, & voici ce que j'ai remarqué; 1.° des différences assez sensibles dans l'heure du passage de la Lune au méridien, qui montoient à 5 à 6 secondes, indépendamment de celle d'une minute dans l'observation du 15 Mars 1761, qui provient sans doute d'une faute dans la réduction de l'observation; mais ce qui paroîtra plus surprenant, c'est la différence

que j'ai trouvée dans la latitude de la Lune du 17 Février 1761, que M. l'abbé de la Caille a supposée d'une minute plus grande que celle qui résulte de nos observations : or je présume qu'il s'est glissé une erreur dans la hauteur de la Lune, qui ne peut être de notre côté, eu égard à la grandeur de l'instrument que nous avons employé ; cependant je prie les Astronomes qui auront fait la même observation, de prendre la peine de vérifier nos différens résultats. On remarquera aussi quelque différence dans la longitude de la Lune, qui peut provenir de la différence des élémens que j'ai employés & que je rapporterai ici; je m'attendois à trouver ces mêmes détails à la suite des observations de M. l'abbé de la Caille, il les réservoit sans doute pour un autre Ouvrage.

1760.	*Pass. au Mérid.*	*Longitude.*	*Latitude.*	*Parall.*	*Demi-diam.*
21 Nov..	11h 9' 46"	1s 17d 20' 8"	1d 59' 15"	60' 57"	16' 40"
22 Nov..	12. 8. 21	2. 3. 6. 20	0. 34. 10	61. 15	16. 50
12 Déc...	4. 1. 12	10. 16. 40. 45	4. 52. 39	55. 3	15. 7
1761.					
16 Févr..	9. 57. 19 1/2	3. 27. 7. 20	3. 56. 8	60. 6	16. 35
17 Févr..	10. 57. 48	4. 12. 16. 55	4. 36. 46	59. 34	16. 30
14 Mars..	6. 51. 7	3. 6. 53. 52	2. 50. 42	59. 8	16. 30
15 Mars..	7. 52. 55	3. 21. 39. 20	3. 49. 20	59. 5	16. 29
16 Mars..	8. 52. 53	4. 6. 23. 50	4. 32. 20	58. 55	16. 26
13 Mai...	8. 23. 14	5. 24. 10. 5	4. 49. 49	56. 49	15. 49
14 Mai...	9. 7. 23	6. 7. 35. 23	4. 12. 11	56. 17	15. 37
15 Mai...	9. 50. 31	6. 20. 44. 8	3. 21. 26	55. 45	15. 28
18 Mai...	12. 3. 23	7. 28. 53. 54	0. 6. 46	54. 30	15. 2

ASCENSION DROITE des Étoiles auxquelles on a comparé la Lune.

		Ascension droite.	*Déclinaison.*
21 Novembre 1760....	γ *Lion*.....	151d 41' 6"	21d 2' 40"
12 Décembre 1760....	β *Baleine*....	7. 53. 46	19. 18. 8
16 Février... 1761....	δ ♊........	106. 27. 20	22. 24. 6
14 Mars.... 1761....	ε ♊........	97. 18. 30	25. 20. 40
13 Mai .... 1761....	β ♍........	174. 34. 26	3. 6. 38
18 Mai......1761....	γ *Corbeau*...	180. 53. 34	16. 13. 20

En terminant ce Mémoire, je répéterai encore que mon dessein n'a point été de critiquer les observations de M. l'abbé de la Caille, que je regarde comme aussi exactes qu'elles puissent être, mais non pas plus exactes que celles des autres Astronomes; que pour établir les fondemens de l'Astronomie *, les observations d'un seul Astronome ne suffisent pas; il n'y a que le concours des observations de plusieurs qui puisse prouver d'une manière certaine que les variétés que l'on remarque en différens temps dans leurs résultats, dans la quantité des élémens, ou sont réelles, ou appartiennent aux erreurs inévitables dans les observations; que l'époque des observations exactes ne remonte pas à la fin du dernier siècle: la précision de nos instrumens est portée présentement à un tel point de perfection, que ceux dont M.[rs] Picard & Flamstead se sont servis ne peuvent entrer en comparaison avec ceux que M.[rs] Bradley & Molyneux ont employés pour reconnoître l'effet de l'aberration de la lumière, ni avec ceux dont l'on s'est servi pour la mesure de la Terre; la solidité jointe à la grandeur des instrumens, la facilité de les mouvoir insensiblement sans les ébranler, ont encore plus contribué à l'exactitude des observations que la perfection de la division que les Astronomes sont à portée de vérifier.

* Les déterminations de M. l'abbé de la Caille, sont fondées en partie sur les observations de Waltherus; or je ne crois pas que la latitude & la longitude de Nuremberg soient mieux connues que celles des principales villes de l'Allemagne. (*Voyez la Relation de mon voyage.*)

LIEUX DE LA LUNE, DÉDUITS DE NOS OBSERVATIONS, ET COMPARÉS AUX TABLES DE M. MAYER, 1759.

				MAYER.	
1759.	*Passage.*	*Longitude.*	*Latitude.*	*Longitude.*	*Latitude.*
8 Janv.	8^{h} 8′ 18″	1^{s} 23^{d} 22′ 50″	4^{d} 12′ 50″	23^{d} 21′ 34″	4^{d} 12′ 43″
13....	12. 34. 32	4. 1. 34. 40	1. 25. 15	1. 33. 39	1. 25. 42
20....	17. 40. 49	6. 28. 36. 50	5. 9. 10	28. 36. 10	5. 9. 4
21....	18. 23. 19	7. 11. 3. 35	4. 47. 5	11. 3. 11	4. 46. 44
22....	19. 8. 24	6. 23. 47. 0	4. 9. 28	23. 47. 3	3. 49. 58
23....	19. 56. 35	8. 6. 52. 20	3. 20. 25	6. 51. 9	3. 19. 26
31.....	2. 33. 13	11. 19. 35. 50	4. 40. 30	19. 37. 5	4. 41. 10
4 Févr.	5. 58. 45	1. 19. 6. 20	4. 21. 40	19. 5. 55	4. 21. 50
6.....	7. 43. 25	2. 16. 59. 55	2. 30. 35	17. 0. 22	2. 31. 16
7.....	8. 36. 58	3. 0. 31. 15	1. 22. 30	0. 31. 4	1. 21. 38
11.....	12. 1. 22	4. 22. 19. 33	3. 6. 35	22. 19. 25	3. 6. 48
12.....	12. 47. 1	5. 4. 49. 45	3. 55. 30	4. 48. 6	3. 56. 3
13*...	13. 30. 29	5. 17. 12. 20	4. 33. 40	17. 12. 0	4. 33. 43
14.....	14. 12. 17	5. 29. 28. 20	4. 57. 45	29. 27. 51	4. 58. 8
15.....	14. 53. 15	6. 11. 41. 0	5. 9. 0	11. 41. 17	5. 9. 6
16.....	15. 34. 15	6. 23. 53. 0	5. 5. 35	23. 52. 42	5. 5. 51
19.....	17. 45. 39	8. 1. 11. 45	3. 34. 30	1. 10. 2	3. 34. 7
20.....	18. 34. 55	8. 14. 9. 40	2. 39. 5	14. 8. 53	2. 38. 18
6 Mars.	6. 36. 27	2. 26. 24. 30	1. 32. 55	26. 24. 22	1. 32. 1
10.....	10. 2. 48	4. 18. 12. 0	2. 51. 5	18. 11. 20	2. 52. 13
11.....	10. 48. 58	5. 0. 38. 25	3. 41. 0	0. 38. 5	3. 42. 12
12.....	11. 32. 58	5. 12. 59. 20	4. 19. 40	12. 58. 53	4. 21. 1
13*...	12. 15. 21	5. 25. 15. 30	4. 46. 25	25. 15. 22	4. 47. 28
14.....	12. 56. 44	6. 7. 28. 40	4. 59. 20	7. 29. 0	5. 0. 9
17.....	15. 2. 23	7. 14. 14. 30	4. 17. 40	14. 14. 22	4. 17. 34
20.....	17. 25. 18	8. 22. 13. 10	1. 45. 22	22. 11. 35	1. 44. 52
21.....	18. 18. 47	9. 5. 29. 10	0. 37. 20	5. 27. 46	0. 35. 58
31.....	2. 43. 23	1. 21. 58. 25	3. 47. 35	21. 56. 26	3. 48. 31
1 Avril	3. 39. 30	2. 6. 52. 40	2. 49. 10	6. 51. 25	2. 49. 56
2.....	4. 35. 59	2. 21. 16. 10	1. 42. 50	21. 14. 53	1. 42. 19
7.....	8. 55. 34	4. 26. 43. 0	3. 36. 20	26. 41. 45	3. 37. 6
8.....	9. 40. 3	5. 9. 2. 40	4. 16. 0	9. 1. 52	4. 16. 47

1759.	Passage.	Longitude.	Latitude.	MAYER. Longitude.	Latitude.
10 Avril	11h 4′ 5″	6s 3d 29′ 15″	4d 58′ 25″	3d 28′ 53″	4d 58′ 49″
16.....	15. 29. 12	8. 18. 0. 50	1. 52. 0	18. 0. 46	1. 51. 0
17.....	16. 21. 13	9. 1. 0. 20	0. 45. 35	0. 59. 51	0. 44. 11
23.....	21. 49. 47	11. 26. 49. 17	4. 57. 20	26. 49. 58	4. 56. 31
30.....	3. 25. 42	2. 29. 0. 5	0. 49. 30	28. 58. 58	0. 49. 30
1 Mai.	4. 22. 53	3. 13. 1. 42	0. 25. 2	13. 1. 0	0. 25. 33
5.....	7. 43. 6½	5. 4. 50. 20	4. 16. 5	4. 49. 16	4. 16. 50
6.....	8. 26. 21½	5. 17. 8. 15	4. 46. 20	17. 7. 30	4. 46. 55
7.....	9. 8. 0	5. 29. 20. 0	5. 2. 50	29. 20. 7	5. 3. 45
8.....	9. 48. 49	6. 11. 32. 0	5. 6. 50	11. 32. 43	5. 7. 44
10.....	11. 1. 28	7. 6. 7. 5	4. 30. 15	6. 7. 43	4. 30. 37
12.....	12. 40. 2	8. 1. 11. 55	3. 3. 35	1. 12. 29	3. 2. 53
13.....	13. 29. 40	8. 13. 59. 35	2. 3. 50	13. 58. 26	2. 3. 0
14.....	14. 21. 2	8. 26. 58. 40	0. 56. 30	26. 59. 9	0. 55. 48
18.....	17. 58. 6	10. 21. 31. 10	3. 35. 40	21. 29. 37	3. 37. 15
19.....	18. 50. 55	11. 5. 53. 25	4. 24. 40	5. 53. 17	4. 25. 55
21.....	20. 34. 18	0. 5. 38. 5	5. 11. 55	5. 37. 18	5. 11. 22
30.....	3. 59. 15	4. 3. 58. 20	2. 22. 0	3. 57. 49	2. 23. 29
31.....	4. 50. 10	4. 17. 8. 45	3. 22. 35	17. 9. 19	3. 23. 35
2 Juin.	6. 21. 52	5. 12. 28. 10	4. 46. 5	12. 26. 58	4. 46. 47
8.....	10. 33. 43	7. 26. 31. 55	3. 26. 45	26. 32. 23	3. 26. 35
9.....	11. 21. 29	8. 9. 21. 40	2. 26. 10	9. 24. 13	2. 25. 17
14.....	15. 51. 5	10. 17. 16. 10	3. 25. 45	17. 14. 0	3. 26. 22
17.....	18. 25. 31	0. 0. 37. 0	5. 14. 25	0. 35. 41	5. 15. 35
18.....	19. 15. 21	0. 15. 23. 40	5. 12. 0	15. 23. 27	5. 13. 50
3 Juill.	6. 55. 10	6. 26. 35. 25	4. 58. 35	26. 35. 1	4. 59. 7
6.....	9. 8. 13	8. 4. 3. 0	2. 52. 10	4. 3. 45	2. 52. 56
7.....	9. 57. 54	8. 17. 2. 55	1. 48. 0	17. 3. 8	1. 47. 44
8.....	10. 50. 51	9. 0. 22. 5	0. 35. 20	0. 22. 41	0. 35. 31

Je ne prétends point que les déterminations précédentes soient exemptes des erreurs que l'Observateur le plus exact ne sauroit éviter, soit dans les observations, soit dans les calculs, soit de la part de l'instrument qu'il a employé; mais mon

dessein, en les publiant, a été d'engager les Astronomes à nous communiquer celles qu'ils auront faites de leur côté: on ne doit pas s'attendre à trouver un accord parfait de part & d'autre, mais il est à présumer que, dans le plus grand nombre, on ne remarquera que des différences très-légères; c'est alors que les Géomètres ne seront plus embarrassés sur le choix, & qu'en appuyant leur théorie sur des observations qui s'accordent, ils seront certains d'arriver au but qu'ils se proposent.

ASCENSION DROITE ET DÉCLINAISON DES ÉTOILES DE LA PREMIÈRE GRANDEUR, pour le commencement de l'année 1764.

	Ascension droite.	Déclinaison.
Aldebaran	$65^d\ 36'\ 25''$	$16^d\ 1'\ 2''$
Rigel	75. 48. 0	8. 29. 19
α Orion	85. 35. 50	7. 20. 48
Sirius	98. 41. 5	16. 24. 23
Procyon	111. 43. 58	5. 49. 10
Régulus	148. 56. 40	13. 7. 0
α Vierge	198. 11. 45	9. 55. 30
Arcturus	211. 13. 40	20. 25. 45
Antarès	243. 44. 30	25. 53. 20
La Lyre	277. 13. 50	38. 34. 40
L'Aigle	294. 48. 40	8. 15. 50
Fomahan	341. 8. 20	30. 52. 20
L'Étoile polaire	11. 16. 45	88. 3. 10
La Chèvre	74. 49. 17	45. 44. 0

J'ai déduit les déterminations précédentes des observations faites au mural de 6 pieds de rayon, en employant pour les grandes hauteurs les réfractions selon M. Bradley *; j'ai supposé la réfraction à la hauteur de Fomahan, de 5' 15", telle que M. Bradley l'a supposée à cette hauteur, & que M. le Monnier

* Je donnerai incessamment les réfractions pour les hauteurs depuis 0 jusqu'à 30 degrés, déduites des observations.

l'a déterminée *(dans son Histoire céleste)* *, laquelle diffère de 22 secondes des réfractions de M. l'abbé de la Caille à cette hauteur. J'ai vérifié cette année, avec M. l'abbé Chappe, la hauteur du pôle de l'Observatoire, & nous avons trouvé que la lunette du quart-de-cercle mobile haussoit de $57''\frac{2}{3}$ comme en 1742 *(Voyez la Méridienne, page 285)*, & ayant observé la plus grande hauteur de $50^d\,48'\,52''$, & la plus petite de $46^d\,55'\,17''$, j'en ai conclu la distance de l'étoile pôlaire au pôle de $1^d\,56'\,47''\frac{1}{2}$, & la véritable de $1^d\,56'\,51''\frac{1}{4}$, & en supposant la réfraction à $50^d\,48'$ de 46 secondes, & l'erreur de l'instrument de 58 secondes, on trouve la hauteur du pôle de $48^d\,50'\,16''$.

* Voy. Discours prélimin. p. 29.

Par les observations de 1742, rapportées dans le Livre de la Méridienne *(page 283)*, nous avions déterminé la distance apparente de l'Étoile pôlaire au Zénith de $39^d\,4'\,58''\frac{3}{4}$, & la vraie distance de l'Étoile pôlaire au pôle de $2^d\,4'\,0''\frac{1}{4}$; ajoutant 45 secondes pour la réfraction à la hauteur de 51 degrés, on aura la hauteur du pôle de $48^d\,50'\,16''$; M. le Monnier, dans son Histoire céleste, la donne pour 1740, de $48^d\,50'\,15''$; *il suit que l'on peut établir, par nos observations, la vraie hauteur du pôle de l'Observatoire, de $48^d\,50'\,15''$* (p. 37).



MÉMOIRE SUR LES EFFETS DU TONNERRE COMPARÉS À CEUX DE L'ÉLECTRICITÉ;

Avec quelques Considérations sur les moyens de se garantir des premiers *.

Par M. l'Abbé NOLLET.

PREMIÈRE PARTIE.

NOUS sommes maintenant autorisés à croire que le tonnerre est une Électricité qui s'excite naturellement & qui règne en certain temps dans une partie de l'atmosphère terrestre; nos conjectures sur ce sujet ont été, pour ainsi dire, converties en certitude par la fameuse expérience de Marli-la-ville, répétée & vérifiée depuis douze ans par-tout où il s'est trouvé des Physiciens ou seulement des amateurs de la Physique. Nous aurions joui bien plus tôt de cette connoissance, si nous eussions su que dans un village de l'État Vénitien *(1)* les gens du lieu, depuis plusieurs siècles, sont dans l'usage de prévoir les tempêtes mêlées de tonnerre, par l'inspection d'une vieille pique dressée sur le haut d'un bastion, & dont le fer étincelle & fait voir à sa pointe une petite gerbe lumineuse quelque temps avant que l'orage éclate; car c'est-là précisément ce qu'on cherchoit à voir lorsqu'on dressa en l'air les premières pointes de fer sous les nuages orageux. Combien de phénomènes curieux & intéressans

* Comme parmi les Notes qui ont rapport à ce Mémoire, il y en a quelques-unes qui sont un peu longues, on a renvoyé à la fin celles qui n'ont pas pu trouver place au bas des pages qui contiennent le texte; on les a désignées par les chiffres *(1)*, *(2)*, *(3)*, *(4)*, &c. les autres le sont par les lettres *(a)*, *(b)*, *(c)*, *(d)*, &c.

intéreſſans demeurent enſévelis dans l'obſcurité & comme perdus pour ceux qui étudient la Nature, parce qu'ils ne ſont aperçus que par des gens incapables d'en ſentir les conſéquences? au reſte, ces bons villageois, à qui celui-ci s'eſt montré, en ont tiré parti pour leur ſûreté: nous pourrons bien enchérir ſur eux, en déduiſant du fait quelques éclairciſſemens ſur la nature du tonnerre; mais nos ſpéculations ſeront-elles auſſi directement utiles que l'application toute ſimple qu'ils en ont ſu faire?

Je ne me flatte point de ſavoir comment une nuée s'électriſe, ni d'où lui vient ce feu immenſe dont elle paroît chargée, ce feu qui enflamme, pour ainſi dire, l'eſpace qui eſt entr'elle & nous, qui fait retentir l'air d'une manière effroyable, & qui cauſe tant de déſaſtres ſur la terre: je n'ai ſur cela que des ſoupçons que j'oſe à peine énoncer. Comme la vertu électrique vient originairement de certains corps que nous frottons, & que l'air paroît avoir quelque choſe de commun avec les corps électriſables par frottement, j'imagine que dans les temps d'orage, où il eſt aſſez ordinaire de voir les vents, ainſi que les nuages, aller en ſens contraire les uns des autres, une grande partie de l'atmoſphère gliſſant ſur l'autre, l'air s'électriſe en ſe frottant contre lui-même ou contre les objets terreſtres qu'il touche en paſſant, & qu'il communique ſon électricité à la nuée dont il eſt chargé: que ſais-je encore ſi les exhalaiſons inflammables qui s'élèvent & s'amaſſent dans la même région, ou que les vents y accumulent, ne concourent point à cet effet, ſoit par le feu électrique qu'elles portent avec elles, ſoit en faiſant avec les vapeurs aqueuſes un fluide mixte, plus ſuſceptible d'une grande électriſation? mais ſoyons ſobres ſur de pareilles conjectures, juſqu'à ce que le temps & les obſervations nous éclairent & nous procurent de quoi les appuyer.

La nuée, de quelque manière que ce ſoit, devient en certains temps un grand corps électriſé; tant qu'elle eſt en cet état, elle eſt à l'égard des objets terreſtres qui ſont à ſa portée, ce qu'eſt un conducteur de grand volume par rapport aux corps électriſables qu'on lui préſente; quand ceux-ci ſont iſolés, elle les électriſe par communication, & ils en donnent des marques

pendant un certain temps; cela est prouvé par l'expérience.

J'ajoute que si les objets terrestres ne sont point isolés sous la nuée électrique, ils sont exposés à souffrir de sa part des percussions violentes, des commotions générales, des inflammations, des destructions, & pour le dire en un mot, tout ce que nous voyons arriver à des conducteurs non isolés, que l'on tient à une certaine proximité de ceux qui sont suspendus comme il convient & fortement électrisés avec le globe de verre; & ayant égard à la grandeur de la cause, on doit s'attendre que tous ces effets, sans changer d'espèce, seront toujours prodigieux en comparaison de ceux que nos foibles instrumens nous mettent sous les yeux.

L'objet de mon Mémoire étant de prouver cela par des exemples, je crois ne devoir mettre en parallèle avec les phénomènes électriques, que ce que l'on sait de plus sûr & de plus constant touchant les effets du tonnerre: je me dispenserai donc de rendre raison de ces fausses merveilles, qui n'ont pour garans que des *ouï dire*, & que le peuple ou des personnes aussi crédules que lui se plaisent à transmettre de siècle en siècle.

Je n'essayerai point, par exemple, d'expliquer pourquoi la foudre absorbe subitement tout le vin renfermé dans un tonneau sans qu'on puisse voir ensuite par où il s'est dissipé; d'où vient que le vin, frappé du tonnerre, se gèle dans le même instant, demeure trois jours dans l'état de glace, & empoisonne ou rend foux ceux qui en boivent quand il a repris sa liquidité; je ne chercherai pas non plus à dire par quelle raison les cadavres des gens foudroyés sont plus tôt que d'autres attaqués des vers ou ne le sont jamais; par quel privilége, de tous les arbres plantés de mains d'hommes, il n'y a que le laurier qui ne soit pas sujet aux coups de tonnerre; pourquoi la foudre ne tombe jamais sur les gens qui sont au lit; comment des hommes réduits en cendres par le tonnerre, conservent, ainsi que leurs habits, l'attitude, la forme, la couleur & l'ensemble de leurs membres jusqu'à ce qu'on les touche.

Je déclare que je ne tiens aucun compte de tous ces prodiges imaginaires: si j'en fais mention, c'est seulement pour

avertir que Sénèque, Plutarque, Pline & plusieurs autres anciens auteurs, dans les écrits desquels on les a trouvé consignés, pour la plupart (2) ne les ont pas donnés comme des faits qu'ils eussent observés, mais comme des singularités qui avoient cours dans un temps où la Physique & l'Histoire naturelle étoient encore presqu'au berceau.

Ce qu'une nuée d'orage nous offre de plus apparent & de plus commun, ce sont ces feux que nous nommons *éclairs*, qui en sortent par des éruptions momentanées, qui illuminent vivement & pour un instant une grande partie de l'atmosphère, & après lesquels on ne manque guère d'entendre un bruit d'une certaine durée & qui retentit d'autant plus, qu'il a suivi de plus près le coup de lumière qui l'a annoncé.

En considérant la nuée comme un conducteur isolé & chargé de feu électrique *(a)*, je pense que les éclairs sont de la même nature que ces aigrettes lumineuses que l'on voit ordinairement aux angles & aux pointes de nos barres de fer électrisées, & que les uns comme les autres, sont des portions de matière électrique qui s'élancent au dehors, à mesure que la cause électrisante surcharge le conducteur.

On m'objectera sans doute, que les aigrettes brillent sans interruption, & presqu'en silence; au lieu que les éclairs ne sont que des coups de lumière, & qui annoncent presque toujours un grand bruit: mais ayons égard à la fluidité du corps d'où sortent ces derniers feux, à son volume, à sa figure, & nous verrons que la disparité tient plus aux circonstances, qu'à la nature des objets comparés.

En effet, quand le feu électrique se meut dans une barre de fer, il coule d'un bout à l'autre, en profitant de la porosité du métal, & sans en déplacer les parties, parce qu'elles lui opposent une trop grande cohérence; arrivé aux extrémités qui sont ordinairement anguleuses ou pointues, il y réunit ses forces

(a) Quand je dis un conducteur *chargé* de feu électrique, c'est pour me servir de l'expression qui est passée en usage; car au fond, je ne pense point que l'électrisation condense ou accumule le feu électrique dans un conducteur, mais seulement qu'elle l'y anime & augmente son activité par degrés.

pour pénétrer dans l'air ambiant, il s'épanche sans interruption parce qu'il débouche par une très-petite issue, & il ne cause qu'un léger bruissement, parce que l'air qui lui résiste l'oblige de se diviser en une infinité de petits rayons divergens qui n'ont pas la force de produire un autre effet.

Ce doit être tout autre chose lorsqu'une plus grande quantité de ce même feu animée par une cause infiniment plus puissante que nos globes & nos tubes de verre, fait effort pour sortir d'un nuage condensé par l'action des vents, il parcourt en plusieurs sens le vaste fluide qui le renferme en le faisant bouillonner *(b)*, & comme il n'y trouve ni angles, ni pointes qui facilitent son écoulement, il n'en peut sortir que par intervalles, & quand il devient assez fort pour rompre son enveloppe: alors son éruption est d'autant plus grande, qu'elle a été plus retardée; l'air en est violemment frappé, ainsi que le corps de la lumière *(c)* qui remplit ses vides: de-là viennent & l'éclat qui nous éblouit, & le bruit qui nous effraye; celui-ci arriveroit avant l'autre, si la propagation des sons se faisoit avec autant de vîtesse que celle de la lumière.

Ce qui me fait croire que l'éclair d'orage *(d)* ne diffère que du plus au moins de nos aigrettes électriques; c'est que ces deux feux se ressemblent davantage, quand je fais choix d'un conducteur qui imite un peu mieux le volume & la figure de la nuée, au lieu d'une barre de fer mince, anguleuse & aiguë par le bout; si par un temps favorable & avec un bon globe

(b) Par *bouillonnement*, je n'entends autre chose ici que le bruit qu'excite un fluide (froid ou chaud) en passant avec impétuosité au travers d'un autre fluide, comme, par exemple, si l'on souffloit de l'air à travers une masse d'eau, ou bien comme il arrive à une liqueur que l'on tient sur le feu, lorsque des bouffées de vapeur dilatée la traversent successivement du fond à la surface & font retentir sourdement le vaisseau qui la contient.

(c) J'appelle *le corps de la lumière* ce fluide subtil qui remplit la porosité de l'air dans lequel nous sommes plongés, & dont l'action, animée par les astres & les autres corps lumineux, produit ce que nous appelons *clarté*, & nous fait voir les objets qui sont hors de nous & à des distances convenables.

(d) Il ne faut pas confondre les éclairs qui sortent d'une nuée orageuse avec ces coups de lumière qui illuminent une grande partie de l'horizon, dans certaines nuits d'été, sans que le ciel soit nébuleux & sans que le tonnerre se fasse entendre.

de verre, j'en électrise une qui ait beaucoup plus de masse, qui soit arrondie, bien unie dans toute sa longueur & terminée par une pointe fort mousse; ce n'est plus une aigrette continue que je vois briller sans bruit à cette dernière partie: ce sont des feux plus serrés, plus éclatans en lumière, que je vois s'élancer de temps en temps avec impétuosité dans l'air, & j'entends à chaque éruption un bruit assez semblable à celui d'une grosse flamme qui s'allume subitement. Ne peut-on pas conclure de-là, que s'il étoit possible d'électriser assez fortement des corps, qui différassent encore moins d'une nuée, tant par la grandeur que par la figure, &c. on feroit croître à proportion la ressemblance que je crois voir entre les éclairs & les aigrettes lumineuses que lancent nos conducteurs électrisés.

Le bruit du tonnerre qui a une certaine durée, n'est donc autre chose, à mon avis, que le bouillonnement excité dans la nuée, par un volume considérable de feu électrique qui la traverse impétueusement en cherchant une issue. Je n'exclue point les échos des montagnes, des édifices, des forêts, &c. que l'on fait entrer dans l'explication de ces longs roulemens; mais je pense qu'ils n'en sont pas la cause principale, & que sans eux la plupart des coups de tonnerre auroient une certaine durée avec des redoublemens; je pense ainsi, parce que par-tout où l'on a coutume d'entendre le tonnerre rouler, il arrive quelquefois qu'il éclate par un seul coup, comme l'explosion d'une charge de poudre dans une arme à feu; or il me semble que cela ne devroit arriver que dans les pays plats, & jamais dans ceux qui sont de nature à multiplier la détonation.

Ces coups de tonnerre qui ressemblent à celui d'un canon qu'on entend de près, & qui sont assez rares, arrivent apparemment quand la portion de feu électrique, qui doit former l'éclair, perce subitement la nuée, avant que d'y avoir fait aucun trajet, soit qu'il ait reçu de la cause qui l'anime un nouveau degré d'activité, soit que la nuée plus foible dans l'endroit où il s'est porté, ne lui résiste point assez, pour l'obliger à chercher ailleurs une issue.

Il suit encore de cette opinion, que la portion de feu

qui fait l'éclair feroit la foudre même, si elle arrivoit jusqu'à la surface de la terre; mais heureusement c'est le cas le plus rare, parce que le plus souvent en sortant de la nuée, elle prend une direction oblique; ou bien n'ayant point assez de force pour percer la masse de l'air, elle se dissipe dans le trajet; ou bien enfin elle ne trouve point vis-à-vis d'elle, des objets qui provoquent suffisamment son irruption. Je m'arrête particulièrement à cette dernière considération.

Tous ceux qui sont au fait de l'électricité, savent très-bien que la présence des corps non isolés, détermine la matière électrique d'un conducteur isolé à se porter vers eux, & qu'il y a des substances plus propres que d'autres à produire cet effet: que je présente ma main, par exemple, une pièce de métal, un morceau de bois abreuvé d'eau, &c. à la pointe ou à l'angle d'une barre de fer électrisée, je ne manque jamais d'y faire paroître une ou plusieurs aigrettes lumineuses, ou de faire augmenter sensiblement le volume & la splendeur de celles qui y étoient déjà; leurs rayons naturellement épanouis & divergens se plient pour se réunir sur ces corps que je présente, & le trait de feu qui résulte de leur union, s'élance souvent en serpentant pour les atteindre dans l'endroit qui lui convient le mieux: tout cela, comme l'on sait, n'arrive point, lorsqu'on présente au même conducteur un bâton de cire d'Espagne, un morceau de soufre ou de bois imbibé d'huile. Il y a plus; si c'est une bague qui se trouve à portée de ce trait de feu électrique, au lieu d'aller directement à la pierre que l'on tient vis-à-vis de lui, il prend une voie détournée pour aller toucher le chaton, parce que ce chaton est de métal.

Nous voyons quelque chose de semblable dans les coups de tonnerre: n'est-ce pas un accident très-commun qu'un moissonneur ou un homme qui voyage, soit tué par la foudre auprès d'un tas de gerbes ou à côté d'une meule de foin, qui le plus souvent n'en reçoit aucun dommage? Est-ce un cas rare que des chevaux en soient frappés de préférence à la voiture qu'ils traînent? Les temples, & en général les édifices qui contiennent beaucoup de monde, dont les dedans sont

ornés d'une grande quantité de dorures, qui sont couverts de plomb en tout ou en partie, & qui sont surmontés de grosses pièces de fer, ne sont-ils pas plus souvent foudroyés que les autres? *(3)* Les flèches des clochers couvertes d'ardoises, à hauteur égale, sont plus souvent & plus rudement frappées du tonnerre que celles qui sont bâties en pierres, à moins que dans celles-ci il n'y ait des liens de fer, ou que la pointe ne soit couronnée par quelqu'ornement de métal d'une masse considérable; aux unes comme aux autres, il y a des cloches à la base, & la pointe est terminée par une croix de fer; mais dans les premières, ces deux parties de pur métal se répondent par une charpente chargée de clous, & sujète à être mouillée, ce qui est tout autrement susceptible du feu électrique, qu'une pyramide creuse de pierres, qui met entre les métaux une distance de soixante ou quatre-vingt pieds. On dit que les pins sur les montagnes, quoique plus exposés à la foudre, n'en sont presque jamais frappés, tandis que les chênes en pays plat, comme dans les lieux hauts, le sont fréquemment; si cela est vrai, c'est que le pin est un arbre très-résineux, au lieu que le chêne sur pied n'est qu'un bois verd ou rempli d'humidités.

Il paroît donc que comme le feu électrique s'élance sur certaines matières préférablement à d'autres, qui sont aussi près & même plus près qu'elles du conducteur, de même tous les corps qui se trouvent sous un nuage orageux, ne sont point également susceptibles des coups de tonnerre. C'est apparemment par cette raison, que le trait fulminant qui part de la nuée, n'est pas toujours dirigé dans une seule ligne droite, & qu'on le voit souvent décrire des zigzags, & frapper de côté l'objet qui détermine sa chute: on doit penser que la masse de l'air, chargée alors, plus qu'en tout autre temps, de vapeurs & d'exhalaisons inégalement répandues, lui cause des déviations, en lui résistant plus d'un côté que de l'autre, & que le corps même qui provoque son éruption, peut avoir quelque partie plus saillante & plus propre que les autres à le faire éclater.

Mais ce n'est point assez de dire comment le tonnerre peut frapper un objet de côté ou obliquement par rapport à l'horizon ; je me trouve engagé à rendre raison des coups qu'il lance de bas en haut : car c'est un fait qu'il y en a de tels, ils ont été observés par des gens capables d'en juger & dignes de foi *(4)*. J'en pourrois citer moi-même plusieurs exemples dont j'ai été témoin. De-là vient que de plusieurs Auteurs de marque qui ont écrit sur l'origine de la foudre, les uns ont douté si elle sortoit d'en haut ou d'en bas ; les autres ont décidé nettement qu'elle partoit de la terre ou des objets qui font corps avec elle : feu M. Maffei a tellement enchéri sur ce dernier sentiment, qu'il a entrepris de prouver que la foudre, proprement dite, non-seulement vient des corps terrestres, mais qu'il n'est pas possible de croire qu'elle descende des nuages : *non poterſi credere che d'a nuvoli vengan saette (e)*. Il est vrai qu'après avoir prouvé directement & d'une manière assez décisive, que dans les coups de tonnerre il arrive souvent que le feu se porte de bas en haut, il s'en tient à des preuves négatives & à des raisonnemens qui me paroissent bien foibles & peu concluans, pour établir que ce feu ne vient jamais & ne peut pas même venir d'en haut.

Dire, par exemple, que si la foudre tomboit de la nuée, parmi tant de monde qui a les yeux tournés vers le ciel quand il tonne, il se trouveroit quelqu'un qui l'eût aperçue, c'est supposer que personne ne l'a jamais vu tomber ; mais c'est supposer une chose qui n'est pas : quantité de gens attesteroient qu'ils ont vu de ces traits de feu plus serrés & plus vifs que de simples éclairs, percer la nuée & l'air en serpentant, ou par une chute directe, & briser ou incendier ce qu'ils ont frappé. C'est ainsi qu'ont été aperçus par un grand nombre de témoins, les trois coups de foudre qui ont causé tant de désastre à l'abbaye de Notre-Dame de Ham en Picardie, la nuit du 25 au 26 Avril de l'année 1760. Je vis il y a sept ans un pareil

(e) D'ella formazione de' fulmini, trattato del sig. Marchese Scipione Maffei, raccolto de' varie sue Lettere : *Lettera IV. imprimé à Vérone en 1747.*

feu

feu tomber à un quart de lieue de moi, sur une grange pleine de gerbes, & la flamme qui en sortit peu d'instans après, ne me laissa pas lieu de douter que ce que j'avois vu ne fût la foudre même.

Dire que ceux qui se sont trouvés dans des édifices fermés, au moment que la foudre y éclatoit, ont vu des langues de flammes sortir des planchers à rez de chaussée, & conclure de-là que la nuée orageuse n'a eu nulle part à ces accidens; c'est oublier que les émanations enflammées ou inflammables qui viennent ou d'en haut ou d'en bas, peuvent passer à travers les murailles, par les cheminées, par les fenêtres & par les portes fermées *(f)*, & supposer sans fondement que ce feu qui sort de la terre n'a besoin du concours d'aucun autre pour fulminer *(g)*.

Admettons donc, puisque cela est suffisamment prouvé, que dans l'instant même où le coup de tonnerre éclate, il sort de l'endroit où il doit frapper, une matière inflammable, quelquefois même toute enflammée; mais croyons en même temps qu'il arrive à ce même endroit un trait de feu qui descend de la nuée, puisqu'on l'aperçoit souvent, & qu'on a tout lieu de le supposer quand on ne le voit pas : en effet, est-il vraisemblable que l'orage qui gronde au-dessus de nos édifices, ne contribue point aux coups de foudre qu'ils éprouvent, quand on considère que ces accidens n'ont presque jamais lieu que sous une nuée orageuse, & que leur désastre est toujours annoncé par un éclair plus vif que les autres, & accompagné d'un bruit qui retentit de plus près.

Mais dans ce double feu qui forme la foudre, proprement dite, & qui produit ce que le tonnerre nous montre de plus

(f) Transit enim valide fulmen per septa domorum, clamor uti ac voces, transit per saxa per æra Lucret, lib. VI.

(g) Je ne m'arrêterai pas davantage à combattre ici les argumens employés par M. Maffei, pour prouver que la foudre ne vient point d'en haut; ils ont été amplement réfutés dans un Ouvrage anonyme, imprimé à Vicense, en 1748, sous ce titre : *Riflessioni sopra gli argomenti addotti dal sig. Marchese Maffei a favore della' sua nuova opinione intorno la formazione de' fulmini.*

ſingulier, de plus effrayant & de plus dangereux, je reconnois le phénomène d'électricité le plus commun, le plus conſtaté, & en même-temps le plus fécond en merveilles : il eſt également certain que le corps non iſolé reçoit du conducteur qu'on électriſe, un jet de matière inflammable, & qu'à celui-ci il en vient un pareil de la part du premier : ces deux courans de matière électrique qui vont en ſens contraire d'un corps à l'autre, ſe choquent & s'enflamment mutuellement, quand ils ont acquis un certain degré de force, & de-là résultent des percuſſions & des contre-coups qui enfoncent, qui percent, qui déchirent, qui pulvériſent les corps les plus durs & les plus compacts, qui frappent avec douleur, qui ſecouent intérieurement & qui tuent les animaux, qui brûlent & qui diſſipent les matières combuſtibles. Tout le monde ſait maintenant que les étincelles électriques en certains temps, & ménagées avec adreſſe, ſont capables de tous ces effets dans leſquels il eſt aiſé de reconnoître ceux du tonnerre, quoique par rapport à la grandeur, il y ait toujours une différence énorme des uns aux autres.

Le feu du tonnerre, comme celui de l'électricité, eſt bien capable d'enflammer ; mais il ne le fait pas toujours *(5)* ; ces deux feux ſe reſſemblent ſi bien à cet égard, qu'on a vu maintefois l'un & l'autre fondre du métal, & ne faire que déchirer ou noircir l'enveloppe de bois, de carton ou de linge qui le contenoit. Un coup de tonnerre a ſouvent fait couler le plomb des vitres, ſans brûler leurs chaſſis ; on l'a vû fondre & diſſiper de gros fils de métal, & ne point endommager des cordes de chanvre qui leur ſervoient d'alonges : nous avons vu de même l'étincelle électrique fondre ou broyer l'argent, le cuivre, &c. les faire entrer dans les pores du verre, & perſonne n'a pu, juſqu'à préſent, lui faire allumer immédiatement de l'amadou.

Je viens de dire que les deux courans de matière électrique qui vont en ſens contraire, tant du conducteur au corps non iſolé, que de celui-ci au conducteur, éclatent enſemble par le choc qu'ils exercent & qu'ils éprouvent réciproquement : c'eſt un

fait que j'ai pris soin de prouver dans plusieurs de mes écrits, ainsi que celui qui en résulte naturellement, je veux dire la répercussion ou l'effort rétroactif de l'un & de l'autre courant : cependant, comme ce phénomène est un des plus propres à nous éclairer sur les principaux effets de la foudre, en nous montrant d'une manière assez sensible comment son action se déploie & se multiplie sur les corps qu'elle frappe ; j'ai cru qu'il étoit à propos d'en rapporter ici quelques nouvelles preuves.

Je fais choix d'un conducteur transparent, au moins dans quelqu'une de ses parties ; je joins, par exemple aux deux bouts d'un œuf cru *(fig. 1)* des tuyaux de fer-blanc de quelques pouces de longueur, & un peu évasés d'un côté suivant la forme de l'œuf, pour y être facilement attachés avec un peu de cire d'Espagne ou autrement. J'adapte l'œuf par le moyen de l'un de ces tuyaux, au bout d'une tringle de fer qui doit servir de conducteur, & je remplis l'autre avec un boulon de même métal arrondi par le bout qui se porte en avant, ayant soin que l'œuf touche immédiatement les deux fers entre lesquels il est placé.

Je prépare un autre œuf cru, avec un seul tuyau rempli d'un boulon semblable au précédent, mais plus long & qui touche comme lui immédiatement la coque *(fig. 2)* ; dans cette expérience, je me sers d'œufs, parce que ce sont des corps dans lesquels j'ai remarqué que la matière électrique exerce ses mouvemens avec beaucoup de facilité, & je les emploie crus parce qu'ils ont alors une sorte de transparence qui suffit pour me laisser voir ce qui se passe au dedans.

Le conducteur *A B (fig. 3)*, préparé comme je viens de le dire, étant fortement électrisé dans un lieu privé de lumière, si j'approche doucement le fer *C* de l'œuf qui n'est point isolé, si je l'approche, dis-je, du fer *B* qui tient à l'autre œuf, je vois le feu électrique sortir de l'un & de l'autre, & les deux courans se joindre dans l'espace intermédiaire, comme il arrive quand on présente son doigt vers l'extrémité d'une barre de fer, ou au doigt d'une personne isolée qu'on électrise ; mais si j'approche davantage ce même fer, & jusqu'au point d'exciter

des étincelles, chaque fois qu'elles éclatent, les deux œufs deviennent lumineux dans tout leur intérieur; & alors, si je tiens le corps de l'œuf avec la main nue, je ressens de petites secousses dans tous les endroits de ma peau qui touchent immédiatement la coque, & des picottemens accompagnés de petites étincelles, par-tout où le contact est interrompu par une très-petite distance.

La matière électrique, ainsi répercutée, est capable de faire par contre-coup tout ce que nous lui voyons faire dans le premier choc; elle peut s'enflammer à la rencontre de celle qui auroit conservé son cours vers le conducteur isolé, frapper intérieurement & extérieurement les corps du voisinage, enflammer les matières combustibles, &c. j'ai déjà prouvé plus d'une fois & expliqué ce qu'il y a d'essentiel dans cet effet; mais en l'envisageant comme une imitation du tonnerre, & cherchant à le rapprocher davantage de son modèle, j'ai observé quelques circonstances qui m'ont paru importantes, & qu'il est à propos de faire connoître.

J'ai électrisé avec un bon globe de verre, & dans un temps favorable à ces sortes d'expériences, une tringle de fer longue de 6 pieds sur 7 à 8 lignes de diamètre, arrondie d'un bout à l'autre & terminée par une espèce de bouton, comme on le peut voir par la *figure 4*. J'ai approché de cette dernière partie *D* un cylindre de fer *F*, ayant 6 pouces de longueur, 4 lignes de diamètre, & finissant de part & d'autre par une pointe fort mousse; je tenois cet instrument avec la main gauche, & en l'approchant du conducteur pour exciter une étincelle, j'avois un doigt de ma main droite à une petite distance de l'autre bout *G* du cylindre; dès que l'étincelle vint à éclater, j'aperçus entre mon doigt & cette dernière partie, une lueur fort vive & comme arrondie; mon doigt ressentit une piqûre; & ma main gauche qui tenoit le cylindre, éprouva une petite secousse.

Au lieu d'un cylindre, j'en fis tenir bout-à-bout jusqu'à quatre, conmme *H, I, K, L, (figure 5)* observant de l'un à l'autre une distance de 2 ou 3 lignes. Ce qui s'étoit passé

entre mon doigt & le bout *G* du premier, se passa de même entre le premier & le second, entre le second & le troisième, & entre celui-ci & le quatrième ; à cela près que les apparences alloient en diminuant à mesure qu'on les observoit plus loin du premier conducteur.

J'avois bien de la peine à allumer de l'esprit-de-vin, même avec le bout du premier cylindre ; la raison s'en présente d'elle-même : la plus grande partie de la matière électrique répercutée au moment de l'étincelle, refluoit par ma main jusqu'à mon corps & se dissipoit ; je ne doutois pas que je n'en allumasse aisément, & même au bout du second, du troisième & peut-être du quatrième, s'ils étoient tous isolés sur du verre, de la soie, de la cire d'Espagne, ou sur toute autre matière semblable ; mais je travaillois dans des vues qui me faisoient regarder comme inutile le succès de mon épreuve, s'il tenoit à de pareils moyens ; en effet, qu'aurois-je gagné en faisant voir par de tels exemples que le feu du tonnerre, lorsqu'il éclate sur un corps isolé à l'ordinaire, peut refluer dans toutes les parties de ce corps, & frapper ou enflammer ceux qui lui sont contigus ? On m'auroit objecté, avec raison, que ce que nous voyons tous les jours s'embraser & se détruire par des coups de foudre, n'est point ordinairement posé, ni sur du verre, ni sur de la soie, ni sur aucune de ces matières que les Électriciens sont convenus d'appeler *résineuses*. Il falloit donc qu'en continuant mes recherches, je parvinsse ou à électriser suffisamment des corps non isolés, ou à leur communiquer la vertu électrique sur des supports différens de ceux que nous avons coutume d'employer, & qui se trouvassent communément dans les endroits où nous voyons que le tonnerre produit ses plus grands effets.

J'ai considéré d'abord que les phénomènes électriques les plus remarquables, les plus propres à nous retracer l'image de la foudre, n'exigent point, comme les autres, que le sujet qui les produit ou qui les éprouve soit isolé. Si je veux qu'un corps que j'électrise en attire ou en repousse d'autres ; si je veux qu'il conserve pendant quelque temps cette vertu, il faut que

je le pose sur une matière résineuse ou que je le suspende en l'air avec de la soie; mais cela n'est pas nécessaire, s'il s'agit de lui faire sentir la commotion qui caractérise l'expérience de Leyde; s'il s'agit de le percer, de le broyer, de l'embraser, par le même moyen, il suffit, comme l'on sait, que ce corps isolé ou non, soit au nombre de ceux qui établissent une communication entre la bouteille & le premier conducteur, au moment qu'on en tire l'étincelle; & quand on allume l'esprit-de-vin avec le feu électrique, il n'est pas besoin que la cuillier qui le contient soit isolée, il faut au contraire qu'elle ne le soit pas, quand on la présente à un corps électrisé.

Après cela, j'ai réfléchi sur la nature des corps qui doivent faire partie du conducteur dans l'expérience de Leyde. Pour qu'elle ait son effet, le vase qui contient l'eau qu'on électrise, doit être de verre, de porcelaine, de grès, de cristal de roche, &c. si c'est une feuille de métal qui termine le premier conducteur, elle doit être étendue sur un carreau de vitre, sur une feuille de talc; & il est à présumer qu'il y a dans la Nature quantité d'autres matières qui feroient réussir l'expérience, comme celles que je viens de nommer, & que de nouvelles recherches pourront nous faire connoître avec le temps.

Ces deux réflexions me firent penser que comme le coup de tonnerre n'est qu'une électricité instantanée, l'objet qu'il frappe pourroit bien en ressentir les effets, quoiqu'il ne fût point assez isolé pour conserver ensuite les signes ordinaires de la vertu électrique. Je pensai encore que les matières qui tiennent à ces objets, au lieu de les garantir de la foudre par défaut d'isolement, pouvoient au contraire augmenter son activité, comme nous voyons que le verre, le grès, la porcelaine, l'émail, donnent de l'énergie au feu électrique, quand on les unit à un conducteur ordinaire: je fis sur cela quelques épreuves dont je vais rendre compte.

Au lieu de prendre avec la main le cylindre de fer, comme dans les expériences rapportées ci-dessus, je le posai sur

un morceau de pierre à bâtir, plat, mais brut, long de 5 à 6 pouces, large d'autant, & épais de 12 à 15 lignes. Ayant pris ensuite cette espèce de support avec la main gauche, je présentai au conducteur électrisé l'un des bouts du cylindre, tandis que de la main droite, je tenois près de l'autre bout une cuiller d'argent remplie d'esprit de vin un peu chaud; dès que l'étincelle éclata entre le conducteur & le cylindre, il en parut une en même temps dans le petit intervalle qui séparoit de la cuiller l'autre bout du cylindre, & l'esprit de vin s'enflamma avec la plus grande facilité; une minute après, j'examinai ce fer, qui étoit toujours posé sur la pierre, & j'y trouvai à peine quelque signe d'électricité.

Je répétai cette épreuve en plaçant le même cylindre successivement sur des tablettes de marbre, sur des ardoises, sur des tuiles, & l'esprit de vin fut toujours allumé avec une grande promptitude.

En faisant ces expériences dans l'obscurité, je voyois toujours une infinité de petites franges lumineuses qui pétilloient tout le long du fer aux endroits où il joignoit le support, & je ressentois à la main qui le tenoit, des picottemens comme on en ressent lorsqu'on a la main nue appuyée contre du verre ou de la porcelaine qui s'électrise par communication; je jugeai par-là que le feu électrique pouvoit éclater sur toute la longueur du cylindre, aussi-bien qu'à son extrémité, si je plaçois à une petite distance de sa surface, des corps de même nature que lui, je veux dire des corps capables de lancer vers le cylindre un courant de matière électrique qui pût s'enflammer par le choc de celle qui viendroit du cylindre à eux.

Je plaçai donc cet instrument sur une ardoise, & je fis aboutir au milieu de sa longueur, à peu-près à angle droit, un gros fil de fer un peu arrondi par les deux bouts, comme on le peut voir par la *figure 5;* je pris l'ardoise d'une main, & j'approchai le bout *A* d'un conducteur isolé qu'on électrisoit, tenant de l'esprit de vin chaud dans une cuiller de métal en *B;* après quelques tentatives infructueuses, je parvins à allumer l'esprit de vin en excitant l'étincelle au premier conducteur; & en quelque

endroit du cylindre que j'aie fait aboutir le fil de fer, je suis presque toujours venu à bout de produire le même effet.

Sur une tablette de pierre de liais, qui avoit 3 lignes d'épaisseur & qui communiquoit librement avec le plancher de la chambre, je plaçai quatre cylindres de fer bout à bout les uns des autres, en laissant de petits intervalles entr'eux; lorsque j'excitois une étincelle avec le premier en l'approchant du conducteur isolé, j'allumois de l'esprit de vin ou quelque autre liqueur inflammable à l'extrémité du dernier, ou à celle d'un autre cylindre qui aboutissoit en quelqu'endroit sur sa longueur, comme dans l'expérience précédente.

Aux cylindres de fer que j'avois employés dans mes expériences, j'ai essayé d'en substituer d'autres que j'avois préparés avec différentes sortes de bois; placés sur des ardoises ou sur des tuiles, ils se sont transmis les uns aux autres le feu électrique & encore mieux quand ils ont été imbibés d'eau; mais ce feu n'a jamais eu la force de rien allumer: je crois pourtant qu'on en viendra à bout, en prenant les mesures nécessaires pour avoir une forte électricité. Parmi les bois communs dont je me suis servi, celui de chêne m'a paru plus propre que les autres; mais ce qu'il y a de plus remarquable, c'est que la matière électrique suit par préférence la direction des fibres ligneuses. Ayant fait préparer un barreau quarré dont chaque face avoit un pouce de largeur & dont les bouts étoient coupés droits & perpendiculairement à la longueur, je le présentois tantôt par l'un des bouts, tantôt par l'une de ses faces à l'angle d'une barre de fer, que l'on électrisoit avec un globe de verre; dans le premier cas, l'aigrette du conducteur disparoissoit ou sortoit par un autre endroit; & de tous les pores du bois, on voyoit couler comme d'un arrosoir des petits jets de matière enflammée qui tendoient au fer électrisé; dans le second cas, il ne restoit du bois qu'un petit nombre de ces jets lumineux & fort écartés les uns des autres: aussi l'aigrette du conducteur, plus forte qu'eux, subsistoit-elle dans sa place, au lieu de refluer par une autre partie.

Il me restoit encore un point assez important à éclaircir touchant

touchant les pierres, les ardoises & les matériaux de terre cuite, employés comme supports, relativement à l'application que je voulois faire de cette petite découverte ; il s'agissoit de savoir si ces matières, étant mouillées par la pluie ou autrement, n'absorberoient pas ou ne dissiperoient pas le feu électrique qui auroit pris son cours par les corps posés sur elles, au lieu d'augmenter son activité comme elles font quand elles sont sèches.

Je mis donc tremper dans l'eau pendant quelques minutes mes pierres, mes ardoises, mes tuiles, après quoi je les remis en épreuve; je ne trouvai point de différence sensible dans les effets dont j'ai fait mention ci-dessus; il me parut même que les petites franges de feu qui passoient, en pétillant, de ces supports aux cylindres de fer, quand on approchoit ceux-ci du conducteur électrisé ou quand on plaçoit le tout sur un carreau de verre, doré & préparé pour l'expérience de Leyde; il me parut, dis-je, que ces petites lumières étoient plus vives & plus abondantes que d'ordinaire.

Je dirai ici, par occasion, que j'ai répété une expérience assez curieuse, dont M. Willson m'a fait part verbalement, & que nous devons à M. Lane, Chimiste anglois & Membre de la Société Royale de Londres: j'ai placé, comme lui, un éclat de pierre de taille d'un demi-pouce d'épaisseur ou environ sur le carreau de verre doré, qu'on électrisoit avec un globe de verre, puis ayant posé l'un des bouts de l'arc conducteur *(h)* sur le milieu de la pierre, j'ai porté l'autre vers le premier conducteur pour exciter l'étincelle; après l'explosion, il resta sur la pierre, comme on me l'avoit annoncé, une traînée de lumière, qui dura quelquefois près d'une minute & qui ne s'éteignoit pas, quoique je passasse le doigt dessus.

La répétition de cette expérience me donna lieu d'observer encore mieux que je n'avois fait dans celles que j'ai rapportées

(h) Nous appelons *arc conducteur* un gros fil de métal, long de 15 à 18 pouces, courbé en arc, & ayant ses deux extrémités tournées en volutes; cet instrument sert à établir la communication entre la surface extérieure de la bouteille de Leyde & le premier conducteur, quand on veut exciter l'étincelle qu'on appelle *foudroyante*.

précédemment, combien la matière électrique augmente en force quand elle traverse de pareils corps; la pierre, le marbre, l'ardoise, la tuile, le grès sur le carreau de verre doré, procurent des explosions terribles; mais il faut pour cela un temps & des circonstances favorables à l'électricité; & chaque fois qu'on obtient de ces grands éclats, il faut pour en préparer un autre plus de temps qu'avec le carreau simple: je reviens à mes premières vues.

On peut donc regarder comme autant de choses certaines, puisqu'elles sont prouvées par l'expérience, 1.° que les corps de nature à être conducteurs, sont susceptibles des plus grands effets de l'électricité sans être isolés comme il faudroit qu'ils le fussent pour conserver la vertu électrique pendant un certain temps; 2.° que parmi ces corps, on doit compter les métaux & le bois de charpente, sur-tout si celui-ci a contracté quelque humidité; 3.° que la pierre à bâtir, l'ardoise, la tuile & la brique, non-seulement ne détournent point la matière électrique & ne l'empêchent pas d'agir sur le métal & sur le bois, mais au contraire, que ces matériaux aident son action & concourent à augmenter les effets. Nous avons prouvé auparavant qu'à chaque étincelle électrique qu'on excite, les deux courans qui s'entrechoquent & qui la font éclater, refluent dans les corps d'où ils viennent, & que les contre-coups qui en résultent à tous les endroits de leur surface où il y a des corps contigus, sont capables de reproduire tous les effets du premier choc, percussion, commotion, embrasement, &c: si nous joignons à ces connoissances celle que nous avons maintenant de la nature du tonnerre, si nous considérons ce redoutable météore comme une grande électricité, nous pourrons nous rendre raison de ses principaux effets beaucoup mieux, je pense, qu'en les attribuant, comme on a fait jusqu'à présent, à des vapeurs, à des exhalaisons qui fermentent dans la région des nues, qui s'y enflamment & qui partent de-là pour renverser nos édifices; c'est ce que je me propose de faire voir, par quelques essais, dans la seconde partie de ce Mémoire.

SECONDE PARTIE.

UN des plus communs effets du tonnerre, c'est de renverser, de disperser & de transporter au loin des masses d'un assez grand poids, telles que des pans de muraille, des pièces de charpente, des hommes, des chevaux, des vaches, &c. & ces impulsions ressemblent souvent à celles d'un vent extraordinairement impétueux qui entraîne ce qu'il rencontre, mais qui ne frappe point à la manière des solides, puisqu'après ces accidens, on a vu maintefois les animaux qui les avoient éprouvés en être quittes pour la peur ou pour le trouble qu'elle peut causer. Ces corps, selon moi, sont emportés par le courant de matière électrique qui s'élance de la terre vers la nuée, ou par celui qui fond de la part de la nuée sur la terre, comme nous voyons que des fragmens de métal aminci sont enlevés de dessus leur support par le fluide qui sort de celui-ci pour se rendre au conducteur, ou poussés dans un autre sens par le courant que le conducteur lance vers le support.

Si l'on m'objecte qu'un homme ou une poutre ne s'enlève pas comme une plume ou comme une feuille d'or battu; je répondrai que la vertu électrique avec laquelle nous faisons mouvoir ces petits corps, n'est aussi qu'une image bien foible de celle que nous sommes en droit de supposer dans un nuage qui tonne: un grain de poudre ne fulmine pas comme la charge qu'on fait entrer & détonner dans une pièce de 24; malgré la différence énorme des effets, il faut pourtant convenir que les causes sont de même nature; le zéphir qui agite à peine les fleurs d'un parterre, & l'ouragan qui déracine les plus grands chênes d'une forêt, ne sont tous deux que de l'air en mouvement.

Ce n'est point la foudre proprement dite qui renverse ainsi sans frapper; ce sont des torrens d'une matière semblable à la portion qui fulmine, mais qui ne sont point assez condensés ou qui ne rencontrent pas des courans opposés capables de les enflammer par leur choc: telles sont les émanations électriques qui nous font voir des attractions & des répulsions autour

du conducteur, tandis qu'elles éclatent en étincelles à d'autres endroits de sa surface.

J'ai dit il y a plus de dix ans, dans une de mes Lettres sur l'Électricité *(i)*, que j'étois surpris qu'on n'eût jamais vu les gouttes de pluie, dans les grands orages, faire feu contre la terre, parce qu'apportant avec elles une portion de la vertu électrique de la nuée, elles devroient, selon moi, produire de la lumière en tombant sur d'autres corps, comme nous voyons que cela arrive assez communément quand nous recevons des gouttes d'eau électrisées dans des vases qui ne le sont pas, mais qui sont seulement susceptibles de l'être : j'avois tort de supposer que ce phénomène n'eût jamais été observé; je le trouve assez bien exprimé dans l'Histoire de l'Académie pour l'année 1731, d'après une lettre écrite à M. de Mairan par D. Hallai, Prieur des Bénédictins de Lessay : « Le 3 Juin sur le soir, dit ce Religieux, & le jour suivant au matin & au soir, il y eut à » Lessay des tonnerres extraordinaires; le ciel étoit tout en feu; » *il tomboit de toutes parts comme des gouttes de métal fondu & embrasé.* » Je crois que cela ne peut guère s'entendre que des gouttes d'une grosse pluie qui paroissoient lumineuses à la faveur de l'obscurité, & je pense que ce phénomène s'observeroit moins rarement s'il faisoit toujours nuit quand il tonne, ou si les gouttes de pluie, chaque fois qu'elles viennent d'une nuée d'orage, apportoient une dose d'électricité assez forte pour produire de la lumière à la fin de leur chute.

Quand un homme est tué par le tonnerre, ou il meurt d'une blessure apparente que lui fait la foudre en le touchant, ou il périt subitement sans crier, sans se débattre, & assez souvent sans qu'on aperçoive aucune marque extérieure du coup qu'il a reçu; le premier cas n'a pas besoin d'explication; toute blessure grave, de quelque manière qu'elle se fasse, peut causer la mort. Si le trait de feu qui vient de la nuée éclate contre un pareil trait sortant d'un homme non isolé, la partie sur laquelle se fait cette explosion, court risque d'être froissée, percée ou profondément déchirée; car pourquoi le choc de ces deux

(i) Voyez *tome I, IX.e Lettre.*

matières fulminantes ne produiroit-il pas cet effet, tandis que nous voyons tous les jours nos simples étincelles électriques (qui naissent d'une pareille cause) percer la peau jusqu'au sang, se faire jour au travers de deux ou trois mains de papier, enfoncer, déchirer, broyer des feuilles de métal?

Quant aux morts-subites, dont la cause ne paroît point au dehors, il faut les attribuer à une commotion violente & générale dans toutes les parties du corps animé, par la répercussion du fluide électrique émané de ce corps, & qui a concouru à faire éclater la foudre; cet effort rétroactif de la matière électrique, ne produit que de la lumière dans les corps transparens, de petites piqûres ou des secousses légères & de peu d'étendue, quand il est causé par des étincelles ordinaires, par celles qui éclatent entre des corps qui ont peu de masse, & avec un conducteur foiblement électrisé; mais ceux qui se sont appliqués long-temps à ces sortes d'expériences, n'ignorent pas que quand l'électricité est plus forte que de coutume, soit par le choix des instrumens, soit par les circonstances du lieu ou de la saison, soit enfin par quelqu'appareil particulier, comme dans l'expérience de Leyde; ces étincelles secouent universellement le corps animé qui les excite, & que cela peut aller jusqu'à déranger l'économie animale, & même jusqu'à la mort.

La commotion devient générale, parce qu'elle est transmise par un fluide qui, selon l'opinion la plus commune & la plus vraisemblable, réside dans tous les corps, en raison de leur porosité: nous n'avons donc pas une fibre, pas une goutte de sang qui n'en soit intimément pénétrée, & qui ne se ressente par conséquent de toutes les secousses qu'il reçoit.

Or ces secousses sont violentes, quand l'électricité est forte; celle que nous excitons avec nos globes & avec nos tubes, l'est assez quelquefois pour rendre les commotions meurtrières à l'égard de quelques animaux: que ne devons-nous pas craindre d'un pareil effet, quand il a pour cause la vertu électrique d'un nuage immense? au lieu d'un simple ébranlement dans toute notre substance, on conçoit aisément que les solides peuvent

être dilatés, jusqu'à être forcés, jusqu'à se rompre; que les fluides peuvent se décomposer, se corrompre, s'épancher; & c'est ce qui se présente ordinairement, lorsqu'on examine les cadavres de ceux qui viennent d'être foudroyés; la lividité de la peau, l'échymose qui survient d'abord, annonce l'extravasion du sang, & par conséquent la rupture des petits vaisseaux. L'affaissement des poumons dénote visiblement que l'air a perdu son ressort dans ce viscère; & l'odeur fétide qui suit de près la mort du sujet, désigne une corruption prématurée.

Mais qui nous dira que c'est par une commotion pareille à celle de l'électricité, que le tonnerre tue, quand il ne fait aucune blessure extérieure?

Ce sont ceux qui en ont été frappés, & qui ont eu le bonheur de n'en pas mourir; qu'on les interroge sur ce qu'ils ont senti, sur ce qu'ils sentent encore quelque temps après le coup: quoique pour la plupart ils n'aient jamais entendu parler d'électricité, ils s'expriment de telle manière, qu'on y reconnoît aisément ce qu'on éprouve dans l'expérience de Leyde: vingt-six ans avant que j'eusse entendu prononcer le mot *d'électricité*, je fus témoin d'un coup de tonnerre qui frappa le château de Clermont en Beauvoisis, dans plus de soixante endroits, tant au dedans qu'au dehors; mon père qui descendoit par un escalier de bois au moment que la foudre éclata, fut frappé sous le pied gauche; la marche sur laquelle il étoit posé se trouva noircie en dessous comme si l'on y eût allumé une amorce de poudre; il tomba sans connoissance & demeura un bon quart-d'heure dans cet état; quand il fut revenu à lui, il se plaignit d'un engourdissement général, qu'il comparoit à cette sensation désagréable qu'on éprouve quelquefois en se heurtant le coude contre quelque corps dur, ce qui ne se dissipa entièrement que quelques jours après: cela se passoit dans un appartement au rez-de-chaussée. Deux Maçons, qui travailloient dans une chambre haute, furent renversés du même coup de tonnerre; l'un eut l'épaule droite toute écorchée & ne se plaignit point de commotion intérieure; l'autre en reçut une qui le mit pendant quelques heures hors d'état de se tenir sur ses jambes,

mais elle fut si forte dans son bras droit, qu'il se passa plus d'un mois sans qu'il pût s'en servir. Quoique je fusse fort jeune alors, cette terrible scène m'est encore aussi présente à l'esprit que si elle venoit de se passer il y a peu de jours; & quand je compare ce que je me souviens d'avoir entendu dire & répéter mille fois, touchant ces secousses & ébranlemens intérieurs, avec ce que j'ai éprouvé tant de fois moi-même en faisant des expériences d'électricité, je ne puis m'empêcher de reconnoître l'identité de ces effets.

Le tonnerre tomba en 1747 sur l'église collégiale de Pithiviers; on y entra aussitôt; on trouva un Sonneur encore debout, qui tenoit la corde de la cloche; il étoit immobile & sans connoissance: revenu à lui, il se plaignit d'un ébranlement universel, de grandes douleurs dans les membres & à la nuque du cou. M. du Hamel, notre Confrère, en apprenant le fait avec ces circonstances, dit sans hésiter: *cet homme a reçu la commotion électrique (k);* & qui pourroit s'y méprendre? n'est-il pas comme visible que le tonnerre a frappé la corde, & que la secousse a passé par ce conducteur jusqu'à celui qui sonnoit?

Quoique le tonnerre tue ainsi des hommes & d'autres animaux par des commotions internes ou par quelques blessures qui paroissent au dehors, il est bien rare cependant qu'il les ouvre, qu'il en sépare les membres & qu'il les disperse, comme il lui arrive de fendre des arbres, d'enfoncer des murailles, & d'en faire sauter les débris au loin; cela prouve qu'il a moins de force dans les corps animés que dans le bois & dans la pierre, & je crois en apercevoir la cause en considérant que la matière électrique passe avec une extrême facilité à travers les animaux; car si cette matière, répercutée au moment que la foudre éclate à leur surface, a la liberté de s'y étendre & même d'en sortir, elle ne peut pas recevoir de la cause qui l'anime toute l'activité dont elle est susceptible; semblable en cela à la poudre de guerre, qui ne s'enflamme complètement & qui ne produit

(k) Voyez les Mémoires de l'Académie des Sciences, 1748, *page 513.*

ſes plus grands effets que quand on oppoſe plus de réſiſtance à ſon expanſion.

Ce qu'on admiroit le plus au château de Clermont, après le coup de tonnerre dont j'ai parlé ci-deſſus, c'étoit un trou de 2 pieds de profondeur, large d'autant dans un mur de 10 pieds d'épaiſſeur, bâti du temps de Céſar, ſi l'on en croit la tradition du pays, & dont le mortier, auſſi dur que la pierre, permettoit à peine la démolition; les éclats qui en étoient ſortis ſe trouvèrent diſperſés en avant à plus de 50 pieds de diſtance, & les pierres, tant au fond du trou que celles qui en étoient détachées, ſembloient avoir paſſé par le feu.

Je penſe qu'on peut rendre raiſon d'un tel effet, en diſant que le courant de matière électrique, répercuté à la ſurface du mur, n'a pu s'étendre aſſez vîte dans l'épaiſſeur ſuivant ſon mouvement rétrograde, & que, réuniſſant dans un plus petit eſpace toute la force qui l'animoit, il en éclata davantage & pouſſa les matériaux en avant, parce que cette partie du mur ſous laquelle il agiſſoit lui oppoſa moins de réſiſtance que le reſte.

Ces débris, pouſſés à 45 ou 50 pieds de diſtance, prouvent aſſez que la force qui les a emportés réſidoit dans l'épaiſſeur du mur au moment de leur ſéparation *(6)*: une pièce d'artillerie, ſi forte qu'elle ſoit, peut bien enfoncer une muraille; mais quoiqu'elle produiſe quelqu'éparpillement, elle ne fait pas venir à elle de ſi loin les pièces qu'elle détache.

Si l'on a peine à comprendre comment un ſimple fluide qui s'enflamme & qui ſe dilate, devient tout-à-coup capable d'un tel effort, qu'on ſe ſouvienne qu'avec quelques onces de poudre, on briſe, on fait ſauter des roches d'une maſſe énorme & d'une dureté à l'épreuve de tout inſtrument. Que l'on conſidère après cela que cette ſingulière compoſition (la poudre à canon) tient toute ſa puiſſance du feu élémentaire qu'on a ſu y concentrer, & qui ſelon toute apparence eſt le même être que ce que nous appelons ici matière électrique: il eſt vrai que l'art en broyant & en mêlant intimément enſemble le ſalpêtre, le ſoufre, le charbon, l'eau & l'air, lui prépare un mélange qui ſe diviſe prodigieuſement par l'inflammation,

l'inflammation, & dont il s'arme, pour ainsi dire, en un clin d'œil contre tout ce qui s'oppose à son expansion; mais n'est-il pas raisonnable de penser que la Nature, plus habile encore que notre industrie, lui fait trouver dans tous les corps où il réside, dans les milieux qu'il traverse, des vapeurs dilatables, ou des substances propres à le devenir, à l'aide desquelles il peut égaler, surpasser même tout ce que la Chimie imaginera jamais de plus puissant? de pareilles décompositions sont bien capables de produire cette odeur forte de soufre, que le coup de tonnerre laisse quelquefois après lui, & qu'il devroit toujours produire, si ce météore tiroit son origine, comme on le croit vulgairement, d'exhalaisons sulfureuses ou nitreuses concentrées dans la nuée: cette dernière réflexion me fait croire de plus en plus que ceux qui pensent encore ainsi, prennent l'effet pour la cause.

Si la matière électrique irritée par le choc qu'elle reçoit en fulminant, peut faire sauter les pierres d'une muraille, & y occasionner un enfoncement ou une ouverture à jour; on ne doit pas être surpris de lui voir ouvrir des arbres du faîte à la racine, & des pièces de charpente d'un bout à l'autre, comme il arrive souvent. Ce qu'il y a de particulier par rapport au bois, & qui mérite une remarque, c'est que le tonnerre le fend ordinairement suivant sa longueur: ce fait se montra singulièrement à l'abbaye de Saint Médard de Soissons, qui fut frappée de la foudre en 1676. « Les pièces des chevrons (qui ont été rompus) disoit l'Observateur *(l)*, peu d'années « après cet accident, sont brisées d'une manière assez particulière: « il s'en trouve quelques-unes de la hauteur de trois pieds, divi- « sées presque de haut en bas en forme de lattes assez minces; « d'autres de la même hauteur sont divisées en forme de longues « allumettes; & l'on en trouve enfin quelques-unes divisées en « filets si déliés, suivant l'ordre des fibres, qu'elles ne repré- « sentent pas mal un balai usé, &c ».

(l) Un Bénédictin anonyme, dans un petit Ouvrage imprimé à Paris, en 1689, sous ce titre: *Conjectures physiques sur deux colonnes de nuées, qui ont paru depuis quelques années, & sur les plus extraordinaires effets du tonnerre*, petit in-12.

L'Hiſtoire de l'Académie pour l'année 1724, fait mention d'un très-gros arbre frappé du tonnerre, & obſervé très-peu de temps après par M. de Mairan : cet arbre avoit été fendu en quatre parties, & ſéparé de ſa racine à 2 pieds au-deſſus de terre ; ces quatre parties, avec une infinité d'autres plus petites, qui avoient été ſéparées du même corps, furent diſperſées de tous côtés, & il y en eut qui furent jetées à 40 ou 50 pieds de diſtance.

J'ai aſſez dit & prouvé dans ce Mémoire, que les corps frappés de la foudre, de même que ceux qui éprouvent une forte étincelle électrique, ſont ſecoués & ébranlés intérieurement : ſi la commotion eſt aſſez forte pour déſunir leurs parties, cela doit ſe faire de préférence ſuivant le ſens dans lequel elles ont moins de cohérence ; or tout le monde ſait que le bois ſe fend aiſément ſuivant ſa longueur, & qu'il ſe rompt plus difficilement dans un autre ſens. Le fluide électrique faiſant effort dans l'intérieur d'un arbre ou d'une pièce de charpente, *doit* donc ouvrir plutôt que de rompre, puiſque l'un eſt plus facile à faire que l'autre ; l'expérience d'ailleurs nous faiſant voir que ce même fluide coule avec bien plus de facilité d'une extrémité à l'autre d'un morceau de bois verd ou ſec, qu'il n'en traverſe l'épaiſſeur, nous devons conclure qu'il agit plus efficacement pour écarter les fibres ligneuſes qu'il a peine à traverſer, que pour les tirer ſur leur longueur, puiſque dans ce ſens-là il peut aiſément gliſſer entr'elles.

Que le tonnerre en frappant des matières combuſtibles, y mette le feu, c'eſt une choſe toute ſimple, & que nous imitons en dirigeant une étincelle électrique ſur une vapeur ou ſur une liqueur inflammable ; ſi notre électricité n'embraſe pas comme lui des corps ſolides, ſi nous ſommes obligés de préparer l'eſprit de vin, en le chauffant avant de l'appliquer à l'expérience, c'eſt parce que nos inſtrumens ne donnent point au feu électrique la même activité qu'il reçoit naturellement dans un temps d'orage ; mais les embraſemens cauſés par la foudre, commencent quelquefois d'une façon plus myſtérieuſe : le tonnerre tombe ſur le toit d'un bâtiment ou ſur un clocher,

quelques ardoises enlevées & une petite flamme semblable à celle d'un flambeau, font apercevoir l'endroit où il a frappé, & tandis qu'on s'arrête à considérer avec curiosité ce petit feu qui ne paroît point être d'une grande conséquence, on est tout surpris & tout alarmé de voir naître un incendie terrible & presque irrémédiable à cause de sa rapidité, dans quelqu'autre endroit éloigné de 40 ou 50 pieds & même davantage.

De tous les accidens de cette espèce que j'ai pu recueillir, je n'en veux citer qu'un; c'est celui qui ruina la belle église de Notre-Dame de Ham, la nuit du 25 au 26 Avril 1760. Dans l'espace de 20 à 25 minutes de temps, la foudre tomba trois fois, tant sur l'église que sur les bâtimens de l'Abbaye qui étoient auprès: ce ne fut qu'au troisième coup que le feu parut au petit clocher qui contenoit l'horloge: on y monta, & le feu fut éteint en très-peu de temps. Quoiqu'il y eût fort loin de cet endroit au grand clocher, & qu'on n'eût aperçu aucune marque d'inflammation dans la charpente intermédiaire, ni à celle du beffroy, lorsqu'on porta les premiers secours, on fut tout étonné de voir un quart d'heure après sortir la flamme par les ouïes du grand clocher, & l'extrémité de la flèche enflammée immédiatement au-dessous de la croix: ces deux feux étoient alors séparés l'un de l'autre par une distance de 100 pieds ou à peu près; mais ils s'approchèrent & se joignirent si rapidement, que les travailleurs ne purent ni sauver le clocher, ni secourir la charpente de la couverture, le seul escalier qui pût y conduire aboutissant à l'embrasement même du beffroy. L'incendie ne régnoit encore que sur le milieu de la croisée de l'église; on n'en apercevoit aucun vestige au toit de la nef, ni par dedans, ni par dehors, lorsqu'il se manifesta tout-à-coup au-dessus de l'orgue adossée contre le pignon du grand portail, & s'étendit avec une rapidité singulière sur tout le reste de la charpente *(m)*.

(m) Le coup de tonnerre dont il est ici question, étant venu à la connoissance de l'Académie, & la Compagnie desirant d'en avoir le détail bien constaté, M. de Malesherbes en écrivit à M. de Méliand, alors Intendant de Soissons, qui engagea M. le Prieur de Notre-

Le vent qui soufffloit avec violence, contribua sans doute à l'activité du feu, & l'on pourroit le soupçonner d'avoir occasionné, par le transport de quelques charbons ardens, ce dernier embrasement, qui n'avoit point encore eu le temps de gagner de proche en proche en venant du milieu de la croisée de l'église; mais des témoins oculaires très-capables d'avoir égard à de telles causes, n'ont pu s'empêcher de regarder ce dernier accident comme une chose fort extraordinaire, & de l'attribuer primitivement à la foudre. « Le détail de » l'incendie que je viens de donner, dit l'auteur du Mémoire » envoyé sur ce sujet à l'Académie, prouve que la communication du feu ne s'est point faite de proche en proche comme » dans un incendie ordinaire...... L'éruption subite du feu » sur la totalité de l'église, prouve que la matière du tonnerre » avoit parcouru & pénétré toute la charpente, & qu'elle ne » s'est développée & ne s'est enflammée totalement qu'au moment que cette charpente a été exposée au grand air, après l'anéantissement du clocher, &c. »

Nous ne devons pas douter que la matière ignée, le fluide électrique, le feu élémentaire (car tout cela est le même être sous différens noms), que cette matière, dis-je, préparée par des irritations antérieures dans le corps qui la contient, n'en éclate plus sûrement & avec plus de force, lorsqu'on vient à l'exciter de nouveau; le feu qui a couvé un certain temps s'allume avec plus de facilité & s'étend avec plus de promptitude; & si l'esprit de vin approché du conducteur électrique, ne prend point feu aux deux ou trois premières étincelles, la quatrième fût-elle plus foible que les précédentes, l'allumera presque infailliblement. On peut donc légitimement supposer, avec l'auteur du Mémoire que je viens de citer, que le premier ou le second coup de tonnerre, & peut-être tous les deux, en frappant la charpente du clocher ou celle de la couverture de l'église, ont donné au fluide électrique un premier ébranlement, qu'il aura communiqué aux matières com-

Dame de Ham, de faire, sur cet accident, un Mémoire instructif; c'est de ce Mémoire, envoyé peu de temps après à l'Académie, que j'ai extrait les faits que je viens de rapporter.

bustibles qui le contenoient, & que le troisième coup a mis à découvert un embrasement dont les progrès au dehors ont été d'autant plus rapides, qu'il existoit déjà au moins virtuellement dans l'intérieur.

Je compte toujours sur l'analogie reconnue entre le tonnerre & l'électricité, & je donne pour garant de ce que je suppose ici, les expériences que j'ai citées plus haut. Si un assemblage de plusieurs corps électrisables, posé sur une pierre, sur une tuile ou sur une ardoise *(fig. 5)* étincelle par contre-coup, par-tout où les pièces se joignent, lorsqu'une d'entr'elles reçoit le feu du conducteur ; si ces répercussions du feu électrique retentissent sensiblement dans toutes ces pièces, comme on l'aperçoit par le tact & par les coups de lumière dans les corps transparens, n'est-on pas fondé à croire qu'il arrive quelque chose de semblable à toute une charpente posée sur une maçonnerie, garnie de fer & de clous, revêtue d'ardoises, de tuiles, de plomb, & surmontée en plusieurs endroits par des croix ou par des ornemens de métal ? Et si dans notre petit appareil le feu électrique s'anime assez pour mettre le feu à une liqueur, pourquoi le tonnerre, avec le même agent, & dans des cas pareils, ne pourroit-il pas incendier le bois d'un clocher ou d'une église ?

En 1689, le tonnerre tomba à Lagny sur l'église de S.t Sauveur, & ce qu'il fit sur le maître-autel fut regardé comme un miracle. Un carton qui contenoit le Canon de la Messe, avoit été couché à plat sur la nappe à l'endroit sous lequel étoit placé la pierre bénite : après le coup, on trouva la pierre fendue par le milieu, le carton déchiré vis-à-vis la fente ; & sur la partie de la nappe qui étoit entre la pierre & lui, une impression en contre-épreuve de ce qui étoit écrit sur le carton ; mais ce qu'on regarda comme une chose surnaturelle, c'est qu'il y manquoit les paroles de la consécration, que le tonnerre sembloit avoir épargnées.

Nous remarquerons, avec l'Observateur qui nous a transmis le fait *(n)*, que la pierre d'autel étoit une ardoise qui ne

(n) Le Bénédictin anonyme que j'ai cité ci-dessus, *page 429*.

pouvoit guère avoir moins qu'un pouce d'épaiſſeur, & que les lettres qui ne s'imprimèrent point ſur la nappe, au lieu d'être noires comme les autres, étoient écrites en rouge, ce qui ſe pratique encore aujourd'hui dans les Miſſels, & ſur ces cartons d'autel qui en ſont des extraits. Il faut ſavoir, après cela, que les Imprimeurs compoſent leur encre avec une huile cuite mêlée de térébenthine, dans laquelle ils détrempent du noir de fumée, ou du vermillon ſi c'eſt pour imprimer en rouge: ajoûtant que l'encre rouge, à cauſe du vermillon qui eſt une chaux métallique, ſe ſéche, & plus promptement & plus parfaitement que la noire qui eſt bien plus graſſe. Un Relieur, quand il bat des livres imprimés avec ces deux couleurs, prend beaucoup moins de précautions contre la première que contre la dernière.

Pour expliquer le phénomène dont il eſt ici queſtion, il ſuffit donc de ſuppoſer que la matière fulminante qui eſt tombée ſur le maître-autel de S.t Sauveur, a preſſé fortement le carton imprimé contre la nappe, & que l'encre des lettres noires n'étoit point auſſi ſéche que celles des lettres rouges, ou qu'elle s'eſt amollie étant touchée par le feu du tonnerre.

Ceux qui auront lu le détail de cet accident, objecteront peut-être contre ma première ſuppoſition, que le carton étant plus grand que la pierre d'autel, & l'impreſſion ſur la nappe n'ayant eu lieu que dans l'eſpace qui répondoit à cette pierre, il faudroit que la preſſion que je ſuppoſe, ſe fût conformée à la grandeur & à la figure de la pierre ; ce qui n'eſt pas vraiſemblable.

Non : je penſe que la preſſion s'eſt faite ſur toute l'étendue du carton & même au-delà ; mais j'ai des raiſons pour croire qu'elle a été plus forte vis-à-vis de la pierre que par-tout ailleurs, & ſi cela eſt, l'effet qu'elle a produit a dû ſe renfermer dans un eſpace grand & figuré comme la pierre.

Quand un fluide en mouvement rencontre un corps ſolide, il le preſſe d'autant plus que ce corps lui réſiſte davantage; l'impulſion du vent ſur les ailes d'un moulin augmente en proportion des toiles dont on les revêt ; ainſi la matière du

tonnerre, la même que celle de l'électricité, pénétrant plus difficilement dans les matières grasses, dans la pierre dure, & spécialement dans l'ardoise, que dans le bois, le papier blanc, &c. cette matière, dis-je, a dû presser davantage les lettres noires contre la partie de la nappe qui répondoit à la pierre d'autel, que contre les parties adjacentes qui posoient sur la table même, & cette pression a été sans doute bien forte, puisqu'elle a fait casser l'ardoise qui devoit avoir environ un pouce d'épaisseur.

On dit communément que le tonnerre fait cailler le lait; qu'il fait aigrir le vin, qu'il accélère la corruption des viandes, qu'il nuit à la guérison des plaies, qu'il fait empirer les malades, &c. sans vouloir nier la possibilité de ces effets, je crois qu'il y a beauconp à rabattre de tout ce que l'on en dit. Il n'est pas douteux que tout ce que touche la foudre ne soit sujet à perdre son état naturel: un vase foudroyé, sur-tout s'il est de métal, infectera presqu'infailliblement ce qu'il contient, & l'espèce de fermentation qui règne dans l'atmosphère pendant les grands orages, peut assurément influer sur nos corps & hâter la fin de ceux qui sont en danger de mort; mais ces fâcheux effets, quand ils ont lieu, tiennent apparemment à la grandeur des causes & à l'étendue de leurs influences; nous ne les imitons point dans nos expériences: j'ai électrisé pendant cinq à six heures de suite différentes espèces de liqueurs, & quoique je les aie bien examinées après, je n'y ai trouvé aucun changement que je pusse attribuer à l'électrisation, si ce n'est qu'elles s'étoient évaporées plus qu'elles n'auroient fait sans cela dans un pareil espace de temps *(o)*.

Notre curiosité pourroit peut-être s'applaudir des recherches qu'elle nous a fait faire sur la nature du tonnerre & sur le mécanisme de ses principaux effets, mais ce n'est point ce qu'il y a de plus important; il vaudroit bien mieux que nous puissions trouver quelque moyen de nous en garantir: on y a pensé; on s'est même flatté d'avoir fait cette grande découverte;

(o) Voyez les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de 1747, *page 207 & suiv.* & Recherches sur les causes particulières des phénomènes électriques, IV.e Discours.

mais malheureuſement douze années d'épreuves & un peu de réflexion, nous apprennent qu'il ne faut pas compter ſur les promeſſes qu'on nous a faites. Je l'ai dit, il y a long-temps & avec regret, toutes ces pointes de fer qu'on dreſſe en l'air, ſoit comme *électroſcopes*, ſoit comme préſervatifs, peuvent bien nous avertir qu'il tonne ou qu'il va tonner; mais s'il eſt queſtion du bien qu'elles peuvent nous faire, je crois qu'elles ſont plus propres à nous attirer le feu du tonnerre qu'à nous en préſerver: cela eſt aſſez prouvé par la mort de l'infortuné M. Richeman, de quelque façon qu'il ait employé la barre de fer de ſa fatale expérience; & je perſiſte à dire que le projet d'épuiſer une nuée orageuſe du feu dont elle eſt chargée, n'eſt pas celui d'un Phyſicien. Laiſſons donc tonner & fulminer, comme nous laiſſons pleuvoir, & ne nous livrons point au vain eſpoir de tarir ces dangereuſes influences: mais comme on ne va pas ſe réfugier ſous une gouttière pour éviter la pluie, ne nous tenons point pendant l'orage dans les endroits ni auprès des objets les plus ſuſceptibles d'être foudroyés; & oppoſons, autant qu'il nous ſera poſſible, à la matière du tonnerre ce que nous ſavons qui peut arrêter ou ralentir le fluide électrique. Ces précautions, dont cependant la réuſſite n'eſt pas immanquable parce qu'il n'y a, je penſe, ni corps, ni lieu abſolument inacceſſible au fluide qui eſt en mouvement quand il tonne, ſont à peu-près tout ce que la prudence humaine peut employer de plus propre à nous défendre contre ce redoutable météore.

Il eſt certain qu'il y a des lieux plus ſujets que d'autres à être frappés du tonnerre, ſoit par leur ſituation, ſoit par la nature de leur ſol; les terrains remplis de matières métalliques & ceux dans l'intérieur deſquels il y a des courans d'eau, ſont plus ſuſceptibles de ces accidens, toutes choſes égales d'ailleurs, parce qu'ils ſont plus propres à recevoir la matière fulminante qui vient d'en haut; à en déterminer, à en accélérer la chute, & plus propres en même temps à lancer de bas en haut une pareille matière qui éclate avec elle.

Quant à la ſituation, ce ne ſont pas toujours, comme on le pourroit croire, les lieux les plus élevés que le tonnerre attaque;

une

une montagne isolée détourne presque toujours une nuée d'orage qui est poussée par un grand vent, à peu-près comme le courant d'une rivière, en se brisant contre la pile d'un pont, rejette vers le milieu de l'arche les bateaux qui sembloient devoir arriver sur l'éperon : j'observe que la foudre tombe plus souvent sur quelque édifice élevé au centre d'une plaine entourée de montagnes ou de grands bois, & j'imagine en voir la raison lorsque je considère qu'en pareil cas les vents se contrarient, soit qu'il y en ait réellement plusieurs en opposition, soit que le même soit renvoyé par les éminences qui bordent le terrain, les nuées, portées les unes contre les autres, s'accumulent & le tonnerre s'anime d'autant.

On voit bien, par ce que je viens de dire, qu'il y a peu de conseils à donner & à prendre sur le choix d'une habitation; ce choix dépend ordinairement de raisons plus fortes & plus déterminantes que la peur du tonnerre; & quand cette crainte seroit assez grande pour y avoir part, qui pourra s'assurer que dans la situation la plus heureuse en apparence, le terrain ne compensera point, par les matières électrisables qu'il recèle, ce que la rareté des orages pourroit diminuer du danger? bornons-nous donc à quelques avis sur les lieux qu'on peut aisément préférer ou éviter pendant l'orage, & sur les corps auprès desquels il est dangereux de rester.

Les bâtimens qui s'élèvent au-dessus des autres, où il y a beaucoup de monde assemblé, qui sont décorés en dedans avec des dorures, qui sont garnis de grilles, de rampes, de balcons en fer, qui ont des gouttières, des plate-formes, des arêtes de couverture en plomb, & dont les parties les plus saillantes sont terminées par des ornemens de métal, ces bâtimens sont, comme je l'ai déjà dit, plus exposés que les autres aux accidens du tonnerre, parce que tout ce que je viens de nommer forme un assemblage de corps très-électrisables, très-propres par conséquent à provoquer le feu de la nuée & à fournir des torrens de matière qui le fassent fulminer; une maison bourgeoise où l'on est en petit nombre, est donc plus sûre qu'un lieu de spectacle quand il tonne; on court moins de risque dans la chaumière d'un Paysan

que dans le palais d'un Prince; les temples même où les Fidèles se retirent lorsque la tempête les effraye, ne devroient pas être regardés comme des réfuges assurés, si la sainteté du lieu & le mérite de la prière qui se fait en commun, ne ranimoient la confiance & ne diminuoient la crainte que peuvent inspirer les circonstances physiques.

Les cloches, en vertu de leur bénédiction *(6)*, doivent écarter les orages & nous préserver des coups de foudre; mais l'Église permet à la prudence humaine le choix des momens où il convient d'user de ce préservatif. Je ne sais si le son, considéré physiquement, est capable ou non de faire crever une nuée & de causer l'épanchement de son feu vers les objets terrestres *(7)*; mais il est certain & prouvé par l'expérience, que le tonnerre peut tomber sur un clocher, soit que l'on y sonne ou que l'on n'y sonne point; & si cela arrive dans le premier cas, les Sonneurs sont en grand danger, parce qu'ils tiennent des cordes par lesquelles la commotion de la foudre peut se communiquer jusqu'à eux : il est donc plus sage de laisser les cloches en repos quand l'orage est arrivé au-dessus de l'église.

Un vaisseau en mer, est encore une habitation où l'on devroit craindre plus qu'ailleurs les effets du tonnerre, à cause du grand nombre d'hommes & de bestiaux qu'il contient, à cause de l'artillerie dont il est armé, à cause de la hauteur des mâts & des agrais, & parce que le tout repose sur une vaste plaine d'eau; mais on dit qu'il tonne moins en pleine mer qu'en terre ferme, & la grande quantité de goudron & de matières résineuses dont les bois & les cordages sont imprégnés & même enduits, doit rendre les accidens plus rares; dans les temps orageux, il est assez ordinaire de voir le feu électrique du bâtiment se dissiper en plusieurs petites gerbes par les extrémités des vergues & des mâts, comme il en sort des corps non isolés vis-à-vis de nos globes & de nos barres de fer électrisées *(p)*.

(p) Ces feux sont très-communs en mer; on les a appelés jusqu'à présent *feux S.t Elme, Castor & Pollux*, &c; mais il est visible maintenant que ce sont des feux électriques. M. Menassier, Officier de la Compagnie des Indes, me raconta l'été dernier, qu'à son retour de la Chine (cette année 1764), ils essuyèrent une horrible tempête

En quelqu'endroit que l'on ſoit, quand on eſt menacé d'un coup de tonnerre, il eſt plus à propos d'être iſolé que de tenir à de grandes maſſes ; & ſi l'on eſt auprès d'un mur, il vaut mieux qu'il ſoit de pure maçonnerie, que d'être bâti en pan de bois ; parce que quand on fait corps avec d'autres objets, on eſt en danger de partager avec eux, par contre-coup ou autrement, le tort que la foudre peut leur faire, & à cet égard on court plus de riſque avec le bois qu'avec la pierre & le plâtre : encore eſt-il à craindre avec ces derniers matériaux, qu'on n'ait ſcellé de l'autre côté du mur quelque pièce de fer ſaillante : car ce ſeroit un conducteur capable de porter dans le mur le feu du tonnerre, & malheur à quiconque ſe trouveroit alors vis-à-vis du ſcellement.

Un Capitaine de vaiſſeau anglois, nommé Dibden, ayant été pris en 1759 par les françois, & conduit à la Martinique, fut transféré peu de temps après du Fort Royal à S.t Pierre : dans ſa route il s'arrêta à une petite chapelle bâtie ſur une éminence, pour laiſſer paſſer un orage qui le ſurprit, le tonnerre tomba quelques momens après dans ce petit bâtiment, & deux des Soldats de l'eſcorte qui étoient reſtés debout & appuyés contre la muraille, tombèrent morts à 4 ou 5 pieds de diſtance ; il parut à l'endroit contre lequel ils avoient été appuyés, un trou à jour de 3 à 4 pieds de hauteur, par lequel on entra, & l'on trouva par terre les débris d'une barre de fer, qui, ſcellée ci-devant dans le mur, ſervoit à retenir une figure de pierre qui faiſoit partie d'un mauſolée.

Un arbre ſeul dans la campagne n'eſt pas un bon aſyle pour celui qui craint le tonnerre ; il y auroit moins de danger au milieu d'une forêt de haute fûtaye, parce que le feu de la nuée provoqué également de toutes parts, ne ſeroit dirigé par aucune détermination particulière ſur l'homme qui cherche à s'en garantir : on ſait de reſte combien de gens ont péri malheureuſement pour s'être réfugiés ſous ces arbres iſolés.

mêlée de tonnerres, & qu'ils virent pendant plus d'un quart-d'heure à l'une des extrémités de la grande vergue une langue de feu qui pétilloit beaucoup & qui faiſoit entendre de temps en temps des éclats comme des pétards.

Les grottes naturelles & les souterrains qui sont un peu profonds, & qui ont peu de communication avec l'air extérieur, sont rarement visités par la foudre *(q)*, à moins qu'ils n'aient au-dessous ou autour d'eux, des matières métalliques, ou d'autres substances également électrisables.

On fait bien de tenir fermés les chassis vitrés des appartemens, lorsqu'il fait de grands coups de tonnerre; c'est peu de chose qu'un carreau de verre pour arrêter le trait de feu qui est prêt à fulminer, & l'on ne peut pas se flatter de cet effet, quand il frappera directement; mais dans les cas où il ne feroit que raser la fenêtre, peut-être n'en faut-il pas davantage pour l'empêcher d'avoir son effet dans l'intérieur de l'appartement.

Pour ne rien oublier de tout ce qui peut faciliter ou ralentir les effets du tonnerre, on peut porter l'attention jusque sur les habits. Nous savons par l'expérience, que la soie & la laine, sur-tout quand elles sont bien sèches, sont des matières moins perméables que d'autres pour le fluide électrique; si celui du tonnerre est de la même nature, comme on n'en peut guère douter maintenant, on peut dire que le paysan vêtu de toile & mouillé par la pluie, se trouve par-là un peu plus fulminable que le particulier qui porte un habit uni de drap ou de quelqu'étoffe de soie qui n'a contracté aucune humidité: mais en continuant de raisonner, d'après ce que l'expérience nous a appris, nous devons dire aussi que par les galons, la broderie & les autres ornemens en argent ou en or dont les vêtemens sont chargés, la condition des gens riches, à l'égard du tonnerre, est pire que celle du paysan couvert de son sarreau humide; car le métal est encore plus électrisable que la toile mouillée.

Je termine ici mes réflexions sur les moyens de se garantir des effets du tonnerre; l'imagination peut en suggérer d'autres; mais je ne crois pas qu'on les puisse proposer sérieusement. La

(q) Adversus tonitrua & minas cæli subterraneæ domus & defossi in altum specus, remedia sunt. Senec. nat. Quæst. lib. VI, cap. 1.
Ideo pavidi altiores specus tutissimos putant. Plin. Lib. 11, cap. 55.

peur du tonnerre, quelque grande qu'elle soit, déterminera-t-elle jamais quelqu'un à se faire suspendre dans une lanterne de verre ou de porcelaine, à s'incruster dans un étui de matière résineuse, à se tenir isolé sur un piédestal de cire ou de soufre, &c? Je ne rougirois pas cependant d'offrir de pareils remèdes contre les dangers auxquels les orages nous exposent, & je ne serois pas en peine de les mettre à l'abri du ridicule, si je pouvois répondre de leur infaillibilité; mais, je l'ai déjà dit, une forte électricité se fait jour à travers tous les obstacles que nous pouvons lui opposer, & malheureusement le tonnerre est la plus grande de toutes les électricités.

NOTES relatives au Mémoire précédent.

(1)

SUR un des bastions du château de *Duino*, situé dans le Frioul, au bord de la mer Adriatique, il y a de temps immémorial, une pique dressée verticalement, la pointe en haut: dans l'Été, lorsque le temps paroît tourné à l'orage, le Soldat qui monte la garde en cet endroit, examine le fer de cette pique, en lui présentant de près le fer d'une hallebarde (*brandistoco*) qui est toujours là pour cette épreuve: & quand il s'aperçoit que celui de la pique étincelle beaucoup, ou qu'il y a à sa pointe une petite gerbe de feu, il sonne une cloche qui est auprès, pour avertir les gens qui travaillent aux champs, ou les pêcheurs qui sont en mer, qu'ils sont menacés de mauvais temps; & sur cet avis tout le monde rentre. La grande ancienneté de cette pratique est prouvée par la tradition constante & unanime du pays, & par une lettre du P. Imperati Bénédictin, datée de 1602, dans laquelle il dit, en faisant allusion à cet usage des habitans de *Duino; igne & hastâ hi mirè utuntur ad imbres, grandines, procellasque præsagiendas, tempore præsertim æstivo.* Lettera di Gio. fortunato Bianchini dott. medic. intorno un nuovo fenomeno elettrico. all Acad. R. delle Scienze di Pariggi. da udine adi 16 Decembr. 1758.

(2)

Dolia exhauriuntur intactis operimentis, nulloque aliò vestigio relicto. Plin. lib. 11, c. 5.

Ut vasis integris vina repente diffugiant. Lucret. lib. VI.

Stat fracto dolio vinum; nec ultra triduum rigor ille durat. Senec. Nat. quæst. lib. II, c. 31.

Illud est mirum quod vinum fulmine gelatum, cum ad priorem habitum redit, potum, aut exanimat aut dementes facit. Ibid. c. 53.

Fulmine icta intra paucos dies verminant. Ibid. lib. II, c. 31.

Arborum manu satarum, receptarumque in domos, fulmine laurus sola non icitur. Plin. lib. XVI, c. 30.

(3)

M. le comte de la Tour-Landry, dans une lettre qu'il me fit l'honneur de m'écrire le 12 Juillet 1764, me faisoit le récit de trois coups de tonnerre dont fut frappée l'église d'*Antrasme*, paroisse dont il est seigneur, & qui est située près de Laval dans le bas Maine. « Le 29 Juin 1763, dit-il, au milieu d'un violent orage, » à huit heures du matin, le tonnerre tomba sur le clocher & le » chœur de l'église de ma paroisse d'Antrasme; le chœur est sous le » clocher ..... l'autel est à la romaine, avec des ornemens assez » élevés, le tout en bois doré tout neuf ..... à droite & à gauche, » à trois pieds de distance, sont des niches en tuffeau, incrustées dans » des piliers: les contours & ornemens sont dorés; les statues des » saints, peintes & dorées, le tout dominé par une espèce de baldaquin » en bois doré. Un tourbillon énorme de feux de toutes couleurs, » couvrit par deux fois l'autel, comme un flux & reflux de vagues, » de façon qu'on crut tout enflammé & consumé ..... malgré » l'embrasement où parut être par deux fois le chœur qui est boisé » & l'autel, les ornemens de l'autel n'ont pas souffert la moindre » altération; mais dans les cadres & contours des niches, les ornemens » de leurs bases, dans une partie de leur couronnement, ainsi que » dans les premières sculptures du baldaquin, les dorures & peintures » ont été fondues & noircies ..... Parmi plusieurs autres dégâts & » effets, il y en a deux singuliers: dans une des crédences des niches » en pierre de tuffeau, & peinte en marbre, il se trouva des trous » profonds, percés comme avec une tarière, les morceaux jetés sur » l'autel. Sur une autre crédence, des burettes d'étain noircies, à » demi grillées; le vin qu'une contenoit, rendant une odeur de la » plus grande infection. Dans le clocher, il y avoit quelques dégâts » & éclats dans sa charpente & dans celle des cloches. Le clocher » a été relatté & recouvert d'ardoises tout à neuf: tous les dégâts du » tonnerre dans le chœur, ont été réparés, redorés, les trous remplis » de plâtre, & repeints. Le 20 Juin dernier (1764) à quatre heures » du soir, le tonnerre est tombé sur le même clocher; ..... ses effets » ont été exactement les mêmes, ... les mêmes dorures, & pas

au-delà, ont été noircies & brûlées; les mêmes trous qui avoient « été remplis & repeints, se sont trouvés débouchés, les deux mêmes « burettes d'étain, noircies, grillées de la même façon: enfin le « tonnerre du 20 Juin 1764, a suivi dans tous ses effets les mêmes « traces que celui du 29 Juin 1763. Mais ce qu'il a resté d'ardoises « sur le clocher, aux environs de trois milliers, & qui un an auparavant « avoient été placées sur un lattis neuf & avec des clous neufs, se sont « trouvées comme sans soutien; & tous les clous s'étant trouvés lâchés « & comme piqués dans du papier ..... Je vous observerai encore « qu'il y a environ trente ans que le tonnerre tomba sur le même clocher « le 27 Décembre.... La position du clocher d'Antrasine, continue « M. le comte de la Tour-Landry, est dans un bassin bas, où il « passe une petite rivière, & où il se trouve d'autres nappes d'eau; « tout ce petit bassin est dominé par des côteaux; & au nord-ouest, « à trois portées de fusil, est une petite montagne, de niveau au moins « au clocher qui a une élévation médiocre. Sa partie de charpente « couverte d'ardoises, étant surmontée d'une plombure fort épaisse, « de sept pieds de hauteur; sur cette plombure une croix de fer de « sept pieds, pesant environ trente livres, & au-dessus un coq de « cuivre : la plombure pèse *quatre cents livres;* cette plombure « est fort ancienne, ainsi que la croix de fer.... Je vous observerai « encore, que dans l'instant où le tonnerre tomba le 20 Juin sur le « clocher, une fille & un homme, dans deux maisons différentes, les « portes ouvertes, à cinquante ou soixante pas de l'église, reçurent, « la fille sur les cuisses, l'homme sur les jambes, un si violent coup, « comme d'un bâton, que l'homme ne put marcher qu'avec peine « le reste du jour. La même sensation étoit arrivée à un Laboureur « dans la même maison où il se trouva par hasard, lorsque le tonnerre « tomba sur le clocher le 29 Juin 1763 ».

On peut, ce me semble, conclure de ce récit, que la réunion de certaines circonstances peut rendre un édifice plus susceptible de la foudre, & que parmi ces circonstances on doit compter sa situation, la nature du sol où il est placé, celle des matières qui sont entrées dans sa construction, dans ses ornemens, &c.

(4)

M. le marquis Maffei, dans sa lettre à Valisnieri (la première de celles qui composent son traité de l'origine de la foudre, que j'ai cité dans le Mémoire précédent) rapporte que voyageant dans l'Italie, & se trouvant dans le château d'un lieu appelé *Fosdinovo*, pendant un orage mêlé de tonnerre, il vit tout d'un coup sur le plancher de la chambre qui étoit au rez de chaussée, un feu très-vif,

dont la couleur étoit blanche, mêlée de bleu : ce feu tournoyoit ſur lui-même avec beaucoup d'agitation, & formoit une flamme de quelque étendue, qui d'abord n'avançoit ni ne reculoit; puis elle s'avança vers lui en s'alongeant en forme de langue, & en prenant une plus grande étendue, précisément comme quand un tas de poudre enflammé en joint un autre qui s'enflamme de même, &c. *Ecco io vidi avampar d'improviſo, &c.* della formazione de fulmini trattato. Lettera 1.ª pag. 2

Le même auteur dit qu'il n'a jamais manqué d'aller examiner les endroits où il ſavoit que le tonnerre étoit tombé, & que par-tout il a reconnu par les effets & par les traces qui ſubſiſtoient, que la foudre avoit frappé de bas en haut. *Ho riconnoſciuto ſempre le percoſſe di baſſo in alto.* Ibid. lett. 2.ª

« Pendant l'été de 1731, dit encore M. Maffei dans la même » lettre, il y eut dans les environs de Véronne une quantité prodigieuſe » de tonnerres : on a compté qu'il étoit tombé dix fois dans le ſeul » territoire de Caſalone, & l'on m'a rendu un compte exact de tout » ce qui s'y eſt paſſé de remarquable : de tous ces coups de foudre, » je ne ferai mention ici que de celui qui a frappé la grande tour de » la place de la ville, & dont j'ai pris connoiſſance par le récit de » ceux qui en avoient été témoins, & par l'examen que j'en fis » moi-même le jour de cet accident. Le 26 Juillet, à la pointe du » jour, il tonnoit épouventablement, tout d'un coup on vit un » grand feu s'allumer dans la *place des herbes*, à une toiſe ou à peu » près au-deſſus du terrain : la lueur qu'il produiſit fut ſi grande, » que dans une étendue conſidérable elle éclaira toutes les chambres » dont les fenêtres n'étoient point fermées avec des volets : un inſtant » après on vit tomber par terre un grand écuſſon de pierre, qui étoit » encaſtré fort haut dans l'épaiſſeur de la tour, & l'on entendit un » coup qui ne roula point, comme fait ordinairement le tonnerre, » mais qui reſſembloit plutôt à celui d'une groſſe pièce d'artillerie; » tellement que les maiſons en tremblèrent. Lorſqu'on vint à viſiter » la tour, on remarqua des traces de feu à l'endroit du mur d'où » s'étoit détaché l'écuſſon, qui étoit ſaillant & couvert d'une grande » tablette de pierre. Un peu plus haut, où eſt une pareille tablette, » on vit que l'une des conſoles qui la ſoutenoient, avoit été emportée » ſans qu'il y eût aucun autre dommage .... & l'on aperçut encore » quelques fractures deſſous le petit dôme qui couvre la tour. De » toutes ces obſervations, M. Maffei conclut que la foudre a frappé » de bas en haut. Et il ajoute, j'ai obſervé la même choſe après le » coup de tonnerre qui frappa notre amphitéatre, & encore après celui qui arriva à Férare en 1721 ».

Le

Le même M. Maffei cite encore deux faits semblables, c'est-à-dire deux coups de tonnerre, qui ont commencé par une flamme qui s'est élevée de terre. « Le bruit public, dit-il, a fait assez connoître ce qui a été observé à Lucques au mois de Juin 1724, par deux « Religieux de la petite Observance, tous deux Professeurs de « philosophie. Ils virent naître un petit globe de feu, qui s'alongea « en s'élevant avec beaucoup de rapidité, & le bruit se fit entendre « quelques instans après; il est arrivé de même à mon ami M. Séguier, « lorsqu'il étoit en France, de voir en pareilles circonstances, une « flamme serpenter sur le terrain, s'élever ensuite avec fureur & faire « entendre un coup épouvantable. *Ibid. lettera 2.ª* ».

M. l'abbé Jérôme Lioni de Cénéda dit, qu'après avoir été long-temps opposé à l'opinion de ceux qui prétendent que la foudre vient d'en bas, il fut témoin d'un coup de tonnerre, qui la lui fit adopter. Il rapporte que pendant un temps fort orageux, il vit tout-à-coup une flamme très-vive qui s'éleva rapidement de la terre, jusqu'à la hauteur de deux coudées, & qui disparut en faisant entendre un coup des plus effroyables. « Je m'étois comme entêté, dit-il, à ne vouloir pas croire que cela pût arriver; mais « cependant je ne puis rien opposer à un fait. *Io mi era quasi intestato* « *di non voler credere: ma ora non saprei come combattere un fatto.* » Giornale di Venesia: tom. XXXII, p. 94.

Lazaro Moro, dans son ouvrage sur les crustacés de montagnes, se déclare ouvertement pour le sentiment de ceux qui croient que la foudre vient d'en bas.

Joseph-Marie Bacheton, médecin de Bologne, rapporte ainsi ce qu'il a appris des Religieuses du couvent de Sainte-Christine, au sujet du coup de tonnerre qui frappa leur tour le 21 Juillet 1745. *Monachæ viam unam ostendebant quam fulmen tenuisse putabant, eaque erat altissimum foramen per quod filum perlongum ferreum trahebatur, ad campanam ex inferiori ædium parte pulsandam: & sane filum prope totum consumptum erat. . . . universum foraminis tractum fuligo infecerat levissima, quæ mihi curiosissimè diligentissimèque scrutanti, nullum sulphuris indicium præbuit . . . monachæ cohortis angulum ostendentes, qui ad turrim spectat, quo in angulo foramen patet pluviis aquis in subjectum cavum labentibus, illinc, aiebant, malum exiſtit. In his (monachis) una fuit ætate provectior quæ affirmabat multis ante annis flammam aliam se vidisse, novæ hujus plane similem, ex eâdem cohortis parte prærumpentem, quæ summam turrim impetens, non sine magno fragore dissiluerat, &c.* Comment. Bononiens. tom II, parte I.ª p. 461.

Nos plane operæ pretium facturos judicavimus, si inauditum hoc Maffei placitum (fulmen e terrâ nasci) paulò diligentiùs prosequeremur,

cum argumenta quibus usus est succinctè explicantes & confirmantes, tum etiam nova promentes & a contrariis rationibus vindicantes. Rucḋherus, Philos. prof. Lypsiens. de natalibus fulminum in præfat. Lypsiæ, 1725.

Cæterum longe maximam seminum fulmineorum partem & terræ vinculis liberatam magis magisque evehi, atque in altiori demum aëre cum magno sed innoxio tumultu conflagrare, quam libentissimè fatemur. Ibid.

Ergo ex similibus fulminum operibus concludamus ea in locis fulguritis [illegible], *non per liberum aërem ex altis nubibus afferri.* Ibid.

Pro vero, certo, rato habeamus, fulmina non in nubibus sed in [illegible]. Ibid.

[illegible] in terra il fulmine & poco sotto, o poco sopra accendersi, e che poco [illegible] il foco di dove si accende tal che qualli [illegible] vi si accendano dentro. *La philosophia* [illegible] *a gli elementi, per cagione del fulmine. In* [illegible].

[illegible] *opinio fulmina in sublimi* [illegible] *est in telluris quoque superficie ea* [illegible]. P. Fortunati da Brescia Franciscani, philosoph. [illegible]

[illegible] questa [illegible] proprieta assai piu mirabile, di [illegible] muraglie senza [illegible] cosi fece la veduta da me, che [illegible] lasciò aperture senza que nella volta foro, o crepatura [illegible] *formazione de fulmini. Lettera 6.ª*

(5)

[illegible] osservato, i tocchi della saetta non avere annerito, [illegible] brucciatura. *Maffei, lettera 6.ª*

[illegible] de Clermont en Beauvoisis, dont [illegible] partie du Mémoire précédent, je [illegible] d'avoir vu les plombs des vitres, [illegible] endroits, les morceaux de verre [illegible], sans que le feu se soit mis aux bois, [illegible]

M. [illegible] à Nevers, fut témoin de deux [illegible] dépouilla un gros arbre de la moitié [illegible] sur la longueur du tronc; l'autre [illegible] des chenets dans l'âtre d'une cheminée, [illegible] marque de brûlure. *Hist. de l'Acad. R. des Sc.* [illegible]

[illegible] Septembre 1763, le tonnerre tomba sur l'église [illegible] de la Fere en Picardie, & dégrada toute la dorure

Fig. 2.



Fig. 3.

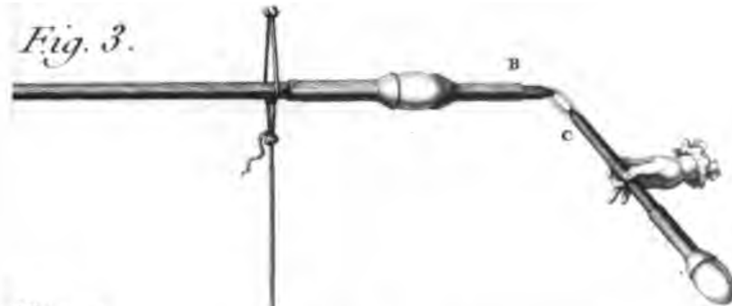


Fig. 4.

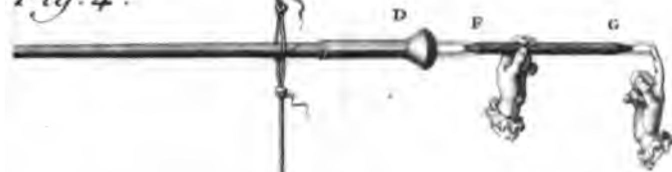
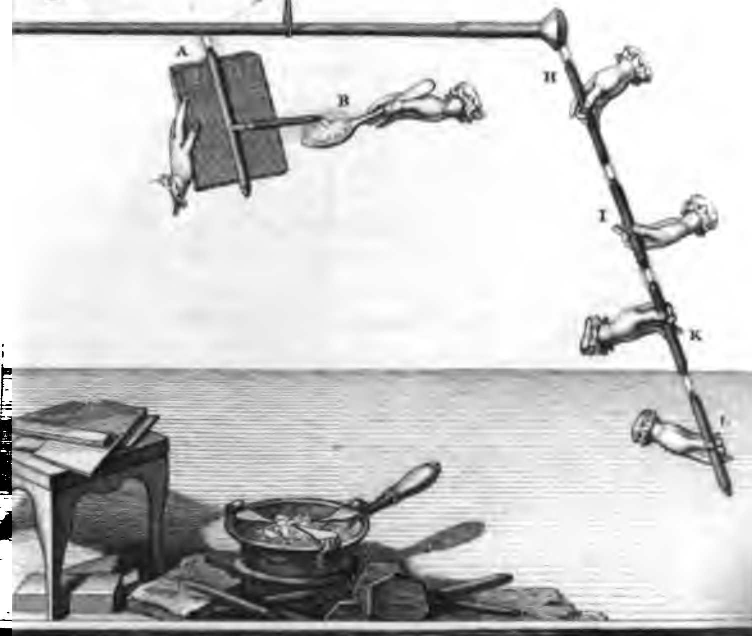


Fig. 5.



cum argumenta quibus usus est succinctè explicantes & confirmantes, tum etiam nova promentes & a contrariis rationibus vindicantes. Ructherus, Philos. prof. Lypsiens. de natalibus fulminum in præfat. Lypsiæ, 1725.

Cæterum longe maximam seminum fulmineorum partem & terræ vinculis liberatam magis magisque evehi, atque in altiori demum aëre cum magno sed innoxio tumultu conflagrare, quam libentissimè fatemur. Ibid.

Ergo ex similibus fulminum operibus concludamus ea in locis fulguritis oriri, non per liberum aërem ex altis nubibus afferri. Ibid.

Pro vero, certo, rato habeamus, fulmina non in nubibus sed in aëre humiliore gigni. Ibid.

Nascere in terra il fulmine & poco sotto, o poco sopra accendersi, e che poco si allontani il foco di dove si accende tal che qualli che domegiano le fabriche vi si accendano dentro. *La philosophia a rovescio. Dialogo intorno a gli elementi, per cagione del fulmine. In Pisa, 1699.*

Etsi constans fuerit veterum philosophorum opinio fulmina in sublimi tantùm aëre cudi, compertum tamen est in telluris quoque superficie ea plerumque generari. P. Fortunati da Brescia Franciscani, philosoph. sensuum mechanica.

Accoppiamo con questa l'altra proprieta assai piu mirabile, di trapassar muraglie sensa far buco cosi fece la veduta da me, che sali alla stansa superiore sensa que nella volta foro, o crepatura alcuna apparisce. *Maffei, della formazione de fulmini. Lettera 6.ª*

(5)

Si e molte volte osservato, i tocchi della saetta non avere annerrito, & non avere lassiato segno di brucciatura. *Maffei, lettera 6.ª*

Après le coup de tonnerre de Clermont en Beauvoisis, dont il a été parlé dans la seconde partie du Mémoire précédent, je me souviens très-distinctement d'avoir vu les plombs des vitres, qui avoient coulé à plusieurs endroits, les morceaux de verre enfumés & couleur d'ardoise, sans que le feu se soit mis aux bois, qui étoient brisés en petits éclats.

M. le chevalier de Louville étant à Nevers, fut témoin de deux coups de tonnerre, dont l'un dépouilla un gros arbre de la moitié de son écorce, & traça trois sillons sur la longueur du tronc ; l'autre brisa un fagot placé sur des chenets dans l'âtre d'une cheminée, sans laisser aucune marque de brûlure. *Hist. de l'Acad. R. des Sc. 1714, p. 7 & suiv.*

Au mois de Septembre 1763, le tonnerre tomba sur l'église des Capucins de la Fère en Picardie, & dégrada toute la dorure

Fig. 2.



Fig. 3.

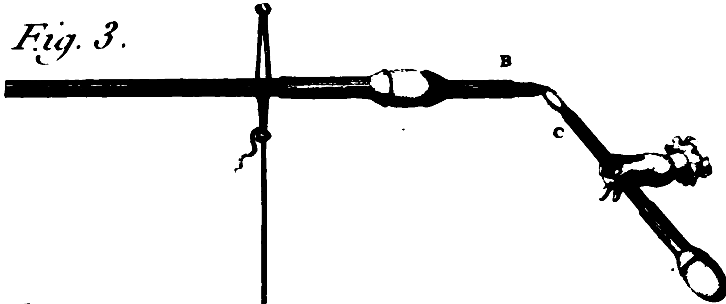


Fig. 4.

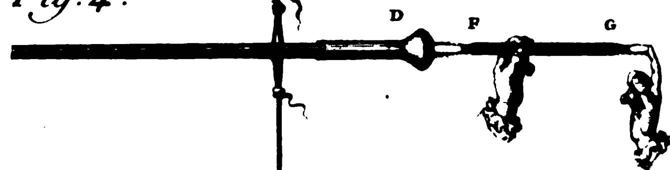
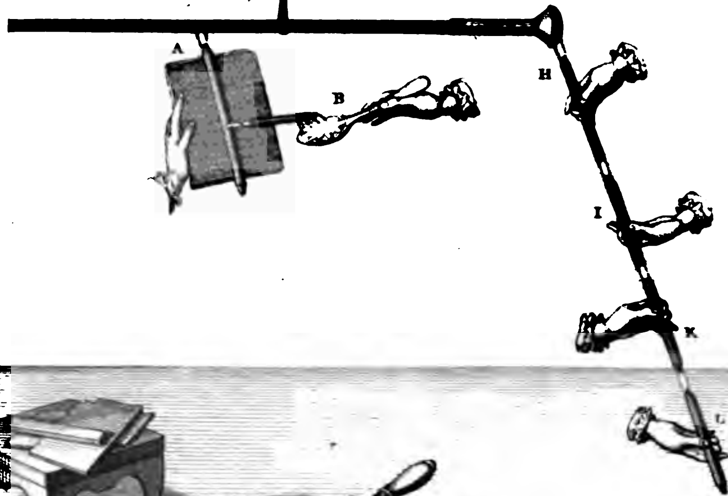


Fig. 5.





du Tabernacle; l'on m'a fait remarquer qu'un voile de ſoie qui le couvroit alors, n'a été nullement endommagé, non plus que le linge d'autel.

(6)

M. Maffei, en parlant du coup de tonnerre de Caſalaone, rapporté dans la ſeconde partie de mon Mémoire, remarque comme une ſingularité, que le grand écuſſon qui fut détaché de la tour, au lieu de tomber au pied du bâtiment, comme il ſemble qu'il auroit dû faire, ſur-tout à cauſe de ſon grand poids, fut jeté auprès de la maiſon d'un Marchand, qui étoit de l'autre côté de la place, comme ſi, dit-il, il avoit reçu le coup du côté de la tour. *Quaſi aveſſe avuto l'urto della parte di la della torre.* Lettera 2.ª

(7)

Suivant le rituel de Paris, lorſqu'on bénit des cloches, on récite les oraiſons ſuivantes.

Benedic Domine ...... quotieſcumque ſonuerit, procul recedat virtus inſidiantium, umbra phantaſmatis, incurſio turbinum, percuſſio fulminum, læſio tonitruum, calamitas tempeſtatum, omniſque ſpiritus procellarum, &c.

Deus, qui per beatum Moïſen, &c. .... procul pellentur inſidiæ inimici, fragor grandinum, procella turbinum, impetus tempeſtatum; temperentur infeſta tonitrua, &c.

Omnipotens ſempiterne Deus, &c..... ut ante ſonitum ejus effugentur ignita jacula inimici, percuſſio fulminum, impetus lapidum, læſio tempeſtatum, &c.

En 1718, M. Deſlandes fit ſavoir à l'Académie Royale des Sciences, que la nuit du 14 au 15 d'Avril de la même année, le tonnerre étoit tombé ſur vingt-quatre égliſes, depuis Landernau juſqu'à Saint-Pol-de-Léon en Bretagne; que ces égliſes étoient préciſément celles où l'on ſonnoit, & que la foudre avoit épargné celles où l'on ne ſonnoit pas: que dans celle de Goueſnon, qui fut entièrement ruinée, le tonnerre tua deux perſonnes, de quatre qui ſonnoient, &c. *Hiſt. de l'Ac. R. des Sc. 1719.*



MÉMOIRE
SUR UNE ÉPIPLOCÈLE
DONT LES SIGNES
FURENT D'ABORD FORT ÉQUIVOQUES.

Par M. TENON.

14 Juillet 1764. LES Praticiens font encore fort embarraffés dans nombre de circonftances pour déterminer le caractère de certaines maladies, & fur le choix des moyens auxquels il peut être utile d'avoir recours pour les traiter; ce qui eft pis encore, les malades font alors quelquefois les victimes du défaut de nos connoiffances. Ce feroit donc veiller à leur intérêt, travailler à notre inftruction, que de faire connoître les circonftances qui en impofent fur la nature des fignes de nos maux; l'obfervation & le récit des faits qui nous ont trompés ou qui nous ont réduit à douter, peuvent, par ces raifons, nous être d'un grand avantage: c'eft ce qui m'a engagé à rendre compte d'une de ces maladies dont les fignes fous lefquels elle s'annonça furent d'abord fort équivoques; je dirai pourquoi ils le furent: il eft queftion d'une épiplocèle à l'aine droite; M. Maraldi, de cette Académie, a donné lieu à cette obfervation; inutilement répondrois-je de l'exactitude avec laquelle je l'ai faite, il fuffira d'avouer que l'amitié a été mon guide en le traitant; pourroit-il rien y avoir qui pût captiver davantage toute mon attention.

M. Maraldi revint de la campagne le 24 Octobre 1763, il y avoit dix jours feulement qu'il fe plaignoit d'une tumeur dans l'aine droite; il n'avoit fait aucun effort auquel il pût attribuer cette maladie; il fentit feulement, en fe tournant une nuit dans fon lit, un léger pincement dans l'aine; ce fut environ

à cette époque que la tumeur parut; elle s'accrut beaucoup les jours ſuivans, parce que M. Maraldi fut obligé de faire beaucoup de chemin à pied, étant arrivé un accident à la voiture dans laquelle il étoit; cette tumeur avoit le volume d'un œuf lorſque je l'examinai la première fois, c'eſt-à-dire onze jours après que l'on a commencé à s'en apercevoir; elle n'étoit point ronde, mais boſſelée, remplie de duretés ou de petits corps durs d'une forme ovale gros comme une aveline; la peau qui en formoit la ſurface, paroiſſoit avoir beaucoup d'épaiſſeur; on eût dit qu'elle étoit adhérente aux parties intérieures, qui d'ailleurs paroiſſoient immobiles, quelque choſe que l'on fît pour les déplacer. L'idée la plus naturelle que pouvoit offrir cette maladie, étoit de la conſidérer comme une hernie, ſur-tout ſi l'on a égard au pincement que le malade avoit ſenti dans l'aine il y avoit onze jours; mais comment concilier avec une hernie auſſi récente les caractères que préſente la tumeur dont je parle, ſa forme boſſelée, les corps durs & comme ſkirreux que l'on y remarquoit, la dureté, l'épaiſſeur de la peau, l'adhérence de celle-ci aux parties ſubjacentes? j'eus beau d'ailleurs eſſayer de réduire la tumeur ou une partie de la tumeur, je ne le pus; faire en ſorte d'y exciter quelques impulſions que je ſentiſſe, en faiſant touſſer le malade, tandis que j'aurois les doigts ſur cette tumeur, je n'en ſentis aucune.

Ignorant quelle étoit préciſément la cauſe des ſymptômes que j'obſervois, je crus devoir m'occuper de ceux-ci pour les combattre; j'eſſayai de ramollir la tumeur, de la réſoudre; je cherchai même, dans ces expédiens, des reſſources pour en démêler le caractère: on verra qu'elles ne furent point tout-à-fait infructueuſes. J'eus recours à des emplaſtiques gommeux, à de légères frictions locales de pommade mercurielle; l'un & l'autre rougirent un peu la peau; j'employai des cataplaſmes avec les farines des graines & la décoction des plantes émollientes, ils n'opérèrent aucun avantage; je paſſai à l'uſage des bains, à celui des bols fondans légèrement purgatifs; après le quatrième bain, la tumeur parut un peu ramollie dans les

intervalles des duretés; ſon volume augmentoit lorſque le malade alloit à la garderobe: en la ſaiſiſſant avec les doigts, on en faiſoit rentrer une partie, c'étoit celle qui étoit proche l'anneau; le reſte que nous avons dit qui étoit pelotonné, dur par-ci par-là, adhérent, étoit toujours immobile, ſuperficiel, & l'on découvroit entre cette partie ſuperficielle & le voiſinage de l'anneau un vide en ſaiſiſſant toute la tumeur avec les doigts.

Il eſt démontré qu'il y a dans cette maladie une hernie, & nous avons été conduits inconteſtablement à cette connoiſſance par les moyens auxquels nous avons eu recours & que nous avons expoſés; mais il reſtoit encore une *difficulté* à ſurmonter, c'étoit de ſavoir ce qu'étoit ce corps pelotonné, dur, adhérent & irréductible dont j'ai parlé, car quoiqu'une partie de cette tumeur fût réduite, ce qui ſubſiſtoit encore n'avoit pas moins le même aſpect qu'auparavant; par où je compris que ce corps que nous ne connoiſſions point encore, étoit ce qui avoit maſqué la hernie qui venoit d'être réduite, & l'avoit empêché de paroître avec les ſignes qui annoncent & caractériſent les épiplocèles récentes. Ayant peſé mûrement les ſymptômes de la tumeur qui ſubſiſtoit encore, je crus devoir les attribuer, non point à une hernie récente à laquelle ils ne peuvent appartenir, mais à une épiplocèle ancienne; j'imaginai, dis-je, que l'épiploon ayant été preſſé & aplati autrefois contre l'anneau avec l'écuſſon d'un bandage, l'avoit bouché, y avoit acquis des adhérences & de la dureté; que quelques points de cette adhérence avoient été rompus en dernier lieu, par où s'étoient échappées les parties nouvellement ſorties mobiles & réduites; j'imaginai, dis-je, pour le dire en un mot, que la tumeur étoit formée d'une hernie récente, dont l'origine remontoit à peu-près à l'époque que le malade nous avoit indiqué, & d'une hernie fort ancienne qu'il ne croyoit point avoir, & dont il préſumoit avoir été guéri. M.[rs] Morand & Moreau furent appelés en conſultation; je leur fis part de mes doutes ſur la nature & les ſymptômes de cette maladie: ils leur parurent fondés; la ſuite fit voir qu'ils l'étoient en effet:

M. Maraldi avoit eu une descente du même côté dans sa jeunesse, il l'avoit soutenue avec un bandage qu'il ne portoit plus depuis fort long-temps, imaginant qu'il étoit guéri & ne pensant même plus à cette ancienne maladie. J'essayai de fondre les duretés de l'ancien épiploon avec des emplastiques, des fondans, des cataplasmes, de borner & de réduire, s'il se pouvoit, la hernie à un moindre volume; j'eus recours aux expédiens que je viens d'indiquer, & à un bandage dont l'écusson fut disposé en cuiller pour se modeler à la convexité de la tumeur; ces moyens furent impuissans: il se forma dans les duretés des foyers de suppuration; il fallut ouvrir, & nous trouvames une masse d'épiploon adhérente aux parties extérieures, & celles-ci à la peau; elle étoit également adhérente autour de l'anneau, si ce n'est par en bas, où l'on remarquoit une ouverture par où s'étoient échappées les parties nouvellement sorties. On ne put distinguer dans cette hernie aucune trace de sac herniaire; il avoit été confondu par la pression & par l'inflammation avec l'ancien épiploon: celui-ci étoit si dur, que les doigts & les ongles avoient de la peine à le rompre; cependant il fallut en déchirer une partie, lier, couper & faire suppurer le reste pour s'en défaire entièrement, afin de cicatriser & clore les bords de l'anneau; nous y parvinmes, mais après bien des soins & environ trois mois de traitement.

Voilà ce qui fut la cause des doutes qui nous arrêtèrent lorsqu'il fut question de prononcer sur le caractère de cette maladie: la Nature s'étoit préparé une ressource pour la guérison de l'ancienne hernie, en collant l'épiploon à l'anneau; nous nous garderons bien d'indiquer cet expédient pour que l'on y ait recours; le fait dont je rends compte fait voir combien peu il faut y compter, comment & pourquoi une hernie, traitée & guérie comme celle-ci l'avoit été, peut être sujette à récidive: il est toujours plus sûr de faire rentrer toutes les parties avant d'appliquer aucun bandage, & plus prudent de ne jamais cesser de porter un bandage, du moins contentif, lorsque l'on a été sujet, à un âge déjà avancé, à une épiplocèle considérable,

& que les anneaux ont été considérablement dilatés. Je remarquerai en dernier lieu que la suppuration, si redoutable dans certaines hernies parce qu'elle peut intéresser des parties qu'il est essentiel de conserver, fut ici d'une grande ressource; elle détruisit les duretés de l'ancien épiploon; ouvrit des routes pour entrer dans sa substance en opérant; elle nous aida à rompre les adhérences & à fondre ce qui avoit échappé aux incisions, aux ligatures & aux caustiques.

Elle offrit enfin des avantages dont il est possible que l'art puisse profiter pour parvenir à ses fins dans le traitement des épiplocèles anciennes, adhérentes & skirreuses, lorsqu'il est question de tendre à une cure radicale.



MÉMOIRE
SUR LES
INONDATIONS DE LA SEINE À PARIS.

Par M. DEPARCIEUX.

LES débordemens de la Seine & les grands dommages qu'ils ont causés dans Paris & ses environs, ont été très-souvent l'objet de l'attention de nos Rois & des Magistrats. Je ne me propose pas de parler expressément dans ce Mémoire des moyens d'y remédier, mais de faire voir ce qui les a si considérablement augmentés du côté de la Grève & au-dessus, afin qu'on tâche d'en diminuer la cause quand on en aura l'occasion, & qu'on évite de l'augmenter à l'avenir. 14 Novemb. 1764.

Lors de l'inondation de 1751, l'Académie nous chargea, M. Buache & moi, d'en remarquer le progrès, tant par rapport aux rues qu'elle couvroit, que par rapport à son élévation, comparativement aux autres inondations.

M. Buache avoit déjà donné en 1741 & 1742, deux Mémoires à ce sujet, accompagnés, l'un d'un plan de Paris, dans lequel on voit jusques aux moindres recoins où l'inondation de 1740 pénétra; l'autre sur la hauteur des eaux souterraines accompagné de plans & de profils détaillés & curieux. Par-là les comparaisons qu'il pouvoit y avoir à faire de l'étendue de l'inondation de 1740, à celle d'alors 1751, étoient bien plus du ressort de M. Buache que du mien.

Je tournai mes vues du côté des élévations des différentes inondations dont je pourrois trouver des vestiges, pour les comparer entr'elles, & tâcher d'en tirer quelque conséquence utile.

Dès l'inondation de 1740, qui est la première que j'aie vue à Paris, j'avois déjà fait plusieurs notes, uniquement pour ma satisfaction, ne pensant pas alors qu'elles pussent jamais devenir

d'aucune utilité, je les continuai depuis par devoir & avec plus de soin, dès que je vis qu'on en pouvoit tirer quelque avantage par l'attention que l'Académie y portoit.

Je parcourus pour cela, de temps à autres, toutes les différentes rues où arrivent les inondations, j'entrai, pour ainsi dire, de maison en maison pour m'informer si on n'avoit point marqué quelque part, la hauteur où étoit arrivée l'inondation de 1740, si on n'en connoissoit pas des précédentes 1711, 1697, 1690, &c. & j'en trouvai en plusieurs endroits.

Je remarquai, en faisant mes recherches, que les différences entre l'inondation de 1740 & celle d'alors 1751, n'étoient pas les mêmes dans toute l'étendue de la rivière dans Paris, qu'elles alloient en diminuant de l'Arsenal au Champs-élisés, & ces différences me firent naître l'idée de les comparer en quatre endroits différens. 1.° Au-dessus des ponts, considérée dans la traversée de la Seine du fossé de l'Arsenal au faubourg S.t Victor. 2.° Dans la traversée qui répond à la Grève & à la place Maubert. 3.° Dans celle du guichet Froidmanteau au quai Malaquais. 4.° Et enfin après qu'elle a passé tous les ponts, observée au Pont-tournant où l'eau est calme, & où je l'avois vue le lendemain de Noël 1740, exactement à fleur des tablettes; l'inondation de la présente année a achevé de confirmer mes remarques; & afin qu'on puisse, si on le veut, les continuer & vérifier ce que je rapporte, je vais indiquer les principaux endroits où j'ai trouvé des notes d'anciennes inondations. Quant à celles que j'ai pu observer moi-même, outre les mesures prises aux endroits où j'ai trouvé d'anciens repairs, comme de 1649, 1651, 1658, 1690 & 1711, que je vais indiquer, j'en ai pris encore en beaucoup d'autres endroits sans rien marquer sur les murs, me contentant de prendre la distance de l'endroit où étoit montée l'eau à quelque point aussi immuable que les maisons, comme seuils ou linteaux de porte, &c. J'ai encore trouvé après l'inondation de 1751, beaucoups d'endroits comme allées, boutiques, arrière-boutiques, &c. où la marque de l'inondation de 1740, étoit aussi sensiblement & aussi nettement tranchée sur les murs de plâtre que celle

de 1751, qui venoit de passer; elle l'est même encore en plusieurs endroits de la Grève, de la rue de la Mortellerie & ailleurs, à ne pouvoir s'y méprendre, quoiqu'il se soit écoulé depuis plus de vingt-trois ans.

ENDROITS où j'ai trouvé dans Paris, des notes d'anciennes inondations.

Presque tout le monde connoît l'inscription en marbre qui est dans le cloître des Célestins, pour l'inondation du 28 Février 1658, sans laquelle on douteroit peut-être de ce qu'on trouve ailleurs de cette prodigieuse inondation, elle monta 33 pouces & demi plus haut que celle que nous avons vue en 1740, quoique cette dernière ait été une des plus considérables; je mesurai cette différence peu de jours après que l'inondation fut passée, & elle y est encore assez bien marquée pour qu'on puisse la vérifier, elle est à 28 pouces du carreau.

On trouve à la Maison-blanche ou Folie-bonnet près de la barrière S.t Bernard, les marques des inondations de 1679, 1711 & 1740. L'inondation de 1740 est la plus haute, comme elle l'est dans tous les autres endroits que je citerai; l'inondation des premiers jours de Mars 1711, n'est ici plus basse que celle de 1740 que de 10 pouces & demi; on verra ci-après qu'il a dû y avoir un pied de différence entre ces deux inondations: celle du 22 Mars 1751, n'y est pas marquée, mais j'en mesurai la différence dès que l'inondation fut retirée; elle se trouva 44 pouces & demi plus basse que celle de 1740, celle du 9 Février 1764, 34 pouces $\frac{1}{2}$, & celle de Février 1679, 46 pouces.

Au Bureau des Forts du port S.t Paul, qu'on nomme la *petite-Bastille*, l'inondation de 1751 y est marquée 44 pouces & demi sous celle de 1740, & celle de 1764, à environ 35 pouces, ces différences s'accordent à peu de chose près avec celles de la Maison-blanche & avec plusieurs autres, prises à la Rapée, au Corps-de-garde du bas de la rue Traversine & ailleurs, d'après des repairs constans; on a voulu aussi

marquer, au même bureau des Forts, l'inondation de 1711, mais rien ne désigne où l'eau monta, à moins qu'on n'ait voulu le faire par le dessous d'un bateau qu'on y a figuré, auquel cas il n'y auroit eu que 7 pouces de différence entre 1711 & 1740; l'on verra, par tout ce que je rapporterai ci-après, que l'inondation de 1711 monta certainement moins haut: celle de 1740 est bien, par l'accord que j'y ai trouvé avec plusieurs autres pour les différences à 1751 & 1764.

Je crois devoir avertir qu'il y a entre la petite Bastille & le Bureau des coches de Melun, Moret, &c. une marque de l'inondation de 1740, sur laquelle on pourroit avoir confiance, parce qu'elle est assez bien gravée; mais elle est aux environs de 6 pouces plus haute que l'inondation ne fut réellement.

On trouve encore en beaucoup d'endroits, entre les ponts Marie & Notre-Dame, la marque de l'inondation de 1740, entr'autres une dans la rue de la Mortellerie, près de l'église des Audriettes, & une dans l'arsenal de la Ville au bas de l'escalier; une à la petite place Saint-Landry, & d'autres dans des boutiques ou dans des allées; j'ai par-tout trouvé aux environs de 43 pouces ½ entre 1740 & 1751, & 34 pouces entre 1740 & 1764; plus aux unes, & moins aux autres. Je ne me suis servi en rien pour cette traversée de la Seine des marques qu'on voit sur le Port au blé, auprès de la rue de Long-pont, parce que je n'y ai trouvé, qui s'accorde avec ce que j'ai observé ailleurs, que la distance qui est entre 1740 & 1658, laquelle est là de 31 à 32 pouces, & c'est par hasard; la marque de 1658 a été rapportée-là de la maison voisine à droite, où l'on voit écrit à l'appui de la fenêtre, en dehors & sans aucune autre marque: *1658, en F.* qui veut, sans doute, dire *Février*, & quelques autres griffonnages au-dessous qu'on voit à peine & qu'on ne peut lire parce que cela fut fait trop négligemment; & cette année 1764, un Batelier ayant eu occasion de passer par-là dans le temps de l'inondation, aperçut sur le linteau de la même fenêtre de la maison voisine dont je viens de parler, près de 7 pieds au-dessus de l'écrit de 1658, ces mots:

En 1651,
un grand débordement.

On crut que ces mots vouloient dire que l'inondation de cette année 1651, monta jusque-là, & on l'a rapportée à l'échelle d'à côté en très-gros caractère, où elle se trouve 9 pieds ½ ou environ au-dessus de 1740; un peu de réflexion leur auroit fait sentir que ces mots disent tout simplement qu'il y eut en cette année un grand débordement, mais non qu'il soit monté jusque-là; on l'écrivit sur ce linteau comme on auroit pu l'écrire au cinquième étage ou dans un journal, parce que l'inondation fut en effet considérable: on verra ci-après qu'elle fut à environ 3 pouces aussi haute que celle de 1740. Il en est de cette inscription comme de celle qui est au coin de la rue de la Sonnerie & du quai de la Mégisserie, pour l'inondation de 1497: ceux qui voient cette inscription, qu'on ne peut presque plus lire, croient que l'inondation de cette année monta jusque-là, ce qui la feroit bien plus haute que celle de 1658, quoiqu'au vrai elle fut beaucoup moins haute que celle de 1711; on voit dans les historiens de Paris, qu'à la Grève, elle n'alloit que jusqu'au Saint-Esprit, & je tiens de M. Hellot, de cette Académie, qu'en 1711, l'eau alloit jusque dans la rue de la Tixeranderie & entroit dans la cour de la maison vis-à-vis la rue du Mouton; le terrain étant alors plus bas qu'en 1740, mais vraisemblablement plus haut qu'en 1497: ainsi bien loin que cette inondation égalât ou surpassât celle de 1658, il s'en falloit de beaucoup qu'elle fût aussi haute que celle de 1711. * Je viens de dire que le terrain des rues du Mouton & de la Tixeranderie a été élevé depuis 1711 à 1740, & il faut qu'il l'ait été de beaucoup; l'eau le couvroit en 1711, comme on vient de le voir d'après le rapport de M. Hellot, & en 1740, qu'elle étoit un pied plus haute comme on le verra bientôt, elle n'étoit dans le ruisseau de la rue de la Tixeranderie le 26

* Voyez sur cela un Mémoire de M. Bonamy, de l'Académie des Inscriptions & Belles-Lettres, *Tome XVII, page 701.*

Décembre au matin, que de la même longueur, ou à peu-près, que la rue du Mouton est large.

Sauval parle d'une marque de l'inondation de 1658, qu'on voyoit de son temps sur l'encoignure d'une maison de la Grève, presque vis-à-vis de la fontaine, où l'on voyoit aussi la marque de celle de 1651; je l'ai cherchée avec soin & à plusieurs reprises sans en pouvoir rien découvrir : cette maison a peut-être été rebâtie ou réparée depuis.

Avant que la boutique du Limonadier qui fait le coin à droite de la rue de la Tannerie avec la place de Grève, fût boisée, on voyoit au fond de la boutique les marques des inondations de 1711 & de 1740, entre lesquelles il y avoit 12 pouces justes : c'est encore le même Limonadier qui l'a fait boiser qui y demeure.

On trouve une inscription de 1711, écrite avec soin & intelligence contre le mur de Saint Denys-de la Chartre, vers le milieu de l'escalier de la rue de Glatigni, qui indique où l'eau monta en cette année-là 1711; je ne l'ai connue qu'à l'occasion de l'inondation de 1751; mais plusieurs porteurs d'eau & le portier du Couvent, qui y avoit vu l'inondation de 1740, m'assurèrent que l'eau étoit montée 1 pied juste plus haut que l'indication de 1711; l'inondation de 1751 est venue à 32 pouces sous celle de 1711, & celle de 1764 près de 22 pouces; ce qui fait 44 & 34 pouces sous 1740 : cet accord avec les autres différences, rapportées ci-devant, confirme ce qu'on me dit du plus d'élévation de l'inondation de 1740 sur celle de 1711.

On voit, place Maubert, au coin de la rue Perdue, une inscription faite avec intelligence lors de l'inondation de 1711; celle de 1740 y est aussi marquée assez visiblement 11 pouces 7 à 8 lignes au-dessus de celle de 1711; après les eaux écoulées, & par les indications du voisin qui est à côté, je trouvai que celle de 1751 étoit venue 44 pouces plus bas que celle de 1740, & 34 pouces que celle de 1764.

Dans la cour de la maison qui fait le coin à gauche du cul-de-sac d'Amboise, au bas de la place Maubert, on trouve

gravé sur une pierre de taille, sans autre indication, 1649 & 1740; le bas des chiffres 1740 est certainement l'endroit où monta l'inondation du 26 Décembre de cette année-là, comme on me l'a dit; l'ayant reconnu après l'inondation de 1751, qui se trouva comme au coin de la rue Perdue plus basse de 44 pouces, & celle de cette année 1764, plus basse de 34 pouces; la tradition, dans la maison, est que l'inondation de 1649 monta jusqu'au bas de ce millésime, & cela est vraisemblable par les assemblées & les délibérations que cette inondation & celle de 1651, occasionnèrent à l'Hôtel-de-ville pour tâcher d'y apporter remède; cette inondation fut moindre que celle de 1740, de 8 à 9 pouces.

L'égoût du carrefour Saint Benoît, qui vient passer sous celui des rues Jacob & du Colombier, & se jette dans la rivière sous la rampe qui est vis-à-vis la rue des petits Augustins, passe sous le cloître des Religieux de ce nom, & comme il n'est séparé de leurs caves que par des murs, dès que l'eau vient suffisamment haute, elle y entre & de-là dans leur jardin, outre la filtration qui s'en fait de toutes parts à travers les terres, attendu que les plus bas lits du terrain ne sont que du gravier, comme ailleurs, tellement que quand l'eau commence à entrer dans leur jardin, elle y croît presqu'aussi vîte qu'à la rivière, s'arrête & diminue comme elle ou à peu-près. Le Supérieur qui gouvernoit la maison en 1711, fit sceller une plaque de cuivre contre le mur du fond de la galerie couverte de leur jardin, le bas de laquelle répondoit aux bras horizontaux de deux croix gravées sur la pierre, une de chaque côté, & l'on avoit gravé sur la plaque,

Anno domini 1711,
Mensibus Februario & Martio,
Exuberantes Sequanæ fluctus
Huc usque pervenere.

Cette plaque a été ôtée il y a quelques années, & la portion de galerie où elle étoit, a été réunie à une maison de la rue

des Saints-Pères qui appartient à ces religieux. J'avois mesuré, lors des inondations de 1740 & 1751, les différences entre les élévations de l'eau; 1740 étoit à un pied juste au-dessus des bras des Croix qui marquoient la hauteur de l'eau de 1711, 1751 ne vint qu'à 23 pouces sous les bras des Croix ou 35 sous 1740: avant d'ôter cette plaque, on a gravé sur le seul pilier de cette galerie qui reste à présent libre en dedans de la galerie, & depuis en dehors, les hauteurs où est montée l'eau en 1711, 1740 & 1751, on y a aussi marqué celle de cette année; elle est 27 pouces & demi sous 1740. Mais quelque aisée que soit cette communication de l'égoût avec les caves & des caves au jardin, il doit y avoir toujours de la gène, qui fait que si telle inondation ne reste pas un temps suffisant à sa plus grande élévation, elle aura commencé à diminuer dans la rivière, avant qu'elle soit arrivée à la même hauteur dans le jardin; tandis que telle autre étant restée quelque temps à sa plus grande élévation, ou à peu près, comme celles de 1711 & de 1740; l'eau sera montée dans le jardin plus approchant du niveau de celle de la rivière; par-là les différences entre les hauteurs des inondations, ne seront pas exactes dans le jardin. J'y ai trouvé en effet de trop grandes différences avec celles que j'ai prises dans les Bureaux, Corps-de-garde & Maisonnettes qui sont sur les bords de la rivière, & je ne me sers pour cette traversée de la Seine, non plus que pour les autres, que des différences qui se sont suffisamment accordées entr'elles & avec ce que j'ai pu prendre de très-bien observé pour cette traversée-ci, dans le logement qu'occupoit feu M. Langlois Ingénieur en Instrumens de Mathématiques, aux galeries du Louvre, qui est le quatrième en commençant par le Guichet Froidmanteau, ayant appris de lui-même que le lendemain de Noël 1740, il y avoit 8 pouces juste d'eau dans son attelier, mesurée au bas de l'escalier. M. Canivet son élève & son neveu, & aujourd'hui l'Ingénieur de l'Académie pour les Instrumens de Mathématiques, qui demeuroit alors chez son oncle, m'a confirmé la même chose.

On trouve encore une marque de l'inondation de 1740, dans

dans le Bureau du Domaine, joignant le bout de la galerie d'Apollon, qu'on pourroit aisément croire avoir été bien faite à cause qu'elle est dans un lieu fermé & qu'elle est gravée avec soin; mais par la comparaison que j'en ai faite avec plusieurs autres, prises d'un côté & de l'autre de la rivière, & avec celles de M. Langlois, je me suis assuré qu'elle a été marquée trop haut.

La marque qu'on a faite au Pont-royal est tout aussi mal, on a marqué 1740 à la hauteur de 26 pieds, & elle ne devroit être qu'à 25 pieds 2 à 3 pouces; l'échelle n'alloit alors qu'à 24 pieds, on l'a continuée depuis, & l'on a en même temps gravé 1740 sur la plinthe, attendu la commodité, ne le pouvant au-dessous à cause des moulures ou ressauts du bas de la plinthe: mais on ne doit pas compter sur les mesures prises aux piles des ponts, quand l'eau arrive à ces grandes hauteurs, parce qu'y coulant beaucoup plus vîte qu'ailleurs, elle continue sa vîtesse après avoir passé le pont & n'y croît pas à proportion de ce qu'elle croît aux endroits où sa vîtesse est uniforme.

Enfin le 26 Décembre 1740, l'eau dans le fossé du Pont-tournant étoit à fleur des tablettes, à droite & à gauche du pont auxquelles on n'a pas encore touché. Le 22 Mars 1751, l'eau ne vint qu'à 29 pouces près du dessus des tablettes; & cette année il ne s'en est fallu que de 21 pouces.

De toutes les différentes mesures que je viens de rapporter & de celles que j'ai prises en plusieurs autres endroits où il ne reste plus aucun vestige des inondations précédentes, en prenant des milieux & rapportant le tout à la hauteur où l'eau monta le 26 Décembre 1740, j'ai conclu comme il suit, les différences de cette plus grande inondation de notre siècle avec celles de 1751 & de 1764 pour les quatre traversées de la Seine, où je les considère.

ÉLÉVATIONS de l'Inondation de 1740 sur celles de 1751 & de 1764 en différens endroits de Paris.

	Élévations de 1740 sur 1751.	Élévations de 1740 sur 1764.
	Pouces.	*Pouces.*
Vis-à-vis le fossé de l'Arsenal.........	45 ½	35 ½
À la Grève & à la place Maubert......	43 ½	34.
Entre le Louvre & le quai Malaquais..	33.	25.
Au Pont-tournant................	29.	21.

Si, en comparant ces nombres, l'on remarque comment le surplus d'élévation de l'inondation de 1740 sur les deux autres, va en diminuant du fossé de l'Arsenal à celui du Pont-tournant; l'on sentira mieux que par aucun autre moyen, combien les quais, les ponts, & tout ce dont on les a embarrassés, présentent d'obstacles au passage de l'eau; & combien il eût été à souhaiter, tant pour la conservation des ponts, que pour ne pas augmenter les inondations dans Paris & au-dessus qu'on en laissât tous les passages plus libres, puisque outre le surplus de pente que l'inondation de 1751 avoit sur celle des eaux basses, depuis le dessus du pont de la Tournelle jusque sous le Pont-royal, la pente de l'inondation de 1740 étoit de 16 pouces & demi plus grande dans le même intervalle que la pente que l'eau avoit en 1751, dont 14 pouces & demi d'augmentation depuis la Grève jusqu'à côté du Pont-tournant, & l'on remarquera encore que le Pont-royal, qui est le passage le plus étroit, n'y contribue que de 4 pouces, c'est-à-dire que la pente de l'eau, depuis le guichet Froidmanteau jusqu'au Pont-tournant, n'étoit en 1740 que de 4 pouces plus grande que la pente qu'il y avoit dans le même intervalle en 1751.

L'on sent aisément que le Pont-neuf ne doit pas y contribuer autant que le Pont-royal, ni même à beaucoup près; car si le lit de la rivière est profond aux arches du milieu du Pont-royal, les deux parties du Pont-neuf présentent beaucoup plus

de passage à l'eau par leur étendue, qui, mesurée par la seule largeur des arches, est presque double de celle du Pont-royal. On sentira aisément la vérité de ce que j'avance, si l'on remarque sur le tableau, que les ponts Marie & de la Tournelle, égaux ensemble ou à peu près aux deux parties du Pont-neuf, & où passe toute l'eau comme au Pont-neuf, ne firent prendre en 1740 que 2 pouces de pente de plus qu'en 1751, & qu'un pouce & demi de plus qu'en 1764. Les ponts au Change & de S.t Michel présentent bien autant de passage que les deux parties du Pont-neuf, vu sur-tout qu'il n'y a ni digue ni machine, d'où l'on doit voir clairement que la plus grande partie de l'obstacle vient des ponts Notre-Dame & de l'hôtel-Dieu, comme on le verra bientôt plus particulièrement: pour le mieux faire sentir, il faut faire voir auparavant de combien la surface de l'eau de la Seine est plus haute à son entrée dans Paris, qu'à sa sortie considérée dans ses différens états.

Selon les nivellemens de M. Picard, la Seine n'a, depuis Valvin jusqu'à Sève, qu'environ un pied de pente par mille toises, tantôt plus, tantôt moins. Que la Seine soit haute ou qu'elle soit basse, la pente de la surface de l'eau reste toujours la même ou à peu près, par-tout où le canal de la rivière est libre, sans qu'il faille néanmoins prendre cela à la rigueur, à cause des inégalités de largeur de son lit, & des plaines à droite & à gauche plus ou moins étendues.

Il est à présumer qu'avant que les ponts & les quais de Paris fussent bâtis, la pente de la Seine, à l'endroit qu'occupe cette ville, étoit relativement uniforme ou à peu près à celle d'au-dessus & d'au-dessous, & malgré les ponts & les quais, lorsque les eaux sont fort basses, elle est encore à peu de chose près, la même qu'elle étoit autrefois, les ponts n'opposant que très-peu d'obstacle, eu égard au petit volume où l'eau se trouve alors réduite, si ce n'est le pont Notre-Dame dont deux arches sont alors bouchées par la digue, deux sont embarrassées par les machines, & les deux autres par des moulins, mais cela se regagne bien-tôt sur la pente de la rivière; car je ne crois pas que son lit s'encombre dans Paris plus qu'ailleurs; au con-

traire, le resserrement de son canal, par les ponts & par les quais, oblige l'eau à couler plus rapidement dans Paris, qu'au-dessus & au-dessous, sur-tout lorsqu'elle devient grosse ; & alors elle entraîne tout ce qu'on peut y jeter : nous le voyons par les dessous des ponts, elle a creusé ceux dont le terrain s'est trouvé avoir moins de consistance, tels que le Pont-Marie, le Pont-royal & l'arche S.t Denys du pont Notre-Dame ; le dessous des autres est toujours net, sur-tout à ceux où l'eau est la plus gênée, comme au pont Notre-Dame où l'eau coule sur le tuf, non que je veuille nier que les rivières ne s'encombrent peu à peu ; mais je veux dire que ce n'est pas plus dans Paris qu'ailleurs, si ce n'est très-évidemment le petit bras de la Seine, depuis le Marché-neuf jusqu'à l'abreuvoir Guénégaud, à cause de l'énorme diminution de passage qu'on a faite au pont de l'hôtel-Dieu, dont je parlerai plus particulièrement ci-après.

Selon les meilleurs plans de Paris, il n'y a, en suivant la rivière, qu'aux environs de deux mille cinquante toises depuis le fossé de l'Arsenal jusqu'au bout des Tuileries, ou à côté du Pont-tournant, d'où, & du nivellement de M. Picard, l'on doit conclure que quand la Seine est basse, l'eau ne doit être plus haute vis-à-vis les fossés de l'Arsenal, qu'à côté du Pont-tournant, que de 2 pieds ou 2 pieds & demi tout au plus ; j'en ferai le nivellement avec soin, dès que j'en aurai le temps ; il faut pour cela que les eaux soient au plus bas, ou au moins que les crèches des piles du Pont-neuf, de ceux au Change & de Notre-Dame, soient à sec pour pouvoir y poser le niveau : l'on va voir comment cette pente change à mesure que la rivière croît.

Toutes les fois que la rivière déborde, lors même que ce n'est que médiocrement, comme en 1751, & en cette année 1764, qui n'a encore été qu'une inondation médiocre, l'eau reflue par le grand égoût depuis les Champs-élisées & le faubourg S.t Honoré, jusqu'au réservoir du Pont-au-choux ; en 1740, il y eut près de 5 pieds d'eau sur les dales du fond ; elle monta 7 pouces justes au-dessus des murs, mesurée

au commencement de l'égoût, près du réſervoir, du Pont-aux-choux; en 1751, il n'y en eut qu'aux environs de 18 à 20 pouces ſur les dales du fond, & cette année un peu plus de 2 pieds.

L'eau eſt alors de niveau dans toute la longueur du grand égoût, parce que le peu qui en vient des égoûts particuliers, lorſqu'il ne pleut pas, n'eſt rien en comparaiſon du volume que la hauteur de celle de la rivière y ſoutient, ou s'il y a quelque différence, elle doit être bien petite; car lorſque l'air eſt calme, on n'aperçoit aucun mouvement aux ordures qui flottent ſur l'eau, & s'il y avoit quelque pente, elle ſeroit à l'avantage de ce que je veux prouver; mais je la regarde en cet état comme étant de niveau dans toute la longueur de l'égoût avec celle qui couvre une partie du faubourg Saint-Honoré & ſous les Champs-élyſées & avec celle du foſſé du Pont-tournant, la communication de l'un & de l'autre avec la rivière ſe faiſant à peu-près par le même endroit, parce qu'elle ne coule pas le long des jardins du faubourg, ou ſi elle y coule, c'eſt inſenſiblement.

D'autre part, l'eau des foſſés de l'Arſenal & de la Baſtille, vient juſque vis-à-vis le milieu du réſervoir du Pont-aux-choux à 20 ou 25 toiſes près du commencement du grand égoût dont je viens de parler, de ſorte que, par un ſeul coup de niveau & donné même d'aſſez près, on peut voir de combien, dans ces temps d'inondation, l'eau de la Seine, conſidérée vis-à-vis le foſſé de l'Arſenal, eſt plus haute que celle des Champs-élyſées ou que celle du foſſé du Pont-tournant, qui eſt alors à très-peu près la même choſe, comme je viens de le faire remarquer.

Je ne penſai, en 1740, à profiter de cette occaſion favorable pour faire ce nivellement, qu'après que l'inondation fut paſſée; celle de 1751 n'ayant pas été conſidérable, je craignis quelque inégalité dans le niveau de l'eau le long du grand égoût, parce qu'il pleuvoit aſſez fréquemment.

L'inondation ayant été plus forte cette année de 8 à 10 pouces que celle de 1751 & le temps plus favorable, j'ai

été faire le nivellement que je manquai en 1740, & afin que ceux qui voudront suivre ces observations, lorsqu'il surviendra d'autres inondations, puissent le faire aisément, j'ai déterminé avec soin, au moyen d'un niveau à lunette, la différence des hauteurs de deux repaires très-aisés à reconnoître; l'un répond sur l'eau qui vient des fossés de la Bastille, & l'autre sur l'eau du grand égoût.

Le premier de ces repaires, est le dessous du cordon du revêtement du rempart, pris vis-à-vis le milieu du mur du réservoir; l'autre est le dessous de la plinthe qui traverse le dessus de la voûte de l'aqueduc au commencement de l'égoût découvert; le dessous du cordon est de 87 pouces 9 lignes plus haut que le dessous de la plinthe.

Cela connu, mesurant, lors d'une inondation, la distance du dessous de la plinthe à l'eau dormante de l'égoût, on l'ajoutera aux 87 pouces 9 lignes qu'il y a entre les deux repairs, & l'on aura l'élévation du dessous du cordon sur l'eau de l'égoût, d'où ôtant la distance du dessous du cordon à l'eau qui vient par le fossé de l'Arsenal, le reste sera l'élévation de la surface de l'eau de l'Arsenal sur celle de l'égoût ou des Champs-élysées, ou bien ce dont l'eau de la Seine vis-à-vis le fossé de l'Arsenal est plus haute que celle de la même rivière vis-à-vis le bout des Tuileries.

Le 9 Février de cette année, l'eau de l'égoût est venue à 80 pouces 6 lignes sous la plinthe, & celle du fossé de l'Arsenal à 114 pouces 9 lignes sous le dessous du cordon; ajoutant la première hauteur 80 pouces 6 lignes aux 87 pouces 9 lignes qu'il y a entre les deux repairs, la somme sera 168 pouces 3 lignes, ôtant les 114 pouces 9 lignes qu'il y avoit du dessous du cordon à l'eau des fossés de l'Arsenal, reste 53 pouces 6 lignes ou près de 4 pieds $\frac{1}{2}$ que l'eau étoit plus haute avant les ponts qu'après.

Si l'on veut maintenant savoir, de combien en 1740 l'eau du fossé de l'Arsenal étoit plus haute que celle du Pont-tournant, on n'a qu'à ajouter aux 4 pieds 5 pouces $\frac{1}{2}$ ci-dessus, les 14 pouces $\frac{1}{2}$ que l'inondation de 1740 avoit de plus à l'Arsenal

qu'au Pont-tournant sur celle de 1764, comme on le voit ci-devant par la comparaison des inondations, la somme 5 pieds 8 pouces est la quantité dont l'eau à l'Arsenal étoit plus haute en 1740 qu'au Pont-tournant, ou peut-être quelque chose de plus, attendu que l'eau des fossés de l'Arsenal devoit communiquer avec celle de la rivière plus près de la Rapée; mais toujours peut-on assurer qu'en 1740, l'eau étoit plus haute à l'amont de tous les ponts qu'à l'aval, de plus de 5 pieds 8 pouces.

Je me souviens très-bien, & cela est écrit dans mon journal, que l'eau dans le fossé du Pont-aux-choux, venant par le fossé de l'Arsenal, me paroissoit, à la vue simple, être de niveau avec celle du résérvoir qui étoit plein, & que si elle eût encore augmenté de quelques pouces, elle se seroit répandue sur le terre-plein qui est entre le fossé & le réservoir, & seroit venue battre contre le mur qui l'entoure, & que sans tous les ouvrages nouvellement faits en cet endroit, réservoir, aqueduc, terre-plein, bâtiment, &c. que M. le Prevôt des Marchands Turgot venoit de faire finir, lesquels ont élevé de 5 à 6 ou 7 pieds tout le terrain qui communique par la tête de l'égoût du rempart au chemin de Ménil-montant élevé de même, l'eau auroit formé un courant par les marais du Temple, n'y ayant pas alors d'autres endroits plus élevés pour l'empêcher de passer, & elle eût inondé & endommagé tous les marais qui sont de-là à Chaillot, parce qu'il n'en est pas des jardins inondés comme des prés lorsque c'est par une eau courante; elle eût de plus inondé partie des rues du Temple & vieille rue du Temple, des rues S.t Martin, S.t Denys & Montmartre.

Par la hauteur que l'eau a de plus à l'Arsenal qu'au Pont-tournant, lors des inondations, on peut juger de la prodigieuse vîtesse qu'elle doit avoir aux passages des ponts, sur-tout dans le bas de ceux qui présentent le plus d'obstacles; car quoiqu'en pleine rivière, l'eau ait plus de vîtesse à la surface qu'au fond; c'est le contraire entre les piles des ponts; & d'autant plus que le passage de l'eau est plus resserré, la surcharge de l'eau, du côté d'amont, fait là le même effet qu'à la sortie d'une

vanne d'écluſe : je ſai que l'on peut demander, l'aval n'étant pas libre ici comme à la ſortie d'une écluſe, comment il peut ſe faire qu'entre les piles des ponts l'eau ait plus de vîteſſe au fond qu'à la ſurface, & qu'après avoir paſſé le pont, le contraire revienne; celle du fond à l'aval du pont, dira-t-on, doit empêcher celle du fond, d'entre les piles, de prendre plus de vîteſſe qu'elle n'en a elle-même; je réponds que cette vîteſſe plus grande au fond qu'à la ſurface n'eſt telle qu'entre les piles, & encore quelques toiſes après, l'eau reprenant peu à peu ſa manière ordinaire de couler; le ſurplus d'eau qui paſſe par le bas, ſe rangeant à droite & à gauche, à l'aval des piles où on la voit tourbillonner à la ſurface en montant du fond avec impétuoſité : j'invite ceux qui ne l'ont pas remarqué de le faire dans le temps que la rivière eſt fort haute, & ſur-tout au Pont-royal où l'eau ayant plus de profondeur, prend d'autant plus de vîteſſe dans le bas; il faut, pour voir cela bien ſenſiblement, que la rivière ſoit haute, afin qu'il y ait plus de ſurcharge du côté d'amont.

Cette vîteſſe augmente doublement dans les inondations à meſure que l'eau croît, à cauſe de la diminution du paſſage par les reins des arches, & c'eſt alors que les fondations des ponts ſont en danger, l'eau tendant à ſe faire paſſage *par-tout*, coule avec rapidité entre les têtes des pilotis qu'elle déchauſſe peu à peu, & à la fin le pont tombe; par où tout le monde peut voir combien il ſeroit mieux que le paſſage de l'eau fût toujours, s'il étoit poſſible, plus grand & plus libre à l'endroit des ponts qu'ailleurs, comme l'a prudemment pratiqué M. de Regemorte, en doublant la largeur de l'allier pour le pont qu'il a fait conſtruire à Moulins, où juſqu'à lui les plus habiles Ingénieurs avoient échoué, ſans parler des autres précautions qu'il a priſes relativement à la difficulté du terrain, qui ſont telles que ce pont durera vraiſemblablement autant que les pierres avec leſquelles il eſt conſtruit.

Non-ſeulement les ponts & les quais reſſerrent trop le lit de la rivière dans Paris, mais on a encore embarraſſé ou diminué d'une étrange manière le peu de paſſage qu'on avoit d'abord

d'abord laiſſé à quelques-uns ; c'eſt ce que je me ſuis propoſé de rendre ſenſible dans ce Mémoire, afin qu'on puiſſe le corriger ou le diminuer lorſque l'occaſion favorable s'en préſentera.

J'ai déjà dit, dans le projet pour procurer de l'eau à Paris, qu'il eſt fâcheux pour cette ville qu'on ait laiſſé conſtruire le quai de Gêvres, ſur le lit même de la rivière, en avançant de la valeur d'une arche & d'une pile des ponts au Change & de Notre-Dame ; car les piles de ce quai, le long mur qui lui ſert de culée, lequel bouche, du côté d'amont, un tiers de la première arche du pont Notre-Dame ; les reins de cette longue voûte, qui avec ſes piles ne forment preſque qu'un long tuyau qui va en diminuant du côté du pont au Change, formant un obſtacle conſidérable au paſſage de l'eau, lequel joint à ceux que préſentent la digue que l'on a faite devant les deux premières arches du pont Notre-Dame, pour envoyer l'eau aux roues des pompes quand la rivière eſt baſſe, les deux charpentes de ces machines, les ailerons qui mènent l'eau dans les courſiers des roues, le puiſard des pompes qui eſt entre deux, les roues, leurs chaſſis & les pales ; tous enſemble forment certainement autant d'obſtacles dans tous les temps, que ſi on bouchoit entièrement une arche & plus des ſix qu'a ce pont ; joignant à cela l'obſtacle indiſpenſable des piles & des crêches, le tout fait au moins le tiers du paſſage de ce bras de la rivière. On ne conçoit pas, lorſqu'on conſidère combien les ponts & les quais faits avant l'ouvrage dont je parle, rétréciſſoient déjà le paſſage de l'eau quand la Seine débordoit, comment les Architectes ou Experts, chargés d'examiner les avantages & les inconvéniens de la conſtruction du quai de Gêvres, dans la rivière même, firent ſi mal leur devoir, vu ſur-tout les oppoſitions du Bureau de la Ville à l'enregiſtrement des Lettres patentes qui permettoient la conſtruction de cet ouvrage, indépendamment de l'obſtacle que ce quai alloit faire dans la rivière, on auroit encore dû conſidérer qu'il devoit naturellement être où eſt la rue de Gêvres, il eut été d'alignement avec celui de la Mégiſſerie, déjà conſtruit, & le quai Pelletier, qu'on a conſtruit depuis ; au lieu que tel qu'il

eſt, il ne fait aucune décoration pour la Ville, il ne donne aucune commodité au public, perſonne n'en jouit, ou ſi quelques-uns en jouiſſent, ce n'eſt que pendant le jour, car on a été obligé d'en fermer toutes les entrées lorſqu'on ferme les boutiques, parce qu'il étoit devenu un *coupe-gorge*, dit Piganiol de la Force, ſans compter que contre l'inſtitution, perſonne ne jouit de la vue de la rivière, & on ne peut pas dire que ce ſoit un quai, mais une allée aſſez étroite.

L'autre obſtacle qu'on pouvoit ſe diſpenſer d'oppoſer au libre paſſage de l'eau, eſt ſur l'autre bras de la rivière, & joint par conſéquent ſon effet à celui du précédent.

L'hôtel-Dieu obtint en 1625, la permiſſion de bâtir un pont ſur le petit bras de la Seine qui coule le long de ſes murs, pour bâtir deſſus une ſalle pour les malades: ce pont, qu'on nomme le pont-au-double, fut fait de trois arches, & auroit livré à l'eau autant de paſſage, & même plus que le Petit-pont qui eſt au-deſſous, ſi on n'eût pas conſtruit en même temps, & partie ſur le lit de la rivière, le bâtiment qui eſt le long de la rue de la Bucherie, embraſſant une arche & une pile de ce nouveau pont, de la même manière que le fait le quai de Gêvres pour le pont Notre-Dame, ſi ce n'eſt que le paſſage de l'eau étoit bien moins libre ici, étant obligée de ſortir par deux petites ouvertures qu'on pratiqua ſur la face du bâtiment, n'ayant point d'iſſue au bout, où eſt le Petit-châtelet; & pour rendre cette arche tout-à-fait inutile au paſſage de l'eau, on l'a murée du côté d'amont, & fait un batardeau par-devant rempli de terre de 12 à 15 pieds de hauteur ou davantage; & enfin pour ſurcroît d'obſtacle, on a encore bâti un autre pont dans l'enceinte dudit hôtel-Dieu, qui n'a que deux arches encore moindres que celles du Pont-au-double.

Voilà donc pour le moins une diminution du tiers de la valeur des deux bras de la rivière, au lieu d'avoir fait le contraire, ce qui eſt la principale cauſe de cet énorme regonflement à la Grève, à la place Maubert & au-deſſus. Ces obſtacles de trop au paſſage de l'eau, rendant les inondations beaucoup plus étendues,

sont cause que beaucoup plus de caves sont inondées, que beaucoup plus de Marchands de vins, d'épiceries & autres, sont obligés d'en tirer leurs marchandises, contribuent à la ruine des fondations de beaucoup plus de maisons, par le séjour que l'eau y fait, nuisent à la santé & au commerce des Citoyens, & peuvent causer un jour la chute de quelque pont par le trop de vîtesse que cette surcharge d'eau fait prendre aux endroits trop rétrécis; ces maux se manifestent rarement sur le champ, mais ils n'en sont pas moins réels.

Voyant évidemment que ce sont ces obstacles sur-tout qui augmentent si considérablement les inondations dans Paris & au-dessus, & qu'ils peuvent être un jour la cause d'un plus grand malheur, je me crois obligé de le faire connoître: si quelqu'un eût rendu sensible, il y a cent quarante ans, les regonflemens occasionnés par les obstacles qu'il pouvoit y avoir alors, il est vraisemblable que le quai de Gêvres & le bâtiment de l'Hôtel-Dieu n'eussent pas été construits comme ils le sont; il faut que le mal soit connu de tout le monde, afin que quelqu'un le corrige & qu'on évite de l'augmenter. * De ce qu'on a tant diminué le passage de l'eau à l'endroit même où le petit bras de la rivière étoit déjà le plus étroit, il en résulte encore un autre inconvénient, que tout le monde sentira aisément.

Le passage de l'eau au pont de l'hôtel-Dieu, lorsqu'elle est haute, n'est guère que le quart, si tant est qu'il le soit, du passage qu'il y a entre le quai des Augustins & celui des Orfévres; par-là, quelle que soit la vîtesse de l'eau au pont de l'hôtel-Dieu, elle coule quatre fois moins vîte quand elle est parvenue entre les quais des Augustins & des Orfévres, & alors elle y dépose, ainsi qu'à l'abreuvoir Guénégaud, le sable qu'elle entraînoit ailleurs: ce qui fait qu'on est obligé d'en recreuser le lit de temps à autres dans ces endroits-là.

* Ceux qui ont l'Histoire de Paris, par D. Félibien, peuvent voir, *Tome V, page 154*, que dès l'année 1658, le Bureau de la ville se plaignoit des dommages causés par ces deux principaux obstacles; ce que je dis confirme les raisons qu'il avoit de se plaindre.

Connoissant maintenant cette grande élévation que l'eau de l'Arsenal où de la Rapée a sur celle des Champs-élysées, dans les temps des inondations, l'on regrettera sans doute qu'on n'ait pas fait le canal tant de fois proposé, qui devoit prendre au fossé de l'Arsenal selon les uns, & à la Rapée selon d'autres, passer par les marais du Temple, les fauxbourgs S.t Martin & S.t Denys, & rentrer dans la rivière à la Savonnerie.

Mais l'on sentira aisément, si l'on y réfléchit, que ce canal n'auroit pas diminué de 4 à 5 pouces les plus grandes inondations & auroit coûté beaucoup, tant par l'achat de terrains chers, que par les indemnités, fouilles & transports des terres, & encore plus par neuf à dix ponts qu'il falloit construire dessus & par plusieurs autres ouvrages nécessaires, abreuvoirs, ports, portions de quais, têtes d'égoûts, &c. l'eau auroit coulé beaucoup plus lentement dans ce canal que dans son lit ordinaire, ne pouvant y avoir que la même quantité de pente distribuée dans un contour de canal d'un tiers plus long, plus embarrassé de ponts, moins droit & très-étroit, parce qu'il ne devoit avoir que 22 à 24 toises de largeur, dans lequel l'eau seroit entrée de côté & trouvant toujours au bout le bassin de la rivière aussi plein que si toute l'eau eût passé dans Paris; ce canal eût pu être un cloaque fâcheux toutes les fois que la rivière auroit été basse, à cause de son peu de pente & que tous les égoûts y aboutissent: ainsi outre tous les autres ouvrages utiles dont on est redevable à M. Turgot, & dont je ferois l'énumération avec plaisir si c'en étoit ici le lieu, on lui a l'obligation d'avoir fait construire le grand égoût, par le moyen duquel il a rendu tout ce quartier habitable, l'a garanti de l'inondation de 1740 & autres semblables, comme je l'ai déjà fait voir, & a vraisemblablement detourné pour jamais une opération très-coûteuse & presque inutile.

Voici encore des notes ou observations sur les inondations que j'ai trouvées au-dessous de Paris : quelques personnes seront bien aises de les connoître, attendu qu'elles viennent à l'appui de celles faites dans Paris, & rapportées ci-devant.

On trouve à la machine de Marli, à côté de la grande

porte, les marques des inondations de 1690, 1711, 1740 & 1751; la marque de l'inondation de 1740 est la plus haute; celle de 1711 est la première au-dessous; il y a douze pouces justes entre deux; celle de 1690 est un pouce plus bas que 1711 ou 13 pouces sous celle de 1740, & 1751, 34 pouces; j'ignore où est montée 1764.

J'ai trouvé au Couvent de S.t Nicaise de Meulan, la marque du grand débordement de 1658; cette marque est, où elle étoit il n'y a que huit ou dix ans, à une porte du cloître près de l'église; on n'y a pas marqué l'inondation de 1740, mais il y avoit encore dans la maison plusieurs Religieux qui y avoient vu cette dernière inondation, ils nous montrèrent, à M. Morand de cette Académie, & à moi, l'endroit où elle étoit montée; elle ne vint là qu'à 30 ou 31 pouces près de celle de 1658. Je trouvai en quelques autres endroits de Meulan, à l'aval du pont, la même différence entre 1740 & 1751, qu'à la machine de Marli, mais bien moins qu'à la Grève & à la place Maubert.

J'ai enfin trouvé dans le jardin des Capucins de Poissy, contre le mur de leur maison, les marques & dates des inondations de 1651, 1658 & 1740; celle de 1658 n'est là plus haute que celle de 1740 que de 30 pouces, & j'ai rapporté ci-devant qu'elle l'est de 33 pouces ½ aux Célestins de Paris; cela vient de ce que le passage de l'eau est bien moins rétréci à Poissy, où il n'y a aucun quai & qu'un pont très-long, qu'à Paris où elle seroit montée encore plus haut, à cause de tous les obstacles dont j'ai parlé, si elle n'avoit passé très-abondamment par les marais du Temple, fauxbourgs S.t Martin & S.t Denys. La marque de l'inondation de 1651 est 2 pouces ¾ plus basse que celle de 1740; ce qui ne s'accorde pas, non plus que ce que j'ai trouvé dans la maison du coin du cul-de-sac d'Amboise pour l'inondation de 1649, avec ce que M. Bonamy rapporte du P. de Thoulouse, Chanoine de Saint-Victor, qui dit *, en parlant de l'inondation de 1658, que *les eaux furent aux moindres endroits 5 pouces plus hautes qu'en 1649 & 1651*. On n'entend guère ce

* *Voy. Mém. de l'Acad. des Belles-Lettres, t. XVII, p. 705.*

que veulent dire ces mots *aux moindres endroits;* 5 pouces sont une bien petite différence : ce seroit presque la même chose qu'en 1658, & on en devroit trouver les marques quelque part. Si on peut former quelque doute sur ce qu'on trouve dans la maison du coin du cul-de-sac d'Amboise pour l'inondation de 1649, il n'en peut pas être de même pour la marque de 1651, qu'on trouve dans le couvent des Capucins de Poissy; la manière dont cela est marqué, la maison & le défaut de marque contradictoire doivent y donner toute la confiance nécessaire.

Si ceux qui ont pris la peine de marquer au Port au blé l'inondation de 1651 près de 7 pieds au-dessus de celle de 1658, avoient pris celle de s'informer ou de faire quelque recherche à ce sujet, ils ne l'auroient pas mise aux environs de 9 pieds 6 pouces plus haute qu'elle le fut réellement; ils auroient vu que les Historiens de Paris ne parlent des inondations de 1649 & 1651 que comme d'inondations telles qu'il en arrive de temps à autres, mais non comme d'inondations inouïes, & qu'ils qualifient de prodigieuse celle de 1658: elle le fut en effet, car que l'on se représente dans toute la plaine au-dessus de Paris, à droite & à gauche de la rivière, près de 3 pieds d'eau au-dessus de ce que nous y en avons vu en 1740, tout Bercy & tout le faubourg S.t Antoine dûrent être dans l'eau; l'endroit où est le réservoir de l'égoût & ses environs n'étant pas alors, ni à beaucoup près, aussi élevés qu'ils le sont aujourd'hui, il dut y avoir en cet endroit 5, 6 ou 7 pieds d'eau sur le terrain naturel, & comme il étoit alors bien moins couvert de maisons, & qu'il étoit le plus élevé entre les faubourgs S.t Antoine & S.t Martin, puisque les égoûts de la ville couloient, les uns vers la porte S.t Antoine, & les autres vers Chaillot ; on voit que l'eau dut passer en abondance & couler très-rapidement dans toute cette plaine, inondant & ravageant tous les marais dont elle dut emporter toute la bonne substance ; ce fut l'eau de ce courant, laquelle entrant par l'égoût de la rue S.t Louis, inonda tout le marché S.t Paul & la rue S.t Antoine jusqu'à l'église du petit S.t Antoine; & entrant par l'égoût de la rue du

Ponceau, elle inonda les rues S.t Martin & S.t Denys, communiquant de l'une à l'autre par la rue aux Ours, & vint dans la rue S.t Denys jusqu'à la rue des Prêcheurs, comme le rapporte M. Bonami, d'après les Mémoires manuscrits du P. de Thoulouse, Chanoine de S.t Victor, par où ceux qui connoissent bien le sol de Paris, peuvent conclure que les rues du Temple & vieille rue du Temple, rue Montmartre & quartiers adjacens, dûrent être de même inondés; car l'eau étant, par exemple, dans la rue S.t Denys jusqu'à la rue des Prêcheurs, elle dut venir par la rue Montmartre jusque vers la Halle, ou au moins à la pointe S.t Eustache, & par les rues du Bout-du-monde, de S.t Sauveur & autres des environs, se joindre à celle qui remplissoit la rue S.t Denys.

Que ceux qui ont vu l'inondation de 1740, ou qui ont le Plan que M. Buache fit à cette occasion, considèrent jusqu'où 30 à 33 pouces de hauteur d'eau qu'il y eut de plus en 1658, dûrent étendre cette inondation dans Paris, & d'autant plus que toutes les rues étoient alors plus basses, ils verront qu'une très-grande partie des faubourgs S.t Marcel & S.t Victor furent dans l'eau, ainsi que tout le quartier Saint Bernard; j'ai la preuve, par un nivellement que j'ai fait le long de la rue S.t Victor, que l'on alloit en bateau depuis S.t Julien-le-pauvre & le milieu de la rue des Noyers, jusqu'auprès de l'abbaye S.t Victor, ainsi que dans toute la rue S.t André-des-arts, dans celle de l'Université, & dans celle du Bacq jusqu'auprès de la grille des Jacobins, & à plus forte raison dans presque tout ce qui est entre ces rues & la rivière, en supposant tous ces terrains aussi élevés qu'ils le sont; l'on devoit aller de même en bateau dans la rue S.t Honoré, depuis la rue des Poulies jusqu'aux Quinze-vingts, & depuis la rue de l'Échelle jusqu'à la porte S.t Honoré, & dans presque tout le faubourg de ce nom, la Ville-l'évêque & partie du Roule, où il y avoit en certains endroits jusqu'à 8 & 10 pieds d'eau; il seroit trop long de détailler toutes les autres rues & quartiers qui furent inondés: cela doit suffire pour faire sentir que Sauval n'avance rien de trop, quand il dit

que plus de la moitié de ce qu'on nomme la Ville fut inondé.

Qu'on se représente donc, si on le peut, toute la désolation que cela dut causer, tant au dedans qu'au dehors de la ville; cette quantité prodigieuse de monde qui ne pouvoient sortir de chez eux qu'en bateau, la plupart manquant de tout; les Maragers, leurs femmes & leurs enfans relégués dans leur grenier ou sur le faîte de leur maison, sans pain & sans bois, ni moyens pour en avoir; leurs meubles & leurs denrées dans l'eau en attendant que la maison s'abîme sous les flots, si quelque Batelier secourable ne vient les tirer de ce danger; la moitié des Boulangers sans bois & sans farine, ayant plusieurs pieds d'eau dans leur boutique, bien loin de pouvoir travailler pour le public, étoient obligés d'avoir recours à leurs confrères pour eux-mêmes; les autres ne pouvoient suffire à des besoins aussi multipliés, la plupart n'ont point les moyens nécessaires pour faire des provisions de bois & de farine, ni la place pour les mettre, & tous les chantiers étoient dans l'eau. On fit bien venir du pain de tous les environs; mais où trouvera-t-on le nombre suffisant de Bateliers, & encore plus de bateaux pour fournir à tous les besoins de ce nombre immense d'habitans inondés, tant au dedans de la ville qu'au dehors? le Batelier appelé de vingt endroits à la fois, ne peut suffire à tous; ajoutons à cela la terreur que dut répandre dans tous les esprits la chute du pont Marie; on devoit craindre que les autres n'éprouvassent le même sort; il n'y avoit peut-être personne dans Paris qui n'eut quelqu'un des siens dans l'embarras, parens ou amis; la seule humanité suffisoit pour causer par-tout la plus grande consternation.

Les inondations de 1649 & de 1651, avoient occasionné beaucoup d'assemblées & de délibérations à l'Hôtel-de-ville, pour aviser aux moyens de diminuer ces grandes inondations dont Paris s'est souvent vu affligé, comme on le voit dans les Historiens de cette ville; cet évènement les fit renouveler avec une bien plus ferme résolution d'y faire travailler, le Roi l'ordonna, & le Parlement rendit des Arrêts en conséquence: on remit sur le tapis les propositions faites en 1551, 1649
&

& 1651, d'un canal autour de Paris du côté du nord, ainsi que d'autres projets dont il est parlé dans l'Histoire de cette Ville, par Dom Félibien; mais à mesure que le mal s'est éloigné, on l'a oublié comme s'il ne pouvoit plus revenir. On avoit résolu & arrêté de construire le premier; je crois en avoir assez dit pour faire sentir que ç'eût été de la dépense perdue, & qu'il est heureux qu'on ne s'y soit pas déterminé.

Le seul moyen qui paroisse pouvoir produire un effet qui réponde à la dépense qu'il y aura à faire, s'il est possible, & il fut alors proposé, est de saigner la Marne sous Gournay par un canal, qui passant par Villemomble & Bondy, portera dans la Seine, à Saint-Denys, l'excédant de l'eau nécessaire à la navigation, toutes les fois qu'il y en aura; par-là le bassin de la Marne, depuis la prise du canal sous Gournay jusqu'à Charenton, & celui de la Seine depuis Charenton jusqu'à Saint-Denys, seront dans toutes les inondations, beaucoup moins pleins, tant dans la campagne que dans Paris, & il y aura par conséquent beaucoup moins de dommages à réparer.

Il semble que ce projet ne fut rejeté que parce qu'il devoit coûter plus cher que l'autre; c'est-là tout ce que j'en ai pu apprendre, quelque recherche que j'aie faite : il me paroît cependant le seul raisonnable, par la simple connoissance que j'ai du local, tout le terrain qui est entre Gournay, Villemomble, Bondy & Saint-Denys, étant très-plat, & la Marne à Gournay devant être plus haute que la Seine à Saint-Denys, d'environ une trentaine de pieds. Je me propose de l'examiner avec soin dès que j'en aurai le temps, pour savoir quelle excavation il y auroit à faire aux endroits les plus élevés, afin que cela reste connu, soit pour, soit contre. Si je ne le faisois pas, j'exhorte ceux qui se seront occupés de ces matières à vérifier les hauteurs de ce terrain; ils n'auront pas le mérite de l'invention, non plus que moi; mais il intéresse le bien public, & par cette raison, l'Académie; si le moyen est possible, sans de trop grands inconvéniens, il mérite d'avoir place dans nos Mémoires, afin qu'il ne se perde plus, & que le Public le connoisse & le juge; il l'approuvera s'il y a plus d'avantages que d'inconvéniens, &

il pourra avoir lieu un jour; ou il le condamnera dans le cas contraire: c'est un juge intègre à qui rien n'échappe, & qu'il seroit très à propos de consulter, en publiant les projets long-temps avant que de les entreprendre, toutes les fois qu'il s'agit d'objets qui l'intéressent.

Il seroit satisfaisant, qu'il y eût dans Paris, sur quelque monument durable, où arrive l'eau dès que la rivière déborde, les marques des inondations connues & remarquables, établies d'après des recherches faites avec soin.

Les deux monumens les plus propres pour cela, sont les galeries du Louvre à droite ou à gauche du guichet Froid-manteau, & l'extrémité de l'Hôtel-de-ville la plus proche de la rivière; chacune de ces échelles étant faite suivant les exhaussemens que la rivière prend dans chaque endroit.

Si peu que la rivière sorte de son lit, elle vient à l'un & à l'autre de ces deux endroits, sur-tout au guichet Froidmanteau; on ne peut même guère nommer inondations remarquables les crûes d'eau qui n'en mettent pas plus de 3 pieds sur le pavé à l'entrée du guichet; c'est d'ailleurs l'endroit de Paris le plus passant & le plus convenable à tous égards pour cela; peu de bâtimens dureront plus long-temps que les galeries du Louvre, & il n'y en a pas de mieux exposés à la vue du Public.

Le coin de l'Hôtel-de-ville est à peu-près dans le même cas; quand même ce bâtiment cesseroit d'être l'Hôtel-de-ville, comme on l'a déjà plusieurs fois projeté, il n'est pas vraisemblable qu'on le détruise d'ici à plusieurs siècles.

Connoissant, sur l'un & l'autre de ces monumens, l'endroit précis où est venue une inondation & les différences de hauteurs de celle-là avec les autres, relativement à l'endroit, le reste est aisé.

Or j'ai vu & remarqué avec soin, lors de l'inondation de 1740, qu'elle monta de 21 pouces au-dessus de la corniche qui est entre l'arcade de l'Hôtel-de-ville & le coin du même bâtiment, d'où l'on conclud, au moyen de ce qui a été dit ci-devant, que l'inondation de 1711 fut 9 pouces au-dessus de la même corniche; celle de 1764, 13 pouces sous la corniche, à compter de son dessus; & celle de 1751, 22

pouces $\frac{1}{2}$; on mettra 1690 à 8 pouces au-dessus de la corniche, 1651 à 18 pouces $\frac{1}{4}$, 1649 à 12 pouces, le tout au-dessus; enfin je crois qu'il faut y mettre celle du 28 Février 1658, environ 31 à 32 pouces au-dessus de 1740 ou 52 à 53 pouces au-dessus de la corniche; car elle dut être ici moins au-dessus de 1740 qu'aux Céléstins, par la même raison que celle de 1740 excède plus celles qui sont moindres qu'elle, au-dessus des ponts Marie & de la Tournelle, qu'à la Grève & à la place Maubert, où l'on pourroit aussi marquer sur la fontaine les mêmes choses qu'à la Grève, en partant de la retraite & sachant que le 9 Février 1764, l'eau est venue à 7 pouces $\frac{1}{4}$ sous la retraite, & par conséquent 26 pouces $\frac{3}{4}$ au-dessus de la même retraite le 26 Décembre 1740, & le reste comme à la Grève.

La même inondation de 1740 est montée à gauche du guichet Froidmanteau de 22 pouces $\frac{1}{2}$ au-dessus de la grande retraite ou à 25 pouces $\frac{1}{2}$ sous le joint du dessous de la plinthe qui répond à l'imposte de la voûte du guichet; ce qui s'est accordé avec 8 pouces de hauteur d'eau qu'il y avoit au bas de l'escalier intérieur du logement où étoit alors le sieur Langlois, & avec 2 pouces $\frac{1}{2}$ sous la retraite où est venue l'inondation de 1764, en partant toujours de cette retraite prise au second pilastre à gauche du guichet Froidmanteau, l'inondation de 1751 est restée 10 pouces $\frac{1}{2}$ au-dessous, celle de 1711 dut monter 11 pouces $\frac{1}{2}$ ou environ au-dessus de la même retraite; la différence entre elle & celle de 1740 devant être moindre ici qu'à la Grève; 1690 un pouce moins qu'en 1711, 1649 à 14 pouces au-dessus de la retraite, 1651 à 20 pouces, enfin je crois qu'il faut y marquer celle du 28 Février 1658, 27 à 28 pouces au-dessus de 1740 ou 49 à 50 pouces au-dessus de la retraite, car elle dut être ici encore moins au-dessus de 1740 qu'à la Grève, par la même raison que celle de 1740 fut ici moins au-dessus de celles de 1751 & de 1764, mais on ne peut pas dire précisément à quelle hauteur parvint ici l'inondation de 1658, parce que l'effet des obstacles n'augmente pas proportionnellement aux crûes de l'eau, & on le

peut d'autant moins qu'il n'y avoit alors qu'un pont de bois à la place où est à présent le Pont-royal, qu'on avoit construit une vingtaine d'années auparavant, lequel résista à l'effort de l'inondation, & que la partie de l'inondation qui passoit avec rapidité par les marais, rentrant dans la rivière par les Champs-élisées, contribuoit à soutenir l'eau un peu plus haute dans Paris, en remplissant le bassin par une eau qui n'avoit pas passé dans la ville.

On pourroit peut-être objecter que cette inondation ayant été à Poissy & à Meulan 30 à 31 pouces plus haute qu'en 1740, elle devoit l'être ici aussi. Ceux qui connoîtront le pont de Poissy, qui sauront que le couvent des Capucins est à l'amont du pont, & qui auront fait attention au nombre de moulins qui embarrassent le passage de l'eau, ne seront pas étonnés de cette différence d'élévation. Quant à la même hauteur trouvée à S.t Nicaise de Meulan, je ne puis que rapporter la mesure que j'ai prise d'après ce qu'on me dit, M. Morand présent, de l'inondation de 1740, & dire que les arches des ponts sont fort petites, comme le sont celles de tous les anciens ponts, & faire observer que du côté des muraux il y a une longue & haute chaussée qui a dû contribuer à rendre l'inondation plus haute à l'amont du pont où est situé S.t Nicaise, qu'à l'aval du même pont.

Comme l'on va relever les tablettes des côtés du Pont-tournant, ceux qui voudront comparer encore en cet endroit les inondations à venir aux trois que j'y ai vues de 1740, 1751 & 1764, pourront le faire en partant du dessus du cordon du revêtement de la place, observant que ce dessus du cordon près le Pont-tournant, a été posé 6 pouces $\frac{1}{4}$ plus haut que la tablette où j'ai toujours mesuré, ce que j'ai reconnu d'après l'eau même du fossé, le jour qu'elle étoit à 21 pouces du dessus des tablettes.

Je finirai ce Mémoire, par dire qu'il seroit encore à souhaiter qu'il y eût à chaque pont, & en différens endroits des quais, des échelles, par pieds, demi-pieds & quarts de pieds, & réglées d'après celle du Pont-royal qui a été faite avec plus de jugement

que celle du pont de la Tournelle; le plus bas nombre de la première indique la hauteur ou profondeur d'eau qu'il y a à l'endroit où la rivière en a le moins entre Paris & Rouen; cet endroit est ce qu'on nomme le *banc de l'aiguillette*, qui répond, ou à peu près, vis-à-vis la grille de Chaillot ou un peu au-dessus; il est bien plus naturel de partir de la moindre quantité de hauteur d'eau, mais réelle, dans un endroit constant de la rivière, en comptant cette hauteur, que de mettre zéro de l'échelle à la surface de la même eau, lorsqu'elle est aussi la plus basse, parce qu'il est arrivé plusieurs fois depuis les plus basses eaux de 1719, qu'on a pris pour zéro de l'échelle du pont de la Tournelle, que la surface de la rivière a encore été plus basse; ainsi les pieds de cette échelle n'annoncent rien, au lieu qu'en réglant toutes les échelles d'après celle du Pont-royal, mettant pour toutes à la surface de l'eau le même nombre de pieds que marqueroit celle du Pont-royal, dans un temps où la rivière seroit au plus bas, toutes ces échelles annonceroient quelque chose de réel, & tout le monde s'entendroit. Les Mariniers d'enhaut s'y feroient comme ceux d'enbas dès le premier jour qu'on le leur diroit: par la seule inspection des échelles, chacun verroit à chaque pont, lors des inondations, de combien les obstacles de ces ponts s'élèvent les uns sur les autres, & du premier au dernier, & l'on verroit plus aisément la vérité de ce que j'ai dit ci-devant sur les différences des inondations.

Mais ces échelles ne devroient être aux éperons des ponts que jusqu'à la hauteur où l'eau commence à toucher les quais d'un côté ou de l'autre; car il seroit mieux de marquer le surplus des hauteurs de l'eau ou de ces échelles contre les quais en amont & en aval des ponts qu'aux éperons, parce qu'à mesure que l'eau croît, passant dans un endroit de l'arche plus étroit, elle s'élève davantage & passe plus vîte, au moyen de quoi elle est plus basse en sortant de l'arche qu'elle n'est un peu plus loin où elle va moins vîte, & on n'a pas la véritable hauteur comme on l'a quand elle est basse; elle y est d'ailleurs dans une si grande agitation, qu'on ne peut dire où elle est

qu'à quelques pouces près, au lieu qu'étant marquée contre les quais à une distance commode pour être vue des ponts, ayant égard à l'effet de l'inclinaison des murs des quais, on auroit exactement les accroissemens & les diminutions de l'eau : ce seroit une fort petite dépense pour la Ville, & ce n'est qu'une fois pour toujours; mais il faudroit que cela fût fait avec soin, car il y a aux échelles du Pont-royal des pieds plus grands les uns que les autres, & elles ne s'accordent pas entr'elles quand l'eau arrive à 12 ou 15 pieds.



ÉLÉMENS
DES
COMÈTES DE 1763 ET DE 1764.

Par M. PINGRÉ.

J'AI calculé la théorie de la Comète de 1763 sur les seules Observations de M. Messier, faites depuis le 3 Octobre jusqu'au 24 Novembre; il les a lûes à l'Académie. 18 Juillet 1764.

Nœud ascendant	$11^s\ 26^d\ 29'\ 29''$
Inclinaison	72. 39. 29
Périhélie	2. 25. 0. 48
Passage au périhélie en Novembre	$1^j\ 21^h\ 6'\ 29''$
Logarithme de la distance périhélie	9,697597
Sens du mouvement	Direct.

M. Messier est le premier qui ait annoncé à l'Académie l'apparition de la Comète de 1764, qui paroît actuellement. Je l'ai observée depuis plusieurs fois, c'est en partie sur mes observations, mais principalement sur celles de M. Messier que j'en ai déterminé la route suivante.

Nœud ascendant	$3^s\ 19^d\ 20'\ 6''$
Inclinaison	53. 54. 19
Périhélie	16. 11. 48
Passage au périhélie en Février	$12^j\ 10^h\ 29'\ 0''$
Logarithme de la distance périhélie	9,751415
Sens du mouvement	Rétrogade.

Cette Comète a passé très-près de la terre le 3 de Janvier, jour des premières observations de M. Messier; elle tend à son périhélie & va s'approcher du Soleil dont les rayons nous empêcheront vers la fin de ce mois d'observer les mouvemens de la Comète. Elle pourra reparoître en Mars ou même vers le

milieu de Février, après son passage au périhélie ; mais elle sera alors un peu éloignée de la Terre : on a cependant observé des Comètes à une plus grande distance que celle-ci ne le sera en Mars. Je me propose de dresser sur sa route une éphéméride qui en facilitera la recherche. Si on a le bonheur de la voir alors, les élémens que je viens de proposer, pourroient souffrir quelque perfection ; je crois pourtant que les changemens ne s'étendroient qu'à un petit nombre de minutes, vu la promptitude du mouvement géocentrique que nous avons d'abord observé dans cette Comète. Si on la revoit après son passage au périhélie & vers son nœud ascendant on pourroit peut-être lui appliquer avec succès la méthode de M. Euler pour déterminer par les seules observations la durée de sa révolution périodique.



RÉFLEXIONS

RÉFLEXIONS
SUR LES
FORMULES QUE M. EULER A DONNÉES À L'OCCASION DES PARALLAXES.

Par M. LE MONNIER.

DANS les Mémoires de Berlin de l'année 1748, l'on trouve que M. Euler, après avoir introduit la parallaxe de l'azimuth dans l'hypothèse de la Terre aplatie, donne deux formules très-justes & fort simples pour la parallaxe de hauteur, pourvu qu'on en retranche le troisième terme qui est le dernier des trois. L'année dernière il m'envoya ses dernières corrections, savoir $(u - h) = \pi \left(\text{cosin. } h + \frac{\text{sin. } k \text{ cosin. } k}{\text{tang. } \varphi}\right) - \frac{\pi\pi \text{ tang. } h \text{ sin. } k^2}{2 \text{ tang. } \varphi^2}$ ce qui réduit la parallaxe même à $\pi \left(\text{cosin. } h + \frac{\text{sin. } k \text{ cosin. } k}{\text{tang. } \varphi}\right)$. 18 Juillet 1764.

Ou bien, lorsque la Lune passe au méridien, l'azimuth k étant toujours compté du nord & devient pour lors $= - 1$, l'on aura $\pi \left(\text{cosin. } h - \frac{\text{sin. } k}{\text{tang. } \varphi} = \frac{\pi \text{ sin. } (\varphi - h)}{\text{sin. } \varphi}\right)$.

Faisant usage de cette formule & de celle qu'il a donnée pour l'azimuth réduit à l'horizon, il est très-facile par les théorèmes de M. Cotte, d'en déduire les parallaxes de déclinaison, de longitude & de latitude, en se servant de la méthode ordinaire de calculer l'angle parallactique au centre de la Lune dont le lieu se déduit des Tables corrigées.



COMPARAISON

De la latitude des principales Villes du Royaume, déterminée par les Observations astronomiques de M.rs de l'Académie, avec celle qui résulte des triangles.

Par M. CASSINI DE THURY.

5 Septembre 1764.

M. LE MONNIER, en faisant usage de l'observation de la dernière éclipse de Soleil, faite aux environs d'Hennebond par M. d'Après, ayant dit que cet Observateur avoit découvert une erreur de 5 minutes dans la latitude de cette ville, déterminée par les triangles, & que l'on avoit reconnu d'autres erreurs sur la côte de Bretagne; malgré la déférence que j'ai pour les observations de M. d'Après, Observateur exact, j'ai avancé qu'il étoit impossible qu'il y eût une erreur pareille, non-seulement dans la position d'Hennebond, mais encore dans aucun des points fondamentaux de ma Carte triangulaire: en effet, ayant vérifié mes calculs, j'ai trouvé la latitude d'Hennebond de $47^d\ 48'\ 1''$, M. d'Après l'a trouvée de $47^d\ 47'\ 10''$; ainsi il n'y a pas une seule minute d'erreur entre ces deux déterminations qui exigent encore des réductions. M. Pingré, qui a déterminé par ses observations, la latitude du Havre de $49^d\ 29'\ 26''$, ne diffère que de $24''$ de celle qui est marquée dans la Carte; mais que l'on compare la position de toutes les villes rapportées dans les voyages de M.rs de l'Académie, on ne trouvera jamais une minute de différence.

La latitude de Brest a été déterminée très-exactement de $48^d\ 23'\ 12''$ par nos triangles, & de $48^d\ 23'\ 10''$ par M. Picard, avec une différence de $8''$: or il est évident que puisque c'est la même suite de triangles qui passe par Hennebond, qui se termine à Brest; pour peu qu'il y eût une erreur aussi

grossière que celle de 5 minutes, elle auroit également influé sur la position de Brest; mais pour s'assurer encore plus parfaitement de l'exactitude de mes opérations, je rapporterai ici les différens résultats des observations célestes & des opérations trigonométriques qui ont donné les positions en latitude des principales villes de France, telles que je les rapporte ici.

	Par les Triangles.			*Par les Observations.*		
Calais	50d	57'	0"	50d	57'	2"
Cherbourg	49.	39.	0	49.	38.	20
Caën	49.	11.	14	49.	10.	45
Saint-Malo	48.	39.	10	48.	38.	30
Nantes	47.	12.	56	47.	13.	10
La Rochelle	46.	9.	21	46.	10.	15
Bordeaux	44.	50.	30	44.	50.	0
Bayonne	43.	29.	45	43.	29.	0
Montpellier	43.	36.	0	43.	36.	50
Lyon	45.	46.	0	45.	46.	20
Strasbourg	48.	34.	51	48.	34.	35.

Il est à remarquer que comme les lieux des observations ne sont pas les mêmes que ceux des triangles, puisqu'il est rare que l'on choisisse des clochers pour observatoires, il doit toujours y avoir quelque réduction que l'on peut regarder comme la cause des petites différences que l'on remarque.



TROISIÉME MÉMOIRE
SUR LA
MINÉRALOGIE DES ENVIRONS DE PARIS
ET DES CORPS MARINS QUI S'Y TROUVENT.

Par M. GUETTARD.

IL a été queſtion dans mon premier Mémoire ſur la Minéralogie des environs de Paris, des corps marins qu'on rencontre dans les pierres qui entrent dans la compoſition des montagnes, dont eſt formé le baſſin où cette ville eſt placée. Je n'en ai parlé cependant qu'en général, & je ne devois pas alors entrer en des détails ſur cette matière : ces généralités ne peuvent ſatisfaire ceux qui ſont curieux de reconnoître les foſſiles; ils demandent qu'on leur indique avec préciſion les endroits & les ſubſtances dans leſquels on les trouve; qu'on leur ſpécifie les foſſiles qu'on y découvre, de quelle nature ils ſont, s'ils ont conſervé celle qu'ils ont eue primitivement, s'ils en ont changé, & quelle eſt alors celle qu'ils ont priſe.

C'eſt ſur ces connoiſſances que les Amateurs de ces ſortes de productions naturelles ſe déterminent ordinairement dans leurs recherches. Les uns s'attachent à un genre de foſſile préférablement à un autre; les autres aiment mieux les coquilles qui ſont devenues agates ou pierres à fuſil, que celles qui n'ont point été changées, ni en quelque ſorte métamorphoſées: celles-ci ne peuvent pas ſe conſerver auſſi bien & auſſi long-temps que les premières, & demandent beaucoup plus de ſoin & d'attention pour les garder en leur entier.

C'eſt donc pour mettre les Curieux en ce genre en état de ſe procurer ces corps, que j'ai cru qu'il convenoit de donner un peu de détail ſur cette matière, je ne pouvois par-là qu'ajouter à mon travail une partie capable de le rendre plus intéreſſant.

L'on ſait depuis long-temps que les pierres dont on bâtit à Paris, ſont criblées de coquilles. Je l'ai déjà dit, d'après Paliſſi, d'autres ont été plus loin; ils ont avancé que Paris, de même que Vienne en Autriche, étoit bâti de coquilles foſſiles; ils ont ſans doute voulu ſeulement dire que les pierres qui entroient dans les bâtimens de ces deux grandes Villes, étoient des pierres à chaux remplies de coquilles, à moins qu'ils ne penſaſſent que les pierres à chaux ne ſont formées que par des amas de coquilles & d'autres corps marins détruits. Leur ſentiment alors pourroit être vrai en un ſens; mais on devroit dire la même choſe d'une infinité d'autres villes.

Voyez Mém. de l'Acad. 1751, page 240.

M. Geſner, dans ſa Diſſertation ſur les pétrifications, reſtreint cette idée; il veut que la baſe des pierres calcaires, & des marbres qu'on tire aux environs de Paris pour les bâtimens, ſoit de coraux, de madrépores & des autres corps de cette claſſe. On peut trouver ſans doute de ces corps dans les pierres à chaux des environs de Paris; mais ils y ſont certainement très-rares: ceux dont je parlerai dans ce Mémoire, ſont attachés à la ſurface extérieure, à l'écorce des cailloux des pierres à fuſil qu'on tire à Bougival, & dont on ne fait guère d'uſage à Paris que pour les employer comme pierres à briquet; on les caſſe à cet effet en éclats irréguliers & plus ou moins grands. Je ne ſais pas non plus pourquoi M. Geſner dit que l'on tire des marbres aux environs de Paris; je n'y en connois aucune carrière; ceux qu'on y emploie pour les ornemens des maiſons, viennent des provinces éloignées de Paris, de la Flandre, du Haynault & de l'Italie.

Vid. Diſſertat. Phyſ. de petrific. different. & varia origin. Johan. Geſn. Figur. 1752, pag. 16 in-4.°

L'auteur de l'énumération des foſſiles de la France, eſt celui qui a le plus découvert de ces foſſiles, & qui a plus indiqué d'endroits où l'on en découvre; mais cet auteur ne donne que des noms vagues, & ne caractériſe point chacune des eſpèces dont il parle. Il facilite les recherches qu'on en peut faire; mais il n'éclaire point ou très-peu ſur leur vraie nature, ſur le genre ou l'eſpèce dont ils peuvent être.

Cette matière eſt donc encore preſque toute neuve, & je crois qu'elle mérite d'être traitée; il ne ſuffit pas de ſavoir en

général qu'on trouve dans un pays tel ou tel genre de corps marins fossiles ; cette généralité n'éclaire qu'à demi : les curieux sont toujours en droit de demander quelles sont les espèces. Tout le monde sait qu'il n'est guère de pierre à chaux où il ne s'en rencontre ; c'est-là une vérité qui est maintenant démontrée ; elle suffit, il est vrai, à ceux qui considèrent les choses en grand. Si l'on veut s'en tenir à ces vues générales, il n'est presque nécessaire que de chercher à découvrir de ces pierres, & d'indiquer les endroits où il s'en trouve, on en pourra toujours conclure qu'on rencontrera des corps marins fossiles dans ces pierres, ou qu'elles en donneront des indices.

Il faut donc s'attacher maintenant à bien caractériser les corps qu'on y découvre, & tâcher de les rapprocher de ceux dont les auteurs ont parlé. Ce n'est que par ce moyen qu'on pourra parvenir enfin à la comparaison de ces corps avec ceux qu'on tire actuellement de la mer, & constater si réellement ceux que nous trouvons dans notre continent, sont les analogues de ceux qu'on pêche dans les mers des autres continens ; question si importante pour l'explication de la formation de la Terre, telle qu'elle est maintenant, sur laquelle il y a encore tant d'obscurités, & que tous les systèmes, imaginés jusqu'à présent, ne peuvent encore entièrement éclaircir de façon à répondre aux fortes objections qu'on peut faire contre les uns ou contre les autres.

Tant qu'on s'en tiendra aux généralités, en parlant des corps marins fossiles, on sera toujours dans le cas de ceux qui nous disent dans les relations de leurs Voyages, qu'on pêche dans telle ou telle mer, des coraux, des madrépores, des lithophytes, des huîtres, des conques marines, des lepas ou autres productions semblables de la mer. Qui doute qu'on ne trouve dans toutes les mers, les uns ou les autres de ces corps ? ce qui intéresse le plus, c'est de savoir quelles sont ces espèces ; ces connoissances seules peuvent nous mettre dans le cas de pouvoir comparer ces productions les unes avec les autres, & de faire de ces observations une espèce de corps de doctrine seul capable d'éclairer dans cette partie de l'Histoire naturelle, comme on l'est, par exemple, dans la Botanique.

Me proposant donc de faire connoître les corps marins fossiles des environs de Paris, non d'une manière vague & indéterminée ; mais de façon que ceux qui ne les possèdent pas dans leur collection, puissent déterminer s'ils sont semblables à ceux qu'ils y conservent ; je les ai, autant que j'ai pu, rapprochés de ceux dont il est traité dans d'autres auteurs, lorsque ces auteurs ont parlé de corps semblables à ceux que j'ai trouvés dans les environs de Paris.

J'ai de plus donné la figure de ces corps : les gravures sont un moyen de comparaison encore indispensablement nécessaire dans cette partie de l'Histoire naturelle ; elle n'est pas assez avancée pour qu'on puisse s'en passer ; la plupart des figures que nous avons des fossiles, si l'on en excepte cependant celles que l'on voit dans quelques Ouvrages, sont au-dessous du médiocre en ce genre ; l'on est le plus souvent dans le plus grand embarras lorsqu'on veut savoir si les corps que l'on compare aux gravures, sont ceux qu'elles représentent ; ces figures n'ont la plupart du temps servi qu'à augmenter le prix de l'Ouvrage, sans mettre le Naturaliste en état de pouvoir se décider sur l'espèce de corps qui a été gravé.

On sent encore plus le besoin des gravures lorsqu'on consulte ces catalogues de fossiles, connus sous le nom d'Oryctographie, d'Énumérations de fossiles, de Traités sur les pétrifications : la plupart de ces Ouvrages sont privés de gravures ; les phrases ou les noms qu'on donne aux fossiles, sont presque toujours différens dans chacun de ces Ouvrages, & l'on n'y a pas fait de concordance des Auteurs, de sorte que si jamais quelqu'un a le courage d'entreprendre cette concordance, il se chargera d'un Ouvrage long & pénible & qui ne demandera pas moins de temps pour être porté à un certain degré de perfection, qu'il en a fallu à Gaspard Bauhin pour faire celle des Auteurs de Botanique qui l'avoient précédé.

Peut-être lui en faudra-t-il davantage, les Auteurs qui ont écrit sur la Minéralogie n'ayant pas ordinairement décrit les corps dont ils parlent ou ne l'ayant fait que très-superficiellement ; Gaspard Bauhin avoit au moins trouvé des descriptions

de plantes, souvent très-bien faites, & des commentaires sur celles dont les Anciens parlent, qui pouvoient le mettre en état de se décider: tous ces secours manqueroient très-souvent à celui qui travailleroit à un *Pinax* lithologiste; c'est donc pour concourir, autant qu'il est en moi, à diminuer le travail de ce courageux auteur, s'il s'en trouve jamais un qui se sente assez patient pour entreprendre cet ouvrage, que j'ai, dans ce Mémoire, tâché de l'ébaucher pour les fossiles dont il y sera parlé.

Il faudroit, pour réussir dans ce *Pinax* lithologiste, former une collection de tous les fossiles dont il est question dans les Ouvrages que nous avons sur cette matière, les comparer les uns avec les autres, avec les figures qu'on peut en avoir donné & avec ce que les auteurs en ont écrit: ce moyen seroit le plus sûr & le plus propre à porter dans ce travail toute la clarté possible & l'exactitude qui est le seul mérite de ces sortes d'Ouvrages; mais qui est le Minéralogiste dont les correspondances soient assez étendues & les facultés assez grandes pour pouvoir se former cette collection immense? on ne peut donc guère espérer un *Pinax* lithologiste que lorsque les Naturalistes, qui habitent les pays sur les fossiles desquels on a quelques Ouvrages, auront retouché cette matière & y auront apporté une attention particulière, en déterminant quels sont ceux dont il est fait mention dans les Ouvrages qui ont précédé celui qu'ils auront entrepris, & sur-tout en donnant de bonnes figures & bien détaillées; ils procureront, par ce dernier moyen, un secours qui souvent est au-dessus de toute description: c'est sur ce plan & dans ces vues que j'ai tâché de travailler ce Mémoire.

Je n'y formerai pas cependant de système; la quantité de corps marins fossiles que j'ai recueillis aux environs de Paris, n'est pas assez considérable pour qu'elle mérite d'être rangée systématiquement: je parlerai de ces corps dans l'ordre des matières où ils se trouvent, & je ne donnerai pas plus d'étendue aux environs de Paris que celle que je leur ai assignée dans mon premier Mémoire sur la Minéralogie de son territoire.

Les terres étant celles des substances minérales que les Minéralogistes

Minéralogistes mettent à la tête des méthodes qu'ils nous ont données, j'examinerai d'abord les fossiles qu'elles contiennent; les plus singuliers qui y ont été trouvés, sont deux espèces de corne d'ammon bien conservées [a] & devenues de la nature de la pyrite ferrugineuse; elles ont été tirées d'une fouille qu'on fit, il y a plusieurs années, au Jardin des Apothicaires, pour un puits que le Jardinier y faisoit creuser; une de ces cornes d'ammon [b] a un dos uni, de grosses canelures & deux rangs de gros mamelons sur le premier tour de spirale; la seconde [c] ne diffère de celle-ci que parce qu'elle n'a pas de mamelons & qu'elle est de celles qu'on appelle cornes d'ammon fleuries, à cause de certaines ramifications répandues sur leur surface; elles sont formées par les articulations qu'ont ces sortes de cornes d'ammon : ces deux fossiles & une huître d'une assez grande espèce, dont j'ai parlé dans mon Mémoire sur les accidens des fossiles * sont les seuls que l'on ait jusqu'à présent, du moins que je sache, trouvés dans les glaises des environs de Paris.

[a] Planche VI, *fig. 2 & 6.*

[b] Ibid. *fig. 2.*

[c] Ibid. *fig. 6.*

* *Voy. Mém. de l'Acad. 1759, p. 189, Tab. I, fig. 1.*

Les marnes, que beaucoup de Minéralogistes placent avec les terres, fournissent une espèce d'huître d'une moyenne grandeur; je dois la connoissance de cette huître à M. Deparcieux, qui l'a découverte dans les carrières de marne de Bougival; on pourroit appeler cette huître, *huître tronquée, ailée & lisse:* en effet le talon est aplati & comme tronqué en devant; la section est plate dans les unes, creusée en gouttière dans les autres, & très-superficielle dans des troisièmes; les différences ne viennent, à ce que je crois, que de la façon dont ces huîtres ont été attachées dans la mer; si le corps où s'étoit faite cette attache étoit plat, la partie de la coquille qui y étoit adhérente, devoit simplement s'aplatir & s'étendre dessus; si ce corps étoit arrondi & long, cette partie de la coquille devoit l'embrasser & par conséquent se creuser; au contraire l'aplatissement du talon a dû être très-superficiel & presque nul, si la coquille s'est trouvée dans un endroit libre & tel cependant qu'elle ne pût pas sortir & y croître facilement; cet aplatissement par conséquent n'est peut-être qu'accidentel à ces coquilles; on

peut néanmoins dire que leur talon eſt de ceux qui ne s'alongent point, ne ſe recourbent point en devant ni de côté, & qu'il eſt au contraire aplati & comme tronqué; les bords de ce talon s'étendent à droite & à gauche & leur forment des eſpèces d'ailerons; c'eſt ſur cette expanſion & intérieurement qu'eſt placée la charnière; elle eſt formée par des rides & des arêtes tranſverſales, placées vers la partie ſupérieure du talon; elles s'étendent dans toute ſa longueur; d'autres rides & arêtes, ſituées au-deſſous des premières & ſeulement vers les extrémités de celles-ci, ſont dirigées les unes perpendiculairement & les autres obliquement aux premières; elles ont peu de longueur, mais plus de groſſeur & ſont comme vermiculées, s'anaſtomoſent les unes avec les autres ou ſont iſolées. Les arêtes, qui doivent être regardées comme des eſpèces d'apophyſes, & les ſillons qui ſont entr'elles, fourniſſent par leur multiplicité & leur différente figure un plus grand nombre d'attaches au muſcle par lequel le couvercle de ces huîtres eſt attaché.

L'aplatiſſement du talon de cette coquille eſt cauſe qu'elle eſt comme boſſue en deſſus & très-creuſe en dedans; au fond de cette cavité eſt placée l'attache où tenoit le corps de l'animal; elle ſe diſtingue du reſte de la ſurface par un petit enfoncement qui a comme un rebord un peu épais; la ſurface interne, de même que l'externe, eſt liſſe; celle-ci a ſeulement des rides tranſverſales & ſuperficielles, qui probablement ſont les marques des crûes que ces coquilles ont priſes pour parvenir à la grandeur où nous les trouvons.

Ces coquilles ne ſe trouvent pas ſeulement dans les marnes de Bougival, mais encore dans celles de Montereau-Faut-Yonne, d'où feu M. Hill, Anglois employé à la Manufacture de cet endroit, m'en avoit apporté une dont le talon étoit beaucoup recourbé en devant en forme de bec; la ſurface extérieure ou le dos de la coquille étoit feuillé, c'eſt-à-dire que ce qui n'eſt que des rides dans les autres, étoit dans celle-ci des lames qui s'élevoient un peu au-deſſus de la ſurface; les lames ont peut-être été détruites dans les autres: le talon n'eſt dans celle-ci ſi recourbé en devant, que parce que l'attache de la coquille s'eſt

faite plus postérieurement, & dans un endroit plus avancé sur le dos, au lieu que dans les autres cette attache est précisément à la partie antérieure ou presque à la pointe du talon: au reste, je crois que les unes & les autres de ces coquilles sont du même genre, & des variétés de la même espèce; quelles qu'elles soient, leur couleur est blanchâtre ou roussâtre.

L'on rencontre aussi des corps marins fossiles dans les sables; ces sables sont de ceux qu'on peut attribuer aux attérissemens de la rivière, ou de ceux qui font partie des matières qui composent les montagnes. Les fossiles des premiers ne sont en quelque sorte qu'accidentels aux environs de Paris; ils y ont été apportés par la rivière, dans laquelle ces fossiles, ayant été chariés par les eaux de pluie, y ont roulé, & ensuite été déposés sur les bords, comme je l'ai dit dans mon premier Mémoire sur la minéralogie des environs de Paris, dans lequel j'ai parlé de ces fossiles.

Quant à ceux des sables, dont les montagnes sont encore composées, je n'en ai point vu qui eussent été conservés entiers; ce sont seulement des empreintes de différentes cames & tellines, parmi lesquelles il y a d'autres empreintes faites par des tonnes, des buccins & par des vis les plus communes & qui sont si abondantes dans les pierres à bâtir ordinaires, & dont on bâtit à Paris; ces empreintes ne se sont pas faites comme on le pense bien dans les masses de sables mobiles; il faut que ce sable ait pris de la consistance, qu'il ait formé du grès; c'est aussi dans une sorte de grès d'un jaune rouille de fer & un peu noirâtre, qu'on rencontre ces empreintes.

Ces grès se trouvent entre le parc de Ménil-montant & le pré Saint-Gervais, ou entre le même pré Saint-Gervais & Belleville; en un mot, sur la butte de Belleville, au-dessous des moulins, il y forme un banc placé à environ 2 pieds sous terre; il est suivi d'un autre formé d'un sable jaune plus clair que celui dont est composé le grès: cette différence ne vient probablement que de ce qu'il n'a pas été imprégné des parties terrestres, que les eaux peuvent avoir entraînées en se filtrant à travers les terres; ce qui semble le prouver, c'est que les masses

de ce grès font principalement noirâtres en deffus, & fur-tout dans les empreintes des coquilles; le banc de ce fable a en hauteur environ 35 à 40 pieds; on trouve l'eau à cette profondeur.

Quoiqu'en général, la maffe de ce fable foit jaune, cette maffe eft cependant comme vénée de fable blanc, & d'un qui eft moins jaune; les grès qu'on en tire ont auffi ces nuances; ils font lardés en outre de cailloux roulés: on y remarque encore des efpèces de corps à peu près cylindriques, & quelquefois branchus, qui pourroient bien être des branches de corail ou de madrépores devenus grès: ce grès laiffé du temps dans l'eau forte, ne fe diffout en aucune façon; il eft peu dur, d'un grain affez gros, peu lié, & de la nature par conféquent de celui que les Carriers appellent du nom de *courjas*.

L'on ne rencontre point de corps branchus ni de coquilles dans la maffe même du fable, du moins je ne connois point de fablonnières aux environs de Paris qui en fourniffent. L'auteur de l'Oryctologie cite bien les fablonnières du village de Vaugirard, comme en renfermant de différentes efpèces; mais je préfume que ces fablonnières font plutôt des grévières dûes aux attériffemens de la rivière, & dès-lors ces foffiles feroient de ceux qui appartiendroient à des endroits éloignés de Paris, comme je l'ai dit plus haut. Le même auteur parle auffi des côteaux de fable du village d'Iffy, mais il n'eft pas trop aifé de comprendre ce qu'il veut dire dans cet endroit; il s'énonce ainfi, « un autre » village nommé Iffy, offre dans fes carrières différens foffiles, » principalement des huîtres, des buccins, des vis, des fabots, » des oftéocoles, des cornes d'ammon; ces côteaux de fable » font fitués entre les lits de pierre, forment une roche apparente, d'où fans fouiller on tire quantité de ces foffiles. »

J'avouerai fincèrement que je n'entends pas ce que veut dire l'auteur, par *des côteaux de fable fitués entre les lits de pierre;* peut-être voudroit-il dire des couches de fable: s'il en étoit ainfi, on ne comprendroit pas alors fi ce feroit dans ces fables ou dans les pierres que feroient les foffiles; peut-être veut-il parler d'un lit de pierre à fufil, qui fe voit dans les carrières des environs de ce village; ce lit eft recouvert & pénétré de

différentes coquilles devenues elles-mêmes pierres à fusil: j'en parlerai plus bas. Que doit-on encore entendre par ce qu'il appelle ostéocole? il semble la mettre au nombre des corps marins, je crois avoir prouvé, dans mon Mémoire sur cette substance, que l'ostéocole n'est qu'une incrustation de marne sur des plantes ou sur des arbres; pour moi, j'ai vu les carrières d'Issy, je n'y ai point trouvé d'ostéocole ni de *côteaux de sable entre des lits de pierre.*

Les pierres sont les substances dans la masse desquelles on trouve le plus des indices de fossiles; ces pierres sont de deux genres; elles sont des pierres calcaires ou des pierres à fusil; les premières sont celles dont on se sert pour les bâtimens: je n'entends parler ici que de celles qui se tirent des environs même de Paris, & non de celles qu'on y amène des endroits situés hors de l'étendue que j'ai assignée à ses environs; les pierres de S.t Leu, par exemple, sont dans ce cas.

Les corps marins qui s'observent dans les autres, n'y sont point ordinairement en substance; ils n'y ont communément laissé que leur empreinte ou les noyaux qui se sont moulés dans leur intérieur; on n'y trouve guère que des huîtres appelées vulgairement *pelures d'oignon*, qui aient conservé leur nature de coquilles; de toutes les empreintes de coquilles qui se voient dans ces pierres, celles d'une petite vis à pas hérissés d'épines [a] sont les plus communes; non-seulement les moellons, mais les plus gros quartiers de pierre à bâtir en sont remplis, de sorte que lorsqu'on scie ces quartiers, les surfaces de ces pierres sciées en sont couvertes; souvent aussi les surfaces extérieures de ces quartiers en sont également parsemées; souvent aussi les petites cavités formées par ces empreintes sont remplies d'un noyau qui a été laissé par la coquille lorsqu'elle s'est détruite.

Assez ordinairement les pierres qui ont beaucoup d'empreintes de ces vis ont peu d'empreintes d'autres coquilles; il arrive cependant aussi très-souvent qu'avec ces empreintes, il y en a de plusieurs autres espèces d'univalves & de plusieurs bivalves de différens genres; mais alors on y distingue une bien moins grande quantité d'empreinte de ces vis [b]; les autres univalves

[a] Planche I, *fig. 1.*

[b] Ibid. *fig. 3, a — h.*

dont j'ai remarqué des empreintes ou des noyaux, ſont des limaçons aplatis, des buccins & des rouleaux; parmi les bivalves, on diſtingue des cames, des tellines qui varient les unes & les autres par la grandeur ou par quelqu'autre propriété; on trouve les unes ou les autres de ces coquilles dans toutes les pierres coquillières, de quelque canton qu'elles ſoient tirées; quelquefois une eſpèce y domine plus qu'une autre, mais il eſt rare de n'y rencontrer qu'une ſeule eſpèce: ſi variés que ſoient les noyaux & les empreintes qui ſe voient dans les pierres dont il vient d'être queſtion, ils ne le ſont pas plus que les noyaux & les empreintes qui ſe remarquent dans les pierres à fuſil qu'on tire ſur-tout de Bougival, près S.t Germain; mais avant d'en parler, il faut que je diſe quelque choſe d'un petit corps globulaire ou oviforme, dont les pierres à bâtir ſont très-ſouvent remplies & quelquefois même preſqu'entièrement compoſées: ce corps eſt auſſi fin qu'un grain de ſable; il faut ſe ſervir de la loupe pour le bien diſtinguer; les ſections qu'il ſouffre, lorſqu'on caſſe ou ſcie les pierres où il ſe trouve, font très-bien voir qu'il eſt compoſé de pluſieurs couches; il eſt du nombre de ceux qu'on appelle *ammites:* juſqu'à préſent l'on a beaucoup cherché à déterminer la nature de ce corps, l'a-t-on déterminée? c'eſt ce que je n'oſerois aſſurer; je n'ai point non plus fait d'obſervations qui puiſſent jeter quelques lumières ſur ce point ſi diſcuté, & je ne m'attacherai point à donner ici des conjectures qui ne feroient qu'augmenter celles qu'il a déjà occaſionnées; je peux dire quelque choſe de plus certain ſur ce qui regarde les foſſiles qui ſe trouvent dans les pierres à fuſil.

Celles de ces pierres, dont les craies de Bougival ſont lardées, en fourniſſent une plus grande variété; on y trouve non-ſeulement des coquilles univalves & bivalves, mais quelques eſpèces de petits coraux ou madrépores: les uns & les autres ſont devenus de la nature de la pierre même, où ils ont été enclavés: les univalves que j'y ai obſervées, ſont des échinites: j'en ai vu de trois eſpèces, un de ces échinites eſt connu ſous le nom de caſque [a], l'autre ſous celui de *ſpatagus* ou pas de poulain [b], le troiſième pourroit être comparé à un bouton de

[a] Planche II, *fig. 9.*
[b] Planche VI, *fig. 10.*

chapeau [a], qui seroit moins aplati que ne le sont ces boutons; les échinites ne sont souvent que des noyaux formés dans les coquilles; très-souvent aussi ces noyaux sont entièrement ou en partie recouverts de la coquille, qui est devenue d'un beau blanc spatheux : outre ces trois échinites, l'on trouve des indices d'un quatrième, de celui qu'on appelle communément échinite de la mer rouge; j'ai eu l'empreinte d'un des gros mamelons, dont la coquille de cet échinite est garnie.

[a] Planche VI, *fig. 11.*

Les trois premiers sont bien entiers; mais ils ont entièrement perdu leurs pointes, & l'on ne remarque point dans les cailloux de pointes qu'on puisse, à ce que je crois, regarder comme leur ayant appartenu; on y rencontre cependant quelquefois des pointes d'oursins ou échinites, enclavées dans la couche extérieure des cailloux : j'en ai eu de deux sortes; une est longue, cannelée suivant sa longueur [d], les cannelures sont hérissées de petites pointes dans toute leur longueur : la figure de cette pointe est conique; mais le sommet du cône forme la partie inférieure de cette pointe, c'est-à-dire qu'elle est plus grosse par en haut que par en bas; la seconde pointe d'oursin [e], trouvée sur les cailloux de Bougival, est grosse, courte, aussi plus grosse par en haut que par en bas, un peu aplatie par une de ses surfaces; elle a assez la forme d'une petite poire.

[d] Ibid. *fig. 1.*

[e] Ibid. *fig. 3.*

Je ne crois pas que ces pointes aient appartenu à aucune des trois espèces d'échinite dont j'ai parlé plus haut : les échinites qu'on tire maintenant de la mer, & qui leur sont semblables, ont des pointes bien différentes; elles sont très-fines, courtes & vont en diminuant depuis leur base jusqu'à leur sommet; si cette conjecture n'est pas fausse, il faut que les cailloux de Bougival renferment encore des échinites qu'on n'y a pas découverts jusqu'à présent : peut-être aussi ces pointes ont-elles appartenu à une seule & même espèce, peut-être à celle dont je n'ai eu que l'empreinte d'un mamelon. L'on sait maintenant depuis le Mémoire de M. du Luc *, qu'un même échinite peut avoir des pointes de figures très-différentes.

* *Voy. Mém. des Savans Étrang. Tome IV, page 467 & suiv.*

Un fossile qu'on trouve encore dans les cailloux de Bougival, & qui a été par quelques Auteurs mis au nombre des

pointes d'ourſins, eſt l'eſpèce la plus commune des belemnites, qui eſt d'un beau jaune de ſuccin, brillant, ſpatheuſe, & qui ſe diſſout à l'eau-forte : je ne m'arrêterai pas ici à examiner les différens ſentimens qu'on a eus juſqu'à préſent, ſur l'origine de ce corps ; jamais l'on n'a plus varié ſur celle d'aucun autre foſſile ; on en fait un minéral, une plante, une partie d'animal ou un animal entier ; c'eſt ce dernier ſentiment que M. Bertrand a adopté *. Il prétend que la belemnite eſt dûe à la pétrification d'une eſpèce d'oluthuries ; ce ſentiment me paroît renverſé par l'examen qu'en a fait M. Claret de la Tourette, de l'Académie de Lyon. M. Bertrand, à qui M. de la Tourette l'avoit envoyé, penſant en Savant qui ne cherche que la vérité, n'a pas héſité de le faire imprimer dans ſon Dictonnaire des Foſſiles, à la ſuite de ce qu'il rapporte au ſujet des foſſiles en queſtion. M. de la Tourette ayant répondu aux raiſons que M. Bertrand emploie pour prouver ſon opinion, cherche lui-même à établir ce que peut être la belemnite ; il prétend qu'elle eſt la pétrification d'une eſpèce de polype dur & oſſeux. Il s'appuie ſur ce que la belemnite eſt compoſée de parties fibreuſes qui partent d'un centre, comme autant de rayons de cercle ; un corps dont les parties ſont conſtamment arrangées de la même façon, lui paroît en avoir eu un autre ainſi compoſé, & dont les fibres étoient arrangées de la même manière. *Il en eſt*, dit-il, *de cette pétrification, comme de celle des échinites & de leurs pointes ;* les pétrifications de ces corps ſont toujours en écailles parallélogrammes, de même que les coquilles avant qu'elles ſoient pétrifiées ; il en doit, ſuivant lui, être de même du corps qui forme les belemnites ; il doit avoir ſes parties dirigées en rayons, comme la belemnite a les ſiennes. Il en eſt de l'arrangement de ces parties à peu près comme de celui des parties d'un corps foſſile connu ſous le nom de *trichites*, & qu'on ſait avoir fait partie d'une eſpèce de pinne marine, ou de quelqu'autre moule de mer ; c'eſt même l'arrangement des fibres du *trichites* qui a fait venir à M. de la Tourette, l'idée que la belemnite devoit être la pétrification d'un animal dont les parties étoient ainſi dirigées, &

* *Voy. Diction. univ. des Foſſiles, par M. Bertr. p. 71, T. I. La Haye, 1763,* in-8.°

& que cet animal pouvoit être une espèce de polype de la nature du palmier marin.

Cette idée est heureuse; mais est-elle vraie ? c'est ce qu'il est bon d'examiner. Ceux qui regardent la belemnite comme un minéral qui se forme dans la terre, ne pourroient-ils pas dire que la belemnite étoit spatheuse, & qui ayant des spaths dont les parties s'arrangent toujours en rayons qui partent d'un centre, & que ce centre étant souvent creux & rempli d'une matière étrangère, il en pouvoit être de même de la belemnite; que le tuyau qu'on observe souvent dans la belemnite, n'est occasionné que par la cavité que les fibres spatheuses ont elles-mêmes formée en ne se confondant pas les unes avec les autres, d'autant plus que ce tuyau ne s'étend ordinairement pas jusqu'à la pointe de la belemnite, & qu'il en est alors comme de ces spathes rayonnés qui n'ont point de cavité dans le centre des masses qu'ils forment ?

Outre cela, les belemnites qui sont devenues de la nature de la pyrite ferrugineuse ont aussi des parties arrangées de la même façon; dira-t-on que ce n'est que parce que les parties de l'animal avoient les leurs ainsi disposées ? mais ne pourroit-on pas également dire que ce n'est que parce que les parties de ces pyrites s'arrangent naturellement ainsi, comme on l'observe dans le plus grand nombre de ces pyrites, lors sur-tout qu'elles sont coniques, cylindriques ou globuleuses ?

De plus, on trouve quelquefois des belemnites de la nature de la pierre à chaux, qui ne sont point rayonnées ; on en conserve du moins une semblable dans le cabinet de M. le Duc d'Orléans; elle est de celles qui ont une lacune dans leur longueur. S'il étoit essentiel aux belemnites d'avoir leurs parties disposées en rayons, qui auroit empêché celle-ci de les avoir ainsi arrangées ? Seroit-ce la grossièreté des parties dont elle est composée ? N'est-ce pas plutôt parce qu'il n'est pas de l'essence de ces parties de s'arranger en rayons, comme il l'est aux parties des spaths fibreux & à celles des pyrites ferrugineuses & rayonnées ?

On conserve encore dans le même cabinet des morceaux du marbre d'Altorf, dans le Nuremberg, qui ont des belemnites ;

les unes sont devenues spatheuses, les autres ne le sont qu'en partie; celles qui sont de la première sorte sont d'un beau spath, d'un beau blanc, & de la nature de celui qui se crystallise en éguilles qui finissent par des facettes. On remarque dans le même marbre des cornes d'ammon & différentes coquilles remplies du même spath : les belemnites de ce marbre qui sont demi spatheuses, ont une partie de leur longueur en spath semblable au précédent, l'autre l'est d'une matière jaune-brun ou d'une matière brun-noirâtre qui paroît tenir de l'albâtre & qui sont semblables à celles en lesquelles les autres corps marins de ce marbre sont changés.

L'on voit encore dans le cabinet de M. le Duc d'Orléans, des boules presque sphériques de marbre noir, qui ont plus d'un pied de diamètre; dans l'intérieur il y a de très-petites belemnites devenues d'un spath blanc, semblable à celui des belemnites spatheuses dont je viens de parler; une de ces belemnites me paroît très-bien prouver que le corps auquel on donne le nom de belemnites n'est qu'un noyau formé dans la cavité d'un autre; ce noyau ne remplit pas exactement toute la cavité de celui où je crois qu'il s'est formé; il y a une distance entre la pointe de ce noyau & celle de l'autre corps qui le contient; les bords de celui-ci même sont distingués & un peu éloignés de la belemnite, ce qui me paroît prouver que l'un est le moule de l'autre *.

Je ne pense donc pas que les preuves que M. de la Tourette apporte pour établir son sentiment, puissent satisfaire quiconque regarderoit les belemnites comme une sorte de minéral qui se forme dans la terre. Il faudroit quelque chose de plus convaincant & de plus direct. Il faudroit avoir trouvé l'animal auquel les belemnites sont dûes, comme on a trouvé celui qui a donné naissance aux pierres étoilées. Je crois donc qu'il faut chercher encore une autre origine aux belemnites. Pour moi, je crois que les belemnites sont des corps qui se sont moulés dans l'intérieur

* Ces boules se trouvent dans des mines de charbon ouvertes du côté de Vallognes en basse Normandie : on prétend qu'on trouve aussi dans l'intérieur de ces boules des empreintes de poisson; celle que j'ai fait scier n'avoit que des belemnites & des points pyriteux d'un blanc d'argent très-vif.

de quelques coquilles ou tuyau marin; que la figure des belemnites dépend de celle du tuyau, & que leur ſubſtance rayonnée ne l'eſt ainſi que parce qu'elle eſt de la nature du ſpath à rayons ou de la pyrite ferrugineuſe rayonnée.

Voici les preuves ſur leſquelles je fonde le ſentiment que j'embraſſe. Depuis long-temps l'on cherche des belemnites qui ſoient entourées de la coquille dans laquelle pluſieurs Auteurs ont ſoupçonné qu'elles ſe formoient. M. Bertrand dit même qu'on ne l'a jamais découverte: on a bien déjà vu une eſpece de partie qu'on compare à une membrane, mais qui n'étoit pas, à ce qu'il paroît, de la conſiſtance d'une coquille. Pour moi, j'ai été plus heureux que ceux qui ſe ſont appliqués à ces ſortes de recherches: j'ai découvert une belemnite renfermée dans une matière crayeuſe de la montagne qui a été coupée pour faire le chemin qui va de la manufacture de Porcelaine de Sèves au château de Bellevue: cette belemnite étoit en partie recouverte d'une coquille qui l'entouroit, & qui y étoit appliquée intimément; cette coquille étoit mince & s'enlevoit aiſément; elle étoit compoſée de deux lames ſéparées l'une de l'autre dans un endroit par de la matière crayeuſe; l'extérieure étoit un peu plus épaiſſe que celle qui étoit immédiatement appliquée ſur le corps de la belemnite; l'une & l'autre au reſte ſont très-peu épaiſſes; l'intérieur eſt d'un beau blanc, l'extérieur eſt d'un jaune pâle; la première a des fibres très-fines & poſées de champ, la ſeconde des fibres un peu moins fines & obliques: ces deux lames ſe confondent dans des endroits, & la lame ſupérieure y eſt preſque confondue avec l'intérieure, & les deux n'y en font preſque plus qu'une; la direction des fibres de la lame intérieure eſt ſemblable à celle que M. de la Tourette a imaginé devoir ſe trouver dans le corps qui doit avoir, ſuivant lui, formé la belemnite: mais ſi ce corps eſt creux, il eſt probable que la belemnite n'eſt pas le corps de l'animal même qui eſt pétrifié; cet animal me paroîtroit alors être de la claſſe des polypes; les polypes ont le corps mou, & comme dit fort bien M. de la Tourette, il n'eſt pas d'exemple que les corps mous ſe pétrifient. Le palmier marin pourroit être regardé comme un polype,

mais aussi on pourroit plus probablement le rapporter à la classe des étoiles de mer, & dès-là il ne seroit pas un vrai polype. Je placerai conséquemment le corps auquel la belemnite peut être dûe avec les tuyaux marins. Je trouve plusieurs rapports entre ces corps & les belemnites ; d'abord il y a des tuyaux marins tels que sont les dentales, qui ont une figure conique, de sorte que si un semblable tuyau se remplissoit d'une substance de spath fibreux & que le tuyau se détruisît, il resteroit un corps semblable aux belemnites. Secondement, il y a des dentales qui sont exactement coniques, c'est-à-dire, qui ne se courbent en aucune façon, d'autres se courbent un peu, ce qui a du rapport avec les belemnites qui sont droites & avec celles qui sont un peu courbées. Troisièmement, il y a des tuyaux marins dont la section horizontale n'est pas parfaitement circulaire : il y a de même des belemnites qui sont un peu aplaties. Quatrièmement, des tuyaux sont divisés dans une portion de leur longueur par une cloison, on pourroit expliquer par cette cloison, pourquoi certaines belemnites ont une lacune dans une partie de leur longueur ; enfin les tuyaux marins, plusieurs du moins, s'ils ne le sont pas tous, sont composés de quelques lames appliquées les unes sur les autres, il y a de même des belemnites qui ont plusieurs couches.

J'en ai eu une de Bougival qui est des plus curieuses en cela, elle mérite d'être décrite ; elle est de l'espèce la plus commune, sa couleur d'un jaune d'ambre foncé, sa nature spatheuse, sa figure conique : vers la pointe du cône qui est cassé, il y a une lacune qui est plus épaisse sur le bord intérieur ; elle a comme un bourlet ; cette lacune est plus large par le bas que par le haut : la pointe de la belemnite, qui est comme je viens de le dire cassée, laisse voir deux couches séparées par une matière de craie ou de marne ; le milieu est creux & rempli de la même matière : il me semble voir dans cette belemnite les mêmes choses que dans certains tuyaux marins ; ces tuyaux sont de plusieurs lames qu'on distingue très-bien dans toute leur longueur : à leur pointe, ce que j'ai encore dit ci-dessus, ils sont séparés par une cloison courte, & au-delà de laquelle ce tuyau n'est plus divisé ; il me paroît donc que la lacune de la belemnite a été formée par

une ſemblable cloiſon, qui s'étant détruite a laiſſé cette cavité, qui a dû être plus large inférieurement que ſupérieurement, les lames étant plus épaiſſes, plus elles ſont éloignées de la pointe du tuyau : la couche intérieure de la belemnite dont il s'agit, n'eſt pas à fibres rayonnées, mais d'une pâte unie, ce qui me feroit penſer qu'elle eſt une portion du tuyau qui s'eſt conſervée & qui n'a pas été ſpathifiée : peut-être auſſi n'eſt-ce que de la matière de pierre à fuſil dans laquelle cette belemnite eſt enclavée.

Tout me porteroit donc à croire que la belemnite ſe forme dans l'intérieur de quelque tuyau marin, & que les différences qu'on trouve dans les belemnites ne dépendent que des différentes eſpèces de ces tuyaux, ou des accidens que ces tuyaux peuvent ſouffrir, ſoit dans leur figure, ſoit dans leur intérieur.

En admettant ce ſentiment, on peut encore facilement expliquer la cauſe productrice de ce corps auquel on a donné le nom d'alvéole, & qui bouche quelquefois la baſe des belemnites : on ſait qu'il y a des tuyaux marins qui renferment un animal armé d'un opercule dur, qu'il porte ſur un corps charnu, placé près de ſa partie ſupérieure ; cet opercule eſt de la même nature que celle de la coquille ; cela ſuppoſé, on peut dire que l'alvéole des belemnites eſt l'opercule pétrifié, qui a reſté attaché à ces belemnites dans le temps de la pétrification, & que les belemnites qui n'en ont pas, l'ont perdu alors, ou que les tuyaux l'avoient déja perdu lorſqu'ils ont été rejetés par les eaux de la mer, ou que la mer s'eſt retirée des endroits où ils avoient crû.

Tout s'explique donc en admettant le ſentiment que j'embraſſe; ce ſentiment au reſte n'eſt pas nouveau, quelques Auteurs l'ont déjà adopté, mais ils n'avoient pas, à ce qu'il me ſemble, auſſi bien fait voir les rapports qu'il peut y avoir entre les belemnites & les tuyaux marins que je viens de le faire : au reſte, je ne donne ce que j'ai dit ſur ces corps, que comme de fortes préventions que de nouvelles découvertes peuvent conſtater ou détruire ; on ne ſera bien éclairé ſur la nature de ce corps, que lorſqu'on le trouvera dans la terre entièrement recouvert de ſa

coquille. Je passe maintenant aux autres fossiles renfermés dans les cailloux de Bougival. Un qui doit être placé près de la belemnite, si elle est réellement un tuyau marin, est une espèce de vrai tuyau marin. Il en sera question plus bas.

Les coquilles bivalves se rencontrent beaucoup plus communément que ces tuyaux dans les mêmes cailloux; entre celles-ci, les huîtres sont celles qui s'y voient le plus, & dont on trouve plus d'espèces: la plus petite que j'y aye observée est du nombre de celles que l'on appelle huîtres à oreilles [a], parce qu'elle est à peu près coupée comme l'oreille extérieure de l'homme; toutes celles que j'ai vûes n'avoient qu'un battant; d'autres petites huîtres coupées aussi en oreille sont une fois plus grandes, & me paroissent d'une espèce différente. Une troisième [b] est presque circulaire & beaucoup plus considérable par la grandeur; elle se distingue sur-tout par sa charniere: au milieu du bord supérieur de cette coquille, qui s'alonge un peu dans cet endroit, sont des stries transversales; au-dessous de cette petite pointe en sont d'autres [c] qui s'étendent aussi transversalement, presque d'un bord de la coquille à l'autre; au bout de ces stries, il y en a encore d'autres qui sont courtes, plus grosses & obliques; l'un & l'autre battant de cette coquille sont ordinairement presque plats en dedans ou très-peu concaves; assez souvent aussi la partie supérieure de l'un est très-enfoncée, ce qui ne vient sans doute que de la pression que ce battant a soufferte du corps sur lequel l'animal l'avoit attaché lorsqu'il vivoit. Une quatrième sorte d'huîtres qu'on trouve sur les cailloux de Bougival, est de celles qui ont le bec recourbé de côté [d]. Une cinquième vient de celles qu'on appelle pelures d'oignon [e], à cause du peu d'épaisseur ou de la finesse de leurs battans: celles-ci sont communément attachées aux échinites casques.

Un autre genre de coquilles qu'on voit dans les mêmes cailloux, est celui qu'on appelle du nom de poulettes [f], on y trouve de celles qui sont cannelées longitudinalement, la plupart sont comme ondées à leur bord inférieur [g], c'est-à-dire que le milieu de ce bord est très-profondément enfoncé ou concave, & que le même endroit de l'autre battant est convexe & s'em-

[a] Planche II, *fig. 14.*

[b] Ibid.

[c] Planche III, *fig. 7 & 8.*

[d] Planche II, *fig. 2.*

[e] Ibid. *fig. 9, a, a.*

[f] Ibid. *fig. 3 & 4.*

[g] Ibid. *fig. 5.*

boîte exactement dans l'autre; le plus grand nombre de ces poulettes est d'une couleur qui approche beaucoup de celle du caillou où elles sont renfermées ou attachées; d'autres sont d'un beau blanc: l'intérieur des unes & des autres est très-souvent rempli de craie ou bien de la matière du caillou, quelquefois cet intérieur renferme de petits crystaux presque quarrés, dont la surface supérieure est très-plate, plus grande que les surfaces latérales, qui sont comme coupées obliquement, ces crystaux sont blancs ou noirâtres.

Une autre coquille, encore assez commune dans les cailloux de Bougival [a], est presque circulaire, & sa partie supérieure se recourbe en dedans, comme celle des poulettes ou plutôt des gryphites de Luid: cette coquille est lisse, son dos n'a seulement que des sillons transversaux, occasionnés à ce que je crois par les prolongemens qu'elle a pris en croissant: le premier de ces prolongemens est beaucoup plus marqué que les autres; on diroit, au premier coup d'œil, que ce sont des coquilles implantées l'une sur l'autre, effet qui n'est pas particulier à cette coquille: on voit la même chose à plusieurs espèces de poulettes & de cames. Une autre singularité que j'ai remarquée dans la petite coquille dont il s'agit, & qui dépend seulement de la façon dont elle a été saisie par la matière du caillou, lorsqu'il se formoit, c'est que presque toutes les coquilles de cette espèce sont attachées sur la surface des cailloux par le bord inférieur; rarement elles le sont par un autre, de sorte que ces coquilles sont saillantes sur cette surface; elles y sont très-bien conservées & ont leurs deux battans.

[a] Planche II, *fig. 4.*

Le bec recourbé est encore ce qui distingue d'abord une autre coquille qui se rencontre moins communément dans les cailloux de Bougival [b]; cette coquille, que je n'y ai point trouvée entière, a le dos relevé, de grosses cannelures qui sont imbriquées, c'est-à-dire divisées en petites lames qui s'élèvent un peu au-dessus les unes des autres, & qui sont en recouvrement comme les tuiles: un côté de ces coquilles est aplati & comme coupé, ce qui leur donne assez la figure d'un cœur, si on les regarde de ce côté lorsque les deux battans

[b] Planche III, *fig. 3.*

* Vid. Index testar. Tab. 83, e Florent. 1743, in-fol.

** Ibid. Tab. 74, fig. E, E.

* Planche III, fig. 2.

sont joints; c'est ce qui les a fait appeler par Gualtieri *, conques en forme de cœur, & dont les côtés sont inégaux : celle qui est fossile, & dont il s'agit, est ordinairement détruite; elle laisse un noyau cannelé, & dont les cannelures sont lisses; des portions de la coquille restées sur quelques noyaux, m'ont mis en état de pouvoir déterminer quelle pouvoit être la coquille à laquelle ils étoient dûs : ces noyaux au reste sont de la nature de la pierre à fusil, & d'un noir assez foncé.

Gualtieri ** a fait graver à la Table 74, *figures E, E,* une coquille qu'il appelle *petoncle*, rude au toucher, oblongue, qui a une arête élevée au milieu du dos, qui est comme doublée, & dont la couleur est blanche; en comparant la figure de cette coquille avec une semblable coquille fossile de Bougival *; on ne peut presque pas se refuser à l'idée que ces coquilles sont de la même espèce; la coquille fossile est oblongue, blanche, finement cannelée; ces cannelures qui sont longitudinales & alternativement plus fines les unes que les autres, sont hérissées dans toute leur longueur, de très-petites pointes, plus fines sur les petites cannelures que sur celles qui sont un peu plus grosses : ces petites pointes rendent cette coquille un peu rude au toucher; vers le milieu de son dos, est un sillon en demi-cercle qui fait que la partie de la coquille, qui est au-dessus, semble renflée, & comme une coquille appliquée sur une autre; ce que Gualtieri a voulu, à ce que je crois, désigner en disant que sa coquille étoit comme doublée : outre cela la coquille fossile & celle de Gualtieri, sont à peu près des mêmes dimensions : Je ne douterois donc nullement que ces deux coquilles ne soient de la même espèce, si j'avois eu les deux battans de celle qui est fossile, & si Gualtieri avoit dit si sa coquille étoit cannelée longitudinalement : il sembleroit par la figure qu'elle le seroit circulairement; mais ne seroit-ce pas seulement une faute d'exactitude, dans laquelle on seroit tombé, induit en erreur par les espèces de lignes courbes dont cette coquille est marquée, & qui ne sont que les indices des accroissemens qu'elle a pris.

Je ne sais pas trop à quel peigne on doit rapporter un

battant

battant de coquille[a] qui en paroît être un de peigne, & qui est difficile à reconnoître, ayant perdu une partie de sa substance; il est cannelé longitudinalement; ses cannelures devoient être grosses, comme on en peut juger, parce qu'il en reste à son bord inférieur & par l'espace qui est entre ces cannelures, & dont la profondeur est considérable pour une coquille qui ne l'est pas elle-même.

[a] Planche III, *fig. 4.*

Si ce battant étoit d'une grandeur proportionnée à celle d'un autre qui me paroît encore être d'un peigne[b], je le croirois être de la même sorte de coquille, s'ils n'avoient pas même appartenu à la même coquille; je suis porté à croire qu'ils sont d'une coquille de même espèce: en effet, les cannelures sont également grosses, les espaces qui les séparent sont profonds, sur-tout à la partie inférieure; les cannelures sont comme imbriquées à cet endroit, de même que celles de l'autre battant; toute la différencce qu'il y a entre ces deux battans, c'est que l'un est plat, & l'autre concave; celui-ci est le supérieur, l'autre l'inférieur des peignes auxquels ils ont appartenu.

[b] Ibid. *fig. 5.*

Si on vouloit rapporter cette coquille à quelques-unes de celles qui sont gravées dans l'ouvrage de Gualtieri, je croirois qu'on ne pourroit la rapprocher d'aucune autre qui pût lui mieux convenir que celle qu'il nomme *conque en forme de peigne inéquilatéral**, *triangulaire, à stries rondes, grosses & imbriquées, & qui est blanchâtre.* En effet, la coquille fossile a quelque chose de la figure triangulaire, ses cannelures y sont grosses & probablement imbriquées, puisqu'elles le sont à la base de la coquille; comme elle est enclavée par le dos dans le caillou, il a été impossible de déterminer au juste ce qui en étoit.

* *Vid. Tab. 88, fig. F.*

Toutes les coquilles fossiles dont il a été question jusqu'ici, sont d'une grandeur peu considérable; celle dont je vais parler, en a une au-dessus des moyennes; c'est à cette coquille que sont, à ce que je crois, dûes des quantités de morceaux de coquilles brisées qui se rencontrent souvent sur les cailloux de Bougival, & qui sont connus sous le nom de *trichites;* les fibres de ces morceaux sont de champ, & non transversales ni circulaires, celles de la coquille sont semblables & semblablement disposées;

quoiqu'elle ne soit pas parfaitement conservée ni entière; il en reste cependant assez pour faire connoître que cette coquille est du genre des moules, des huîtres ou de quelque genre voisin de ceux-ci; dans son état actuel, elle a six travers de doigt de longueur sur quatre à cinq de largeur dans l'endroit le plus large [a]; elle est cerclée transversalement de légers sillons & de quelques autres plus apparens; sa couleur est d'un blanc bleuâtre.

[a] Planche III, *fig. 6.*

Les autres coquilles que j'ai pu remarquer sur les cailloux de Bougival, sont de petites cames, des huîtres, dont je n'ai pas parlé à l'article de ces coquilles, & quelques autres dont je ferai mention dans l'Explication des Figures, pour ne pas trop multiplier ici les descriptions.

Je finirai l'article des fossiles de Bougival, par celle de plusieurs empreintes d'un ou de deux corps singuliers, dont aucun auteur n'a, à ce que je crois, fait mention : on seroit porté à croire que plusieurs de ces empreintes sont dûes à quelqu'animal du genre de la plume de mer ou de quelqu'autre de cette classe : une de ces empreintes est oblongue [b], le milieu est formé par une plaque de même figure & de la nature de pierre à fusil : il sort de toute la circonférence de cette plaque des rayons, dont la plupart se divisent en deux branches par leur partie supérieure; une autre de ces empreintes diffère de celle-ci en ce que la plaque du milieu est circulaire & beaucoup plus large [c]; sa circonférence jette également des rayons qui se bifurquent & qui quelquefois jettent plusieurs branches; une troisième de ces empreintes a la forme d'une langue [d]; il ne sort de son pourtour que de courts rayons simples, & l'endroit le plus aminci & le plus étroit est pointillé de petits mamelons.

[b] Planche IV, *fig. 4.*

[c] Ibid. *fig. 5.*

[d] Ibid. *fig. 7.*

Les trois empreintes sont de celles qui sont les mieux déterminées; l'on en trouve d'autres qui paroissent dépendre de quelques corps semblables; mais qui ne sont pas si grandes ni si bien déterminées [e]; une de celles-ci forme une plaque arrondie, recouverte de petits mamelons roussâtres; sa circonférence jete de petits rayons également bifurqués [f]; les rayons d'une

[e] Ibid. *fig. 1.*

[f] Ibid. *fig. 3.*

autre sont simples & sa plaque est circulaire; cette plaque est irrégulière dans une troisième [a], & les rayons qui sont détruits, ont formé sur la pierre un tissu grainu & où l'on ne remarque aucun ordre; enfin on trouve des cailloux [b] qui ont une bande de cannelures simples, qui ne paroissent avoir été formées que par les rayons de quelques corps semblables dont le reste a été détruit.

[a] Planche IV, *fig.* 6.

[b] Ibid. *fig.* 3.

De quel genre sont les corps qui ont occasionné ces empreintes ou qui se sont ainsi pétrifiés? j'avouerai sincèrement que je n'en connois aucun tiré de la mer, auquel on puisse avec sûreté les rapporter [c]; lorsque je trouvai celui qui est en quelque sorte en plume de mer, je crus qu'on pouvoit le regarder comme l'empreinte d'un de ces polypiers; sa figure oblongue, ses rayons, l'éminence oblongue d'où ces rayons partent, sont un tout qui me paroissoit en approcher beaucoup; mais ayant eu par la suite les autres corps que j'ai décrits plus haut, & ne pouvant guère douter qu'ils ne dussent être regardés comme étant du même genre, je me suis vu forcé d'abandonner mes premières idées: en effet, les corps à plaques circulaires ne diffèrent de celui en plume de mer, que parce que la plaque d'où les rayons sortent est ronde & que les rayons sont simples, ou qu'ils se divisent simplement quelquefois en deux ou trois autres rayons plus petits; ces différences ne sont pas essentielles, la division des rayons sur-tout, puisque ceux de la seconde empreinte que j'ai décrite sont simples ou divisés en deux ou trois parties [d]; par conséquent ces différens corps, malgré ces variétés, peuvent être du même genre & peut-être de la même espèce.

[c] Ibid. *fig.* 4.

[d] Ibid. *fig.* 5.

Mais de quel genre est l'animal de mer qui les a formés? je le répète, je ne peux l'assigner. L'empreinte décrite en second lieu a tout l'air de celle d'une ortie de mer renversée [e]; mais l'ortie de mer est un corps mou & charnu qui se réduit en eau & se corrompt très-promptement: peut-on croire qu'un corps qui se détruit aussi aisément & aussi vîte ait pu rester assez long-temps enfoui en terre sans être entièrement dissout, & conserver au contraire sa forme pour en laisser l'empreinte dans un *silex*, lors de la formation de cette pierre? j'aime donc

[e] Ibid. *fig.* 5.

mieux laiſſer cette queſtion indécile que de donner des idées fauſſes ou haſardées au ſujet de ces empreintes.

Quel que ſoit au reſte le corps qui les a formées, je crois que preſque toutes celles qui ont des plaques circulaires ou oblongues, ont la même origine & qu'elles ne diffèrent des autres que parce que les corps auxquels elles ſont dûes n'étoient pas entiers; un de ces corps eſt ſingulier [a] en ce que la plaque étant un peu détachée de la maſſe du *ſilex*, elle laiſſe voir que ſa ſurface inférieure eſt couverte de quelques mamelons petits & couleur de rouille de fer rouſsâtre; ces mamelons pourroient faire penſer qu'ils étoient les attaches d'où pendoient des pattes ſemblables aux rayons, & que ces pattes ont été détruites, j'ai fait repréſenter cette plaque renverſée, afin qu'on pût en diſtinguer aiſément les mamelons; ils ne ſont probablement de couleur de rouille de fer que parce qu'ils ont été teints dans la terre d'une diſſolution ferrugineuſe.

[a] Planche IV, *fig. 1.*

L'empreinte qui n'a qu'une ſuite de rayons parallèles [b], pourroit être & n'eſt probablement que la moitié du corps marin qui a formé l'empreinte qui a la figure d'une plume de mer; en effet, ſi on imaginoit celle-ci coupée dans ſa longueur & tout près des rayons, & que ces rayons l'euſſent eux-mêmes été vers le milieu de leur longueur, on auroit une empreinte [c] bien ſemblable à celle dont il s'agit; quoique l'empreinte dont la plaque eſt comme triangulaire & échancrée, n'ait pas de rayons bien déterminés, & que ce ne ſoit qu'un tiſſu grainu & irrégulier, je crois cependant que cet accident du *ſilex* eſt dû à un corps ſemblable aux précédens, & que la deſtruction des rayons en fait ſimplement la différence; je n'ai fait graver au reſte les trois empreintes précédentes que pour en faire connoître qu'on pourroit rapporter à toute autre cauſe qu'à celle qui dépend de quelques corps marins foſſiles.

[b] Ibid. *fig. 3.*

[c] Ibid. *fig. 4.*

L'empreinte qui a la forme d'une langue [d], pourroit encore paroître très-différente quant au corps qui l'auroit formée, de celles qui ont les plus grands rayons: les ſiens ſont très-courts & beaucoup plus multipliés; mais il pourroit ſe faire que ſes grands rayons euſſent tous été détruits & qu'il ne fût reſté

[d] Ibid. *fig. 7.*

que les petites pattes attachées aux mamelons de la surface inférieure de l'animal, & qu'une partie de ces pattes s'étant étendue, ces pattes se soient pétrifiées; il y a lieu de croire que cette partie inférieure avoit de ces mamelons, puisque l'endroit le plus pointu ou la pointe de cette empreinte est grainue, & qu'il paroît que le corps qui a formé la plaque s'est détruit dans cet endroit & n'a laissé que l'empreinte de ces mamelons.

Toutes les empreintes dont il vient d'être question ont, excepté celles qui sont en plume de mer, été trouvées sur des cailloux de Bougival: le caillou où est celle en plume, l'a été dans un endroit appellé *Preault*, près de Passy en Normandie: je n'en ai parlé ici que parce qu'elle pouvoit éclaircir les difficultés qu'on trouvoit à expliquer les autres.

La nature de quelques autres fossiles des cailloux de Bougival, est plus facile à déterminer, on ne peut même avoir de doute à son occasion; ce sont de vrais coraux ou madrépores, du nombre de ceux qui sont très-petits ou d'une grandeur & grosseur peu considérables: le plus simple de ces corps est globulaire[a], il est du genre de ceux auxquels on a donné le nom de pores; il est en effet criblé d'une quantité de petits trous parsemés sur toute sa surface, & qui ne sont bien sensibles qu'à la loupe.

On prendroit d'abord ces corps pour de petites boules de craie, des boursouflures ou des mamelons de la pierre même, qui seroient recouverts de craie: si on les lave & qu'on emporte avec soin cette craie, on distingue très-bien, & sur-tout à la loupe, que ce sont des espèces de pores qui affectent toujours la figure globulaire; les trous dont ils sont criblés sont simples, c'est-à-dire qu'ils ne sont point divisés par des rayons comme les astroïtes; quelquefois ils ont un trou ou lacune à l'endroit de leur surface qui tient au caillou[b]: ce trou ou lacune est accidentel, toutes ces boules n'en ayant pas une semblable.

Je ne connois pas de pore pêché dans la mer qui soit analogue à celui-ci: il est singulier par sa figure & sur-tout par sa petitesse, il n'a guère que celle d'un grain de vesse, ou tout au plus celle d'un gros pois; sa couleur est ordinairement blanche, quelquefois d'un roussâtre rouille de fer.

[a] Planche V, *fig. 6, g, h.*

[b] Ibid. *fig. 4, a, b.*

Un autre fossile encore plus petit & des mêmes couleurs, est demi-sphérique [a]; il doit, à ce que je crois, être rapporté aux champignons marins feuilletés; sa partie convexe est en effet divisée par des espèces de feuillets qui s'étendent du centre à la circonférence; ce centre est un peu creux: un troisième n'a pas de figure déterminée, il forme des plaques plus ou moins grandes, sur des coquilles ou sur quelques autres corps marins; on le peut rapporter à cette espèce de madrépore qu'on appelle communément *Eschara* [b], c'est en effet une espèce de réseau dont les trous sont ronds & très-multipliés; je ne sais s'il n'est pas de la même espèce qu'un autre qui est également en plaques, mais parsemées de mamelons; il pourroit se faire que les premières plaques ne fussent trouées comme elles le sont, que parce que les mamelons ont été emportés, détruits ou coupés horizontalement, & qu'ils ont laissé à leur place des trous semblables à ceux qu'on voit aux premières plaques; l'on observe du moins de ces trous dans les plaques à mamelons, qui ont perdu quelques-uns de ces mamelons; ceux qui sont restés entiers sont percés à leur pointe: on ne peut au reste douter que ces deux fossiles ne soient de vrais polypiers.

[a] Planche V, *fig. 8, l, m.*

[b] Ibid. *fig. 9 & 11.*

Il en est de même d'un autre qu'on pourroit à l'inspection de la figure que j'en donne [c] prendre pour quelque portion d'échinite, qui auroit laissé sur le caillou l'empreinte de quelques-uns de ses mamelons; les trous de ce madrépore sont ronds, petits & placés au milieu d'une cavité; ils ont un rebord extérieur qui a un peu d'épaisseur; la cavité a elle-même un rebord un peu plus épais que celui qui entoure le petit trou: cette structure approche beaucoup de celle des empreintes que font les mamelons des échinites, mais ce qui prouve que le corps en question n'est pas d'un échinite, c'est qu'il a de semblables trous sur toutes ses surfaces. Il est implanté droit sur les cailloux & détaché, excepté par le côté où il y est adhérent; ce qui fait aisément distinguer les trous.

[c] Ibid. *fig. 7, i, k.*

Les polypiers suivans sont bien différens de ceux dont il a été question jusqu'ici; ce sont des portions de ceux qui se ramifient & qu'on a rangés sous le genre des coraux ou des madrépores

ramifiés [a]; le premier de ces corps a plus de rapport avec les vrais coraux qu'avec les madrépores, il est lisse & sans trous, il a l'air d'une petite branche de corail blanc ou devenu blanc dans la terre, il jette seulement deux ramifications, ou se divise en forme de fourche; une autre branche aussi petite [b], & qui ne jette également que deux ramifications, ne diffère de celle-ci qu'en ce qu'elle est parsemée de petits mamelons troués à leur pointe: une troisième [c] qui est un peu plus grosse, en diffère en ce qu'elle a des trous qui sont grands & larges en proportion de la branche, ils font en quelque sorte l'entonnoir, étant plus grands à leur ouverture que dans le fond; ils sont rangés sur des lignes droites & longitudinales, l'espace qui est entre ces lignes forme une légère arête; ces trous sont très-multipliés, il peut y en avoir sur cette petite branche près de trois cents; ces trous ne sont pas en une moins grande quantité sur une branche d'une autre espèce de ces corps, mais ils sont beaucoup plus petits [d], ne font pas l'entonnoir & sont disposés sans ordre sur toute la surface de ce corps; enfin les trous sont placés obliquement & arrangés de façon sur une autre espèce [e] qu'ils forment en quelque sorte une spirale autour du corps de cette branche; l'intérieur de la branche est un réseau spongieux à peu près semblable à la partie spongieuse des os des quadrupèdes; on observe la même structure dans une autre sorte [f], quoiqu'il soit à l'extérieur percé de petits trous disposés sans ordre & inégaux en grandeur.

[a] Planche V, *fig. 1.*

[b] Ibid. *fig. 3.*

[c] Ibid. *fig. 5, c, d.*

[d] Ibid. *fig. 6, e, f.*

[e] Ibid. *fig. 11, n, o.*

[f] Ibid. *fig. 2, p, q.*

Indépendamment de ces espèces de polypiers qu'on ne peut pas méconnoître pour tels, on rencontre quelquefois dans des cavités de cailloux, des espèces de petites colonnes de *silex* arrangées parallèlement, qui pourroient bien être des madrépores devenus entièrement de la nature de la pierre à fusil; mais la pétrification, si ce sont des madrépores, a tellement pénétré ces corps, qu'il ne reste aucune des marques auxquelles on peut les reconnoître.

Les polypiers dont j'ai parlé, sont les seuls que j'aie jusqu'à présent trouvés dans les cailloux de Bougival; on y observe néanmoins un corps qui pourroit appartenir à un animal [g], qui, s'il n'est pas de la classe des polypiers, est d'une qui en

[g] Planche III, *fig. 10.*

est proche, c'est-à-dire de celle des étoiles; ce corps est coupé en portion de cercle, a de l'épaisseur, & est pointillé sur sa surface extérieure & convexe; les cailloux sont de plus quelquefois parsemés de petits grains irréguliers qui pourroient bien avoir fait partie du même animal ou d'animaux semblables.

L'on trouve de plus, de temps en temps, sur les cailloux de Bougival, des vestiges de tuyaux marins, qui approchent encore plus des polypiers que les étoiles; un de ces tuyaux est tourné en spirale, & fait deux ou trois tours sur lui-même; un autre[a] est étendu horizontalement sur le caillou, c'est une espèce de dentale[b], droit & court; un autre[c] a dans toute sa longueur des espèces d'appendices formés par plusieurs plis parallèles, plus petits que lui, & qui lui sont perpendiculaires; ces appendices n'en sont réellement pas, ils ne dépendent pas du tuyau; mais ils sont formés par un autre tuyau plus petit[d], qui a crû près du premier & dans un sens contraire, ou qui s'est ainsi incrusté dans le caillou, lors de la formation de ce caillou.

[a] Planche VI, *fig. 9.*

[b] Ibid. *fig. 4.*

[c] Ibid. *fig. 5, a, b, c.*

[d] Ibid. *figure 5, c.*

Je ferai remarquer, en finissant ce qui regarde les fossiles des carrières de Bougival, qu'on n'y rencontre point, sur les cailloux du moins, de ces coquilles connues sous le nom de vis, de buccin, de limaçon, de rouleau, &c. ce qui manque dans ces cailloux, est très-commun dans ceux des carrières d'Issy près Vaugirard; on y voit plusieurs espèces de turbinites[e]; ils en ont leurs surfaces parsemées, leur intérieur en est même pénétré.

[e] Planche I, *fig. 2, a—f.*

Ces cailloux ne sont point, comme à Bougival, répandus & dispersés dans des lits de craie, mais ils forment un lit horizontal entre des bancs de pierres, aussi ne sont-ils pas irréguliers comme ceux de Bougival, mais plats; leur couleur n'est pas noirâtre, comme celle de ces derniers, mais d'un brun grisâtre; ils prennent un beau poli: on en a fait des plaques de tabatières, qui ont le transparent des agates, leur couleur leur a été défavorable, & le Public ne leur a pas fait l'accueil qu'il fait aux agates d'Allemagne, même les moins belles: les Jouailliers qui en ont travaillé, n'ont pu parvenir à les rendre un objet de commerce, ils sont donc restés un pur sujet de

de curiosité, & de ce côté ils méritent d'être recherchés : en effet, le nombre des coquilles qu'ils renferment, doit leur donner quelque prix aux yeux des Naturalistes & des Amateurs de fossiles.

On y observe plusieurs espèces de vis[a], plus ou moins alongées, quelques petits limaçons, une ou deux espèces de cames, & quelquefois une espèce de moule connue sous le nom de *petit jambonneau*[b]; ils sont outre cela parsemés d'une quantité de ces ammites, dont j'ai parlé à l'article des pierres à bâtir; tous ces corps sont ordinairement devenus *silex*, ou plutôt ce ne sont que des noyaux formés dans les coquilles; il ne reste de ces coquilles que des portions très-mutilées, qui forment des taches blanches, qui étant emportées par le poliment, occasionnent des terrasses dans ces cailloux, lesquelles sont augmentées souvent par le déplacement des noyaux; ces défauts ont encore contribué, avec la couleur peu brillante de ces pierres, à les faire tomber en discrédit ; quelquefois les coquilles sont en substance & à peu près dans leur entier; le petit jambonneau du moins est dans cet état ; il est long de quatre travers de doigt, sur un dans sa plus grande largeur ; ce morceau est d'autant plus curieux, qu'il est rare de trouver cette coquille, & de la rencontrer aussi-bien conservée, quoique celle-ci ne soit pas entière ; je croirois même que ce n'est que la moitié d'un battant de cette coquille, ce qui me le feroit penser, est que la portion la plus étroite semble être comme unie à la plus large, avec laquelle elle forme une vive-arête ; cette vive-arête feroit encore croire que cette coquille est la même, ou qu'elle a beaucoup de rapport à celle que Gualtieri a fait graver à la Table 79, *figure E;* cet Auteur l'appelle *pinne marine, un peu courbée, ridée par ondes de plus petites stries, d'un fauve demi-transparent, & qui est comprimée.*

[a] Planche I, *fig. 2, c, f, a, b.*

[b] Planche III, *fig. 1.*

Les hauteurs des environs de Paris, sont, dans certains endroits, plus ou moins fournies de cailloux plats d'un blanc ou d'un jaune plus ou moins vif; ces cailloux sont parsemés de petits corps contournés en spirale, à peu près comme les fruits de certaines luserne qui ont ces fruits arrondis; on remarque

encore dans ces mêmes cailloux, d'autres petits corps cylindriques ou en forme de fuſeau ; les uns & les autres ſont ordinairement devenus de la nature de l'agate, & leur couleur eſt d'un aſſez beau blanc ; lorſque les premiers de ces corps ſont détachés du corps du caillou, on remarque qu'ils étoient dans des petites cavités dont les parois ſont cannelées ; ces cannelures ont été formées par les pas de ſpirale qu'ont les corps qu'elles contenoient.

Je ne connois point de corps marins tirés de nos jours du ſein de la mer, auxquels on puiſſe rapporter les deux derniers foſſiles ; je n'ai point non plus connoiſſance d'ouvrages où l'on ait parlé de corps ſemblables, foſſiles ou non foſſiles.

Quoique la variété des coquilles & des autres corps marins tirés de la terre dans les environs de Paris, & dont il a été queſtion dans ce Mémoire, ſoit aſſez grande, le nombre s'en augmentera ſans doute, lorſqu'on s'appliquera à en faire la recherche avec plus de ſoin & d'exactitude qu'on n'a fait juſqu'à préſent. Je n'ai prétendu dans ce Mémoire qu'ébaucher cette matière ; je ne doute point que ceux qui viendront après moi ne la perfectionnent beaucoup ; j'y contribuerai même par des recherches continuées, & dans peu par un Mémoire ſur des os foſſiles qui ſe ſont trouvés dans les plâtrieres des environs de Paris, dans lequel il s'agira auſſi de ceux de quelques autres endroits de la France.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

FIGURE 1, morceau de pierre à bâtir, rempli d'empreinte de vis épineuſe qui ſe voit le plus communément dans ces ſortes de pierres.

Fig. 2, caillou de pierre à fuſil des carrières d'Iſſy, rempli de petites cames rondes *a*, d'alongées *b*, de différentes petites vis *c*, *d*, *e*, *f*.

Fig. 3, pierre à bâtir remplie d'empreintes ou de noyaux de limaçons *a*, de vis *b*, de buccins *c*, de cames *d*, *e*, de cœurs cannelés *f*, *g*, de tellines *h*.

PLANCHE II.

Figure 1, noyau d'une petite huître alongée.
Figure 2, huître à talon alongé & un peu recourbé de côté.
Fig. 3, poulette arrondie & ſtriée longitudinalement.
Fig. 4, came preſque circulaire, liſſe & qui a un ſillon circulaire.
Fig. 5, poulette ſtriée longitudinalement, & ondée à la baſe.
Fig. 6, gryphite arrondie liſſe, & qui a un ſillon circulaire.
Fig. 7, la même gryphite vue par le dos.
Fig. 8, gryphite liſſe bombée, & vue de grandeur naturelle.
Fig. 9, échinite caſque, avec des huîtres, pelures d'oignon marquées *a*, *a*.
Fig. 10, oſſelet demi-circulaire, & pointillé en deſſus d'étoiles de mer.
Fig. 11, éliode détruit, dont la plaque eſt circulaire & le corps grainu.
Fig. 12, lepas liſſe, circulaire, à rebords étendus & ſommet mameloné.
Fig. 13, *a* le même lepas plus petit, *b* petite huître à oreille, *c* telline liſſe & petite.
Fig. 14, huître à oreille alongée.

PLANCHE III.

Figure 1, moule appelée *petit jambonneau*.
Fig. 2, moule à côtes longitudinales épineuſes.
Fig. 3, moule à groſſes côtes longitudinales tuilées.
Fig. 4, peigne à groſſes côtes longitudinales.
Fig. 5, peigne à une oreille & à côtes longitudinales.

Nota. Celui du n.° 4 qui eſt fruſte, a du rapport à celui du n.° 5, & n'eſt peut-être qu'un individu de la même eſpèce.

Fig. 6, moule qui a des ſtries & des ſillons demi-circulaires.
Fig. 7, huître circulaire à charnière tranſverſale.
Fig. 8, la même coquille qui a ſur le haut du dos un enfoncement marqué *a*.

PLANCHE IV.

Figure 1, plaque oblongue d'éliode grainue, & dont il part des rayons, vue en dessous.

Fig. 2, corps singulier percé de trous canelés, dont quelques-uns ont un couvercle; on n'a pu en déterminer la nature.

Fig. 3, portion d'un *éliode* ou plutôt d'un *pennode*, avec une partie de ses rayons qui sont tronqués.

Fig. 4, éliode à plaque oblongue, rayons simples ou bifurqués.

Nota. On pourroit peut-être plutôt l'appeler *pennode*, parce qu'il approche en quelque sorte d'une sorte de plume de mer.

Fig. 5, éliode à plaque circulaire & à rayons simples, bifurqués ou ramifiés.

Fig. 6, éliode à plaque irrégulière & à rayons confondus les uns dans les autres, & qui forment comme un tissu réticulaire.

Fig. 7, éliode ou *glossoïde* à rayons très-courts & à pointe grainue.

Fig. 8, éliode à plaque circulaire & rayons simples.

PLANCHE V.

Figure 1, corail blanc lisse bifurqué, il est de grandeur naturelle en *r*, forcé en *s*.

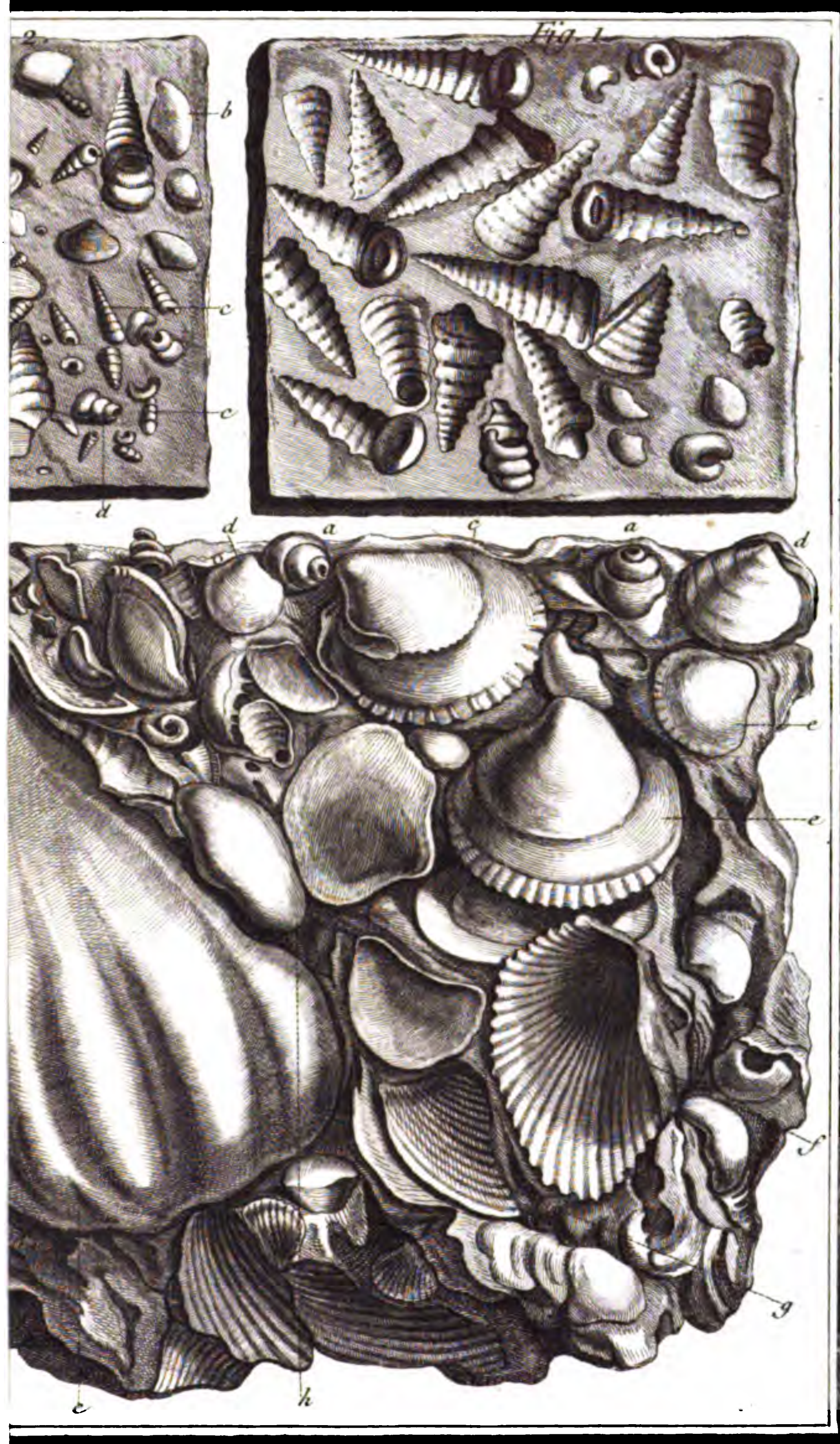
Fig. 2, pore branchu, dont les trous sont irrégulièrement dispersés sur la surface, & de différente grandeur.

Nota. Cette portion de branche paroît avoir été cassée; cet accident fait voir que son intérieur est cellulaire; il est de grandeur naturelle en *p*, forcé en *q*.

Fig. 3, pore bifurqué parsemé de petits trous de grandeur naturelle en *t*, forcé en *u*.

Fig. 4, pore globulaire & à lacune, il est de grandeur naturelle en *a*, forcé en *b*.

Fig. 5, pore conique dont les trous sont infundibuliformes, rangés sur des lignes droites; il est de grandeur naturelle en *c*, forcé en *d*.



2.
Fig. 1.
b
c
c
d
d
a
c
a
d
e
e
f
g
c
h

Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 6.



Fig. 5.



Fig. 9.

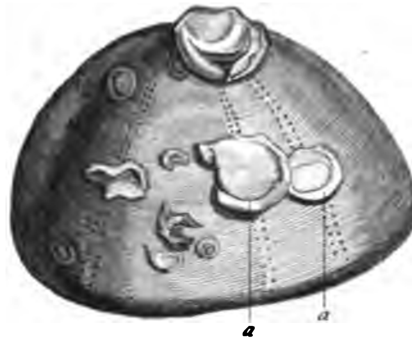


Fig. 8.

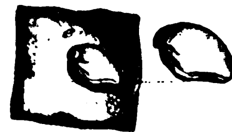


Fig. 11.



Fig. 12.



Fig. 14.



Fig. 1.

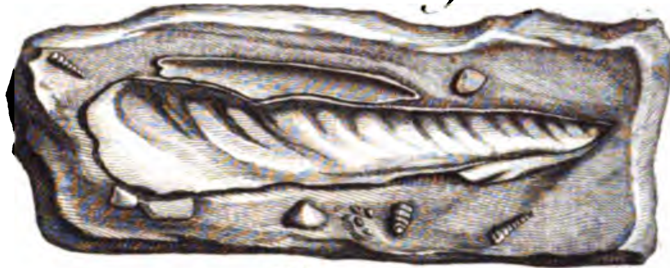


Fig. 4.

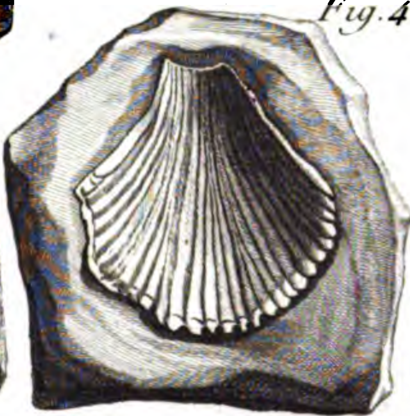


Fig. 3.



Fig. 6.

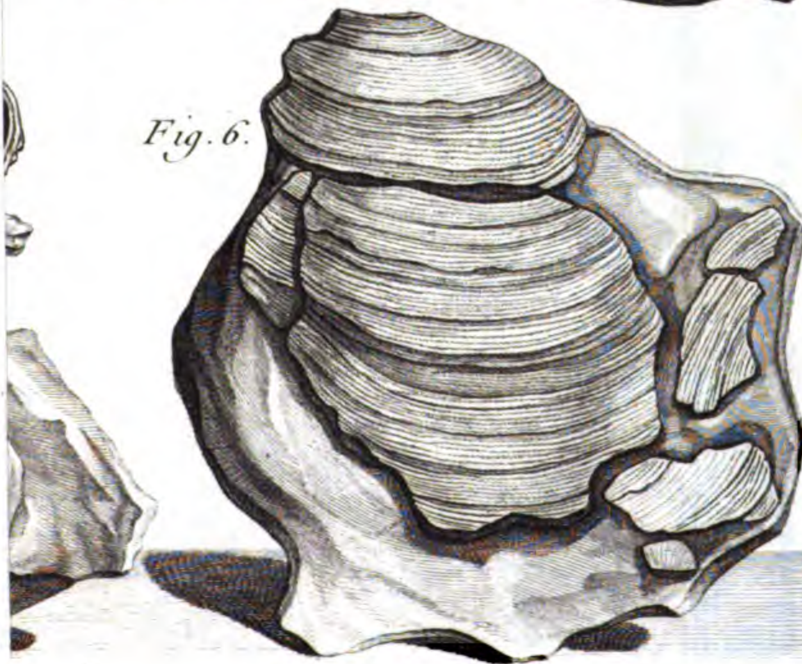
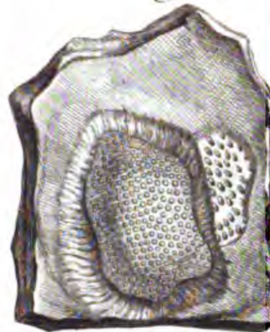
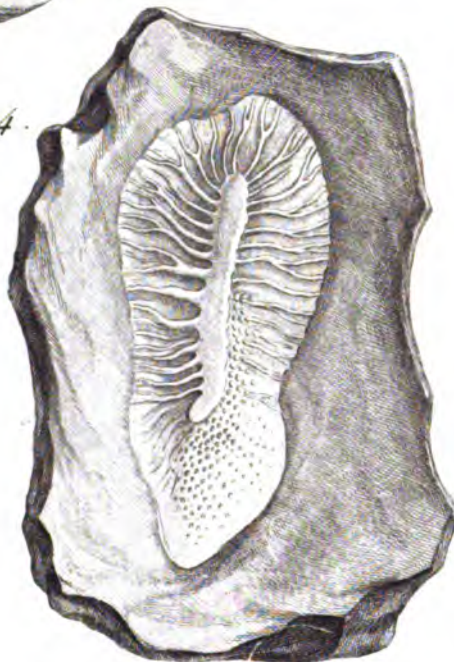



Fig. 2.


Fig. 1.




Fig. 4.

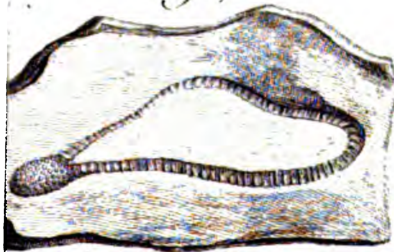

Fig. 7.


Fig. 6.

Fig. 2.



Fig. 1.



...g. 6.



Fig. 5.



Fig. 4.

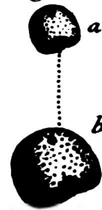


Fig. 8.



Fig. 11.

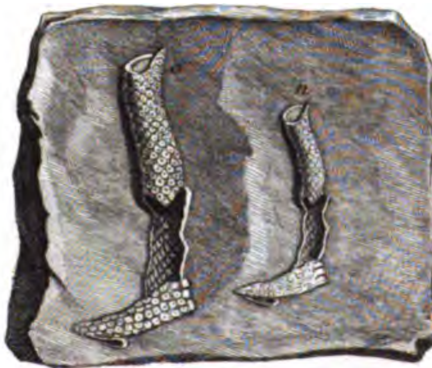
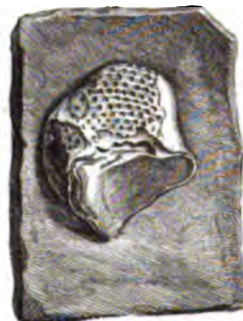


Fig. 10.



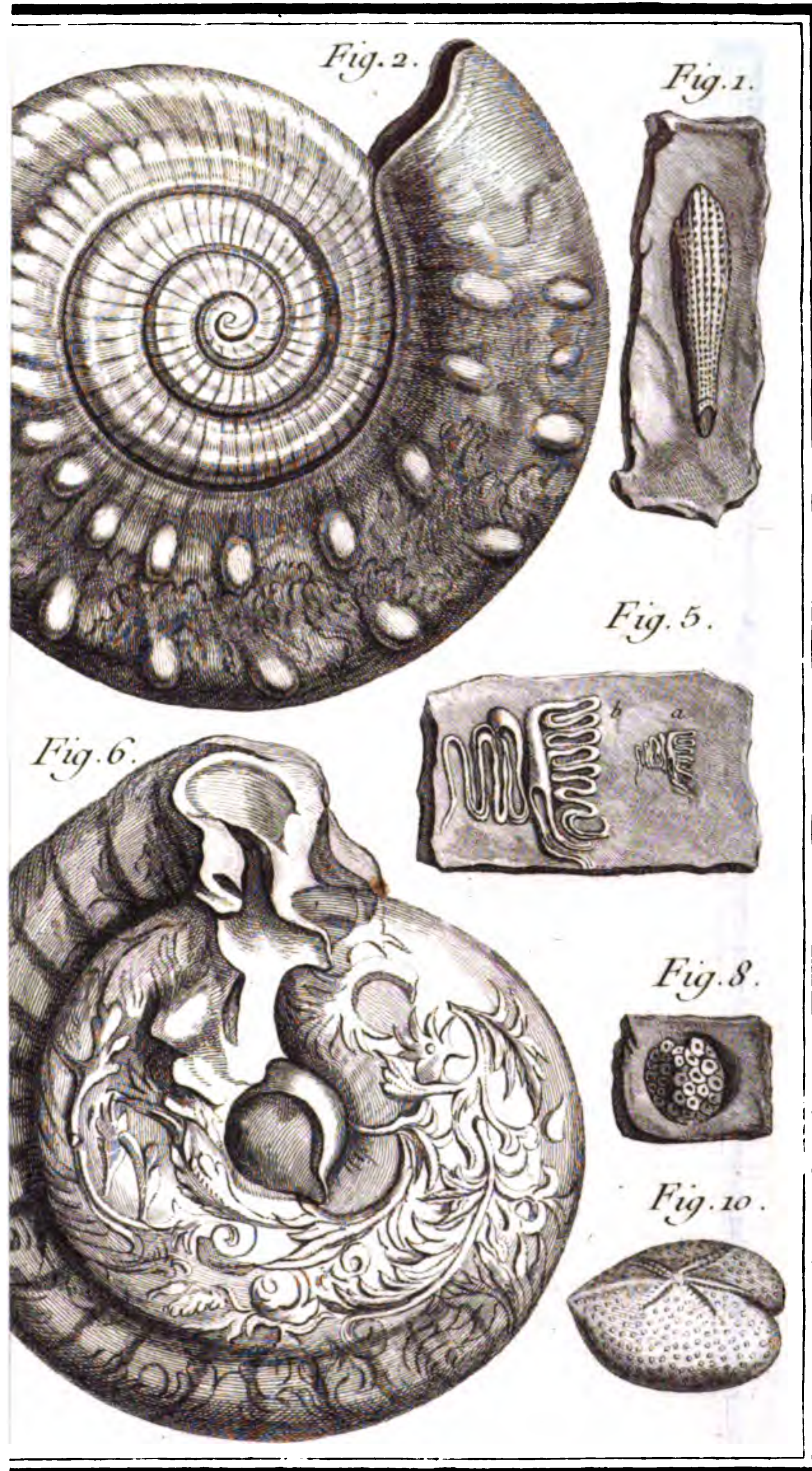

Fig. 2.
Fig. 1.
Fig. 5.
b
a
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 10.

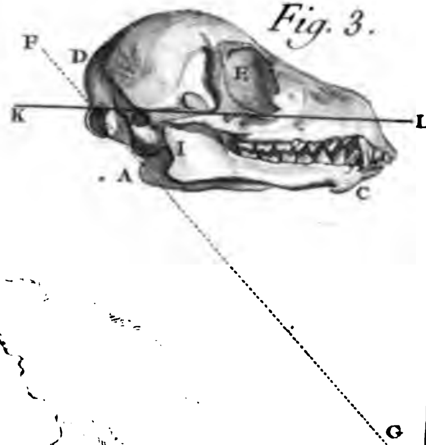
Fig. 2.



Fig. 4.



Fig. 3.



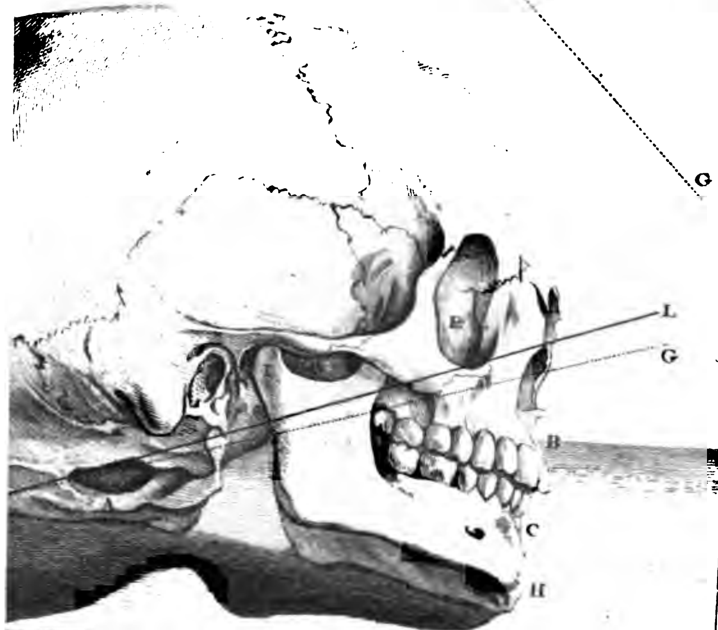


Figure 6, *e* pore conique, dont les trous ſont diſperſés irrégulièrement ſur la ſurface ; il eſt de grandeur naturelle en *e*, forcé en *f*.

Fig. 7, pore globulaire, de grandeur naturelle en *g*, forcé en *h*.

Fig. 8, pore en lame plate, & dont les trous ont un rebord épais, de grandeur naturelle en *i*, forcé en *k*.

Fig. 9, fongite demi-ſphérique & feuillée, de grandeur naturelle en *m*, forcé en *l*.

Fig. 10, eſchara à trous ronds.

Fig. 11, pore dont les trous ſont arrangés en ligne ſpirale, de grandeur naturelle en *n*, forcé en *o*.

Fig. 12, l'eſchara de la *figure* 9, forcé.

PLANCHE VI.

Figure 1, pointe d'ourſin conique, à cannelures longitudinales & épineuſes.

Fig. 2, corne d'ammon à groſſes cannelures, & deux rangs de gros mamelons ſur le premier tour de ſpirale (pyritheuſe).

Fig. 3, pointe d'ourſin pyriforme, liſſe, aplati latéralement.

Fig. 4, dentale conique, droite & liſſe.

Fig. 5, tuyau marin en zigzag, de grandeur naturelle en *a*, forcé en *b*, *c* eſt un autre tuyau marin de même eſpèce.

Fig. 6, corne d'ammon à groſſes cannelures & fleurie, (pyritheuſe).

Fig. 7, portion de quelque corail, pore où madrépore.

Fig. 8, échinite à écailles polygones & demi-ſphériques.

Fig. 9, tuyau marin contourné en tire-bourre, de grandeur naturelle en *c*, forcé en *d*.

Fig. 10, ſpatagus ou pas de poulain.

Fig. 11, échinite, bouton élevé.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,

Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1763.

Par M. DU HAMEL.

AVERTISSEMENT.

LES Obſervations météorologiques ſont diviſées en ſept colonnes, de même que les années précédentes. On s'eſt toujours ſervi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, ou du terme de la glace : la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-deſſous de zéro ; quand les degrés ſont au-deſſus, il n'y a point de barre ; o déſigne que la température de l'air étoit préciſément au terme de la congélation.

Il eſt bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud pluſieurs jours de ſuite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-deſſus de zéro ; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conſervé une certaine chaleur ; c'eſt pourquoi on a mis dans la ſeptième colonne, *Gelée*.

Les Obſervations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du ſoir.

JANVIER.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre	
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	État du ciel.
1	S. E.	−2	−1	−2	27.	6	brouillard.
2	N. E.	−4	−1	−5	27.	6	beau ſoleil.
3	N. E.	−8½	−4	−5	27.	5	beau & couvert.
4	N. E.	−5	−4	−4	27.	5½	brouillard & grand givre.
5	N. E.	−3½	−1	−3½	27.	6½	variable & couvert.
6	N. E.	−3½	−½	−4	27.	6	beau avec bruine.
7	N. E.	−6	½	−3½	27.	6½	beau ſoleil.
8	N. E.	−6	−5	−5	27.	5½	couvert.
9	N. E.	−6	0	−3	27.	5¾	beau avec nuages.
10	N. E.	−3½	−1½	−3	27.	6½	*idem.*
11	N. E.	−6	1	−4½	27.	6¼	beau ſoleil.
12	N. E.	−7	−2	−4	27.	6	*idem.*
13	N. E.	−5	−1	−1	27.	6	variable avec brouillard.
14	N. E.	−3½	−3	−6	27.	7½	beau avec brouillard & givre.
15	N. E.	−8	−1½	−6	27.	7	beau avec nuages.
16	N. E.	−10	−1½	−5	27.	6	beau ſoleil.
17	N. E.	−8½	0	−5	27.	5¾	beau avec givre.
18	N. E.	−7½	−1	−4	27.	5½	beau ſoleil.
19	E.	−7½	½	−2½	27.	3¾	*idem.*
20	N. E.	−5	−1	−4	27.	5	beau avec brouillard.
21	N. E.	−5	½	−4	27.	6	beau avec brouillard & givre.
22	N. E.	−6½	½	−3½	27.	6	beau avec givre.
23	N. E.	−3	4	1	27.	6	couvert.
24	N. E.	0	5	1½	27.	8¼	variable avec bruine.
25	N. E.	−½	5	0	27.	10	beau ſoleil.
26	N. E.	−1	3	−2	27.	9	beau avec brouillard.
27	N. E.	−5	1½	−1½	27.	7	beau ſoleil.
28	E.	−3	4	3	27.	4	beau avec vent.
29	S.	4½	9½	5	27.	3	variable avec venvoles de neige.
30	S.	5	7	6	27.	8½	variable avec pluie.
31	S.	4½	8	6	26.	11	variable ſans pluie.

Ce mois a été très-froid ; la gelée qui a commencé en Novembre 1762 a continué sans dégel jusqu'à la fin du mois ; il n'a plu ni neigé ; le ciel a toujours été beau, si on en excepte quelques jours de brouillards qui ont couvert les arbres de givre & qui en fondant a fait du verglas.

On a mesuré sur la rivière d'Essonne, auprès de Pithiviers, des glaçons de 22 pouces d'épaisseur ; la gelée a pénétré en terre de 16 pouces, & quoique les blés n'aient point été couverts de neige, ils n'ont point souffert, parce que la gelée ayant été longue & sans pluie, le vent & le soleil ont tellement desséché le dessus de la terre que la poussière voloit ; le dessous s'est aussi desséché au point que la terre étoit gercée comme dans les plus grandes sécheresses d'été ; la crête de quelques coqs & les pattes de plusieurs poules ont gelé.

Les ouvrages de labour ont été fort retardés, les Fermiers n'ayant pu pendant les deux mois que la gelée a duré sans discontinuer, faire autre chose que mener des fumiers & terreaux dans les champs, ou faire des voitures aux bois qu'on enlevoit dans la forêt à mesure que les bûcherons les abattoient.

On a vu très-peu de corneilles cet hiver.

Il y a eu pendant ce mois beaucoup de fluxions de poitrine, de pleurésies & de fièvres malignes.

On appréhendoit que le verglas occasionné par le givre, n'eût gâté le bois de la vigne ; mais on ne pouvoit pas encore juger si la gelée avoit fait du tort aux végétaux.

FÉVRIER.

FÉVRIER.

Jours du mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	*Degrés.*	*Degrés.*	*pouc.*	*lign.*	
1	S.	8	8½	3½	27.	1	variable avec grand vent.
2	S.	0	6½	4	27.	″ ½	gelée blanche, pluie & vent.
3	S.	4½	9	3½	27.	2	pluvieux.
4	S. E.	0	6½	3	27.	3	gelée blanche, beau temps.
5	S. E.	1	6	3	27.	3	couvert & brouillard.
6	S. E.	4	8	3½	27.	2½	variable.
7	S.	1½	9	8½	27.	1¼	variable avec du vent.
8	S.	5	8	5	27.	1¼	couvert & venteux.
9	S.	5	8	7	27.	2	variable avec vent, ſans pluie.
10	S.	7	10½	7½	27.	″	couvert & venteux.
11	S.	5	8	5	27.	″ ½	pluie & vent forcé.
12	S.	1½	6	3	27.	″	variable & couvert ſans pluie.
13	O.	0	2	1	27.	1½	variable avec grêle & neige.
14	N. E.	—1	1	0	27.	7½	couvert.
15	S.	0	6	5	27.	1	deux pouces de neige, pluie & vent.
16	S.	5	8	7½	27.	5½	pluvieux.
17	S.	8	9	8½	27.	6½	couvert.
18	S.	7	8½	7½	27.	6½	*idem.*
19	S.	5	9	4½	27.	7	beau avec nuages.
20	S. O	5½	8	7½	27.	4½	couvert & pluvieux.
21	S. O.	8	11	6½	27.	6½	variable avec pluie.
22	S. O.	7½	12	9½	27.	4½	variable avec bruine.
23	S. O.	8½	11	5	27.	6½	variable avec pluie.
24	S. O.	3	6½	2	27.	7	couvert.
25	S. E.	0	7	1½	27.	4½	beau temps, gelée blanche.
26	S. O.	4½	8½	6½	27.	4½	variable avec pluie.
27	S. O.	5½	7	4½	27.	2	pluie continuelle & vent.
28	S. O.	4	7	3	27.	6½	beau avec nuages, ſans pluie.

Ce mois peut passer pour très-pluvieux, quoiqu'il ne soit pas tombé beaucoup d'eau.

La gelée ayant cessé vers la fin du mois précédent, on a commencé à labourer dans les premiers jours de celui-ci avant que le fond de la terre fût dégelé, & le labour étoit bon, parce que la terre n'étoit pas trop molle; cependant le 12 il y avoit encore de la gelée en terre, & à la fin du mois les prés n'étoient pas encore tout-à-fait dégelés.

Le 10, l'ellébore jaune des bois étoit en fleur; les boutons à fleurs du cornouiller mâle étoient sortis, mais les fleurs n'étoient pas encore épanouies; la perce-neige a fleuri vers le milieu du mois lorsque les ellébores étoient en fleurs.

Les perdrix se sont appareillées, les couples étoient formés à la fin du mois.

MARS.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	5	7	8½	27.	3	couvert & pluvieux.
2	S. O.	8	9½	7½	27.	3	couvert.
3	S. O.	7½	10½	7½	27.	5¾	
4	N. O.	4½	7½	5½	27.	9	beau & couvert.
5	N. E.	0	6½	1	27.	9	beau temps, gelée à glace.
6	E.	0	6½	2½	27.	7	beau temps.
7	N. E.	1	10	3½	27.	7	
8	N. E.	2	12	5	27.	6½	
9	N. E.	4	13	6	27.	6	
10	E.	4	14	7	27.	5	
11	N. E.	6	8	0	27.	5	couvert & grand vent froid.
12	N. E.	−4	1	−2	27.	5½	grand vent de tempête très-froid.
13	N. E.	−4½	½	−1½	27.	6	beau avec nuages.
14	N. E.	−4	3	−2	27.	6½	beau temps.
15	N. E.	0	4	1⅓	27.	8	
16	N. E.	0	4	−2	27.	9	beau temps, gelée blanche & bruine.
17	S. E.	−3	7	4	27.	8 4/3	beau avec nuages & givre.
18	S. O.	4	5	7½	27.	6	beau temps.
19	O.	5	10	4	27.	5½	beau avec nuages.
20	S. O.	6½	9½	7½	27.	8½	
21	S.	7	10	9	27.	8½	couvert avec bruine & vent.
22	O.	9	9½	9½	27.	9½	variable avec bruine & vent.
23	O.	4	9	2½	27.	4	pluie & vent.
24	N. O.	4	4½	2	27.	7	giboulées de vent & grêle.
25	O.	2	6½	3	27.	4	couvert & pluvieux.
26	N.	0	4	−½	27.	8	giboulées de neige & de grêle.
27	N.	−1½	4	0	27.	10	variable & nébuleux.
28	N. E.	−1	4	2½	27.	9½	beau temps, gelée à glace.
29	S.	2	8	4½	27.	8	couvert & bruine.
30	S.	6	8	4½	27.	8½	variable & bruine.
31	N. E.	5	10	4½	27.	10	beau temps.

On a commencé avec le mois à semer les avoines; la violette a fleuri les premiers jours du mois dans les endroits à l'abri.

Le 8, les pêchers avoient quelques fleurs d'épanouies: le 9, les abeilles ont été travailler sur les fleurs de buis; le cornouiller étoit en pleine fleur, ainsi que les ormes; les rosiers étoient garnis de feuilles, & généralement toute la sève a été en mouvement pendant tout le courant du mois; les blés étoient aussi très-verts.

La gélée, quoique forte & de longue durée n'a fait aucun tort aux arbres les plus délicats; nous n'avons perdu aucun des arbres des pays étrangers que nous cultivons; mais plus de la moitié des oignons des vieux safrans a gelé, le grand dommage a été sur ceux de trois ans, parce que tous les ans les oignons s'approchent de la superficie de la terre.

Le Jeudi 10, il a fait 14 degrés de chaleur: le 12, le vent étant de l'est a passé au nord-est très-violent & si froid que le thermomètre est descendu à 4 degrés au-dessous de zéro: le 13, il étoit à $4\frac{1}{2}$; le 14 à 4 au-dessous de zéro; ce qu'il y a de singulier, c'est que le vendredi 11, par un vent de nord-est forcé, à deux heures après midi il s'est levé à l'horizon dans la partie du midi depuis l'est jusqu'à l'ouest un nuage qui s'est élevé contre le vent & qui a couvert tout le ciel, en sorte que le soir il ne restoit plus que la bande du nord qui fût claire, à la hauteur de 20 à 25 degrés au-dessus de l'horizon; cependant le vent est toujours resté au nord-est & n'en a soufflé qu'avec plus de violence, parce que son courant étoit comprimé entre la terre & le nuage; le froid étoit si vif que l'eau a gelé dans tous les bâtimens & sur les mares, malgré la violence du vent elle s'étoit gelée pendant la nuit par ondes comme lorsque l'eau est agitée par une risée de vent; cette seconde gelée a beaucoup plus endommagé les végétaux que la première.

Quoiqu'il y ait eu des jours assez chauds pendant ce mois, il doit passer pour froid & sec, les fleurs des pêchers qui étoient ouvertes, beaucoup de boutons de cerisiers & de poiriers qui étoient en gros boutons ont été gelés.

On a semé les mars pendant tout le mois dans un bon guéret, la terre ayant été bien ameublie par la gelée de l'hiver.

A la fin du mois, on a vu quelques papillons jaunes & d'autres espèces.

AVRIL.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N.	6	10	7½	27.	9½	beau avec nuages.
2	N.	7	11½	8½	27.	8½	
3	O.	7	12	7½	27.	7	beau avec gros nuages.
4	N.	4	8	2	27.	10	beau & vent froid.
5	N. E.	2	8	2½	27.	10	beau temps, petite gelée.
6	E.	3	11	5	27.	8½	beau temps, gelée blanche.
7	N. O.	3	11½	4½	27.	9	beau avec nuages.
8	N.	3	10½	12½	27.	9	
9	N. E.	2	9	3	27.	8	beau temps, gelée à glace.
10	N. E.	4½	12	7	27.	5½	beau temps.
11	S.	8	9½	7	27.	5	pluvieux.
12	N.	7	11	4½	27.	7½	beau temps.
13	N. E.	3½	12	7	27.	8	
14	N. E.	4	14	10	27.	5½	beau temps, gelée blanche.
15	E.	10	13	12	27.	5	beau avec gros nuages.
16	N. E.	10	17	9½	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
17	S. O.	7	13	10	27.	6	beau & couvert.
18	S. O.	8	14	7½	27.	5	beau temps.
19	S.	7	11½	7	27.	3½	variable avec pluie & vent.
20	N.	5	8	4½	27.	6	couvert & venteux.
21	N.	3	11	4½	27.	6	beau temps.
22	N. E.	5	14	7	27.	6	
23	N.	7½	14	5	27.	8	
24	N.	4	12	6½	27.	8	beau temps, petite gelée.
25	N.	5	12½	5	27.	9	couvert, petite gelée.
26	N. E.	4	13	7	27.	7	beau temps, gelée à glace.
27	E.	9½	16½	8½	27.	5½	bruine.
28	S.	9	15	8½	27.	3	beau avec nuages.
29	S.	6½	13	9	27.	″	pluie froide, venteux & nébuleux.
30	O.	4½	5½	4	26.	10	pluie continuelle & froide.

A quelques jours de chaleur près, ce mois peut passer pour froid & sec; le 16 à midi, le thermomètre monta à 17 degrés, l'après-midi il a plu & tonné; le 15 au soir il ne paroissoit point de verdure sur les arbres, & le 16 au soir ils étoient tous verts; les crapauds commencèrent à chanter; le 12 au matin, on entendit chanter le rossignol & le coucou.

Le 2, veille de Pâques on vit des hirondelles; les pêchers étoient en pleine fleur, l'épine blanche, le chamœcerasus, les groseilliers épineux & autres arbustes avoient des feuilles; il n'y avoit encore que quelques pieds de charmille qui donnassent un air de verdure, les jacinthes étoient en pleine fleur, & il y en avoit déjà de passées.

Le 14, il gela très-blanc, mais comme la terre étoit fort sèche, cette gelée ne gâta point les pruniers qui étoient en pleine fleur.

Le 15, l'herbe étoit d'une rareté extrême, parce que l'hiver l'avoit fait périr dans les blés, & que par la sécheresse celle du printemps n'étoit point encore levée, on ne trouvoit que quelques chardons, aussi les vaches ne vivoient que de fourrage sec comme pendant l'hiver, & les bêtes à laine, sur-tout les brebis qui avoient des agneaux, souffroient beaucoup; cependant la petite pluie qui tomba le 11 fit grand bien pour faire lever les avoines.

Le 28, il sortit beaucoup de hannetons de terre, le même jour, on a sorti les orangers qui étoient bien verts, sans avoir souffert de l'hiver; on a aussi entendu le loriot.

A la fin du mois, les avoines tardives avoient grand besoin d'eau pour achever de lever, les premières étoient bien levées, les blés étoient très-beaux, mais pas aussi verts qu'au commencement à cause des vents froids & secs.

Il y avoit sur les épines blanches une grande quantité de chenilles communes.

MAI.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. O.	4½	6½	4½	27.	1	variable avec pluie & vent.
2	O.	4	6½	2½	27.	3½	variable avec pluie & grêle.
3	S.	2½	6½	5	27.	3½	variable avec grêle & gelée blanche.
4	S. O.	6½	10	8½	27.	½	pluie froide & continue.
5	S.	10	14	9	27.	2	variable avec bruine.
6	N.	8	12	8	27.	3	
7	S.	7½	13	7	27.	2	variable sans pluie avec nuages.
8	S.	8	10	8	27.	1	variable avec pluie & vent.
9	S.	8	12	7¼	27.	2½	variable sans pluie avec nuages.
10	N.	6½	13	9	27.	5½	beau avec nuages.
11	O.	7½	10	9	27.	5½	variable avec pluie & tonnerre.
12	N.	8	14	7½	27.	7	beau avec nuages.
13	N. O.	8	12½	7	27.	8	variable avec pluie & grêle.
14	N. O.	7	15	10	27.	8	beau avec nuages.
15	N. O.	10	13	9	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
16	N.	9½	15	11½	27.	8½	beau avec nuages.
17	N.	7	12	7½	27.	8	variable avec bruine & vent.
18	N.	9	14½	8½	27.	7	beau avec nuages.
19	O.	9	15½	9	27.	5½	beau avec gros nuages noirs.
20	N. O.	10	15	8½	27.	6	beau avec nuages.
21	N.	8	14½	11	27.	8	beau temps.
22	N. E.	9	15½	10	27.	8	
23	N.	10	15½	11	27.	8	
24	N. E.	9	15	9½	27.	8	
25	N.	9½	17	11½	27.	6½	
26	N.	10	17	10	27.	6	beau temps, il gèle le matin.
27	N. E.	8	15½	9	27.	6	
28	N. E.	7½	4	4½	27.	4½	
29	N. E.	8	15	9	27.	4½	
30	E.	8	16½	11	27.	4	
31	E.	11	17	11	27.	4	grande pluie avec tonnerre.

Ce mois a été fort sec & très-froid, on a été obligé de se chauffer pendant tout le mois, l'air & le vent étant très-froids, même à midi; c'est pourquoi l'année a été fort tardive, la vigne étoit fort peu avancée pour la saison, il n'y avoit point encore de fruits, à peine voyoit-on quelques petits pois, & ainsi de tous les fruits de la saison.

Il tomba beaucoup d'eau le dernier Avril, le 1.er & le 2 Mai, ce qui étoit un temps très-favorable pour les avoines & pour les prairies; les pluies froides qui ont tombé vers le 12 ont fait mourir tous les pigeonneaux dans les nids.

Les blés étoient très-beaux, ainsi que les avoines, dans les bonnes terres, car dans les terres légères elles avoient grand besoin d'eau.

Il y a eu beaucoup de chenilles sur les épines blanches ainsi que des hannetons, mais comme ils sont sortis tard, & que les feuilles de la charmille & autres arbres étoient dures, elles se sont jetées sur les noyers qui sont plus tardifs & les ont beaucoup endommagés; toutes les avenues de noyers étoient aussi dépouillées de feuilles qu'en hiver.

JUIN.

JUIN.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	12	15	12	27.	6	variable avec petite pluie.
2	S. E.	12½	17	13	27.	7	beau avec gros nuages.
3	E.	13	19	12½	27.	6½	variable avec petite pluie & tonnerre.
4	E.	12	19	13	27.	4½	beau avec nuages.
5	N. E.	12	18½	11½	27.	5	gros nuages & tonnerre au loin.
6	N.	9½	13	8	27.	6½	beau & froid.
7	N. E.	7	14	9	27.	8	beau avec vent froid.
8	N. E.	9½	14	8	27.	8	beau avec nuages.
9	N. E.	8	14	9½	27.	8	beau & froid.
10	N. E.	10	17	13	27.	7½	beau temps.
11	S. O.	12½	17½	11½	27.	6	}
12	S. O.	12	17	12½	27.	7	} variable avec de gros nuages.
13	N. E.	13	18½	13	27.	7½	}
14	E.	13	23	16	27.	7	tonnerre sans pluie.
15	S. E.	15	24	14	27.	5½	variable avec tonnerre & petite pluie.
16	S.	14	19	13½	27.	4	variable avec gros nuages.
17	S.	13½	14	12	27.	4½	variable avec pluie & tonnerre.
18	O.	13	16	14	27.	6	variable avec pluie.
19	S. O.	14½	19½	16	27.	6½	beau avec nuages.
20	E.	15	22½	14½	27.	5	variable avec pluie & tonnerre.
21	E.	14½	21	16	27.	3½	variable avec brouillard.
22	S. O.	14	16	13	27.	2	variable avec pluie.
23	N. O.	14	16	11½	27.	6	beau temps.
24	N. O.	14	20	17	27.	7	beau avec nuages.
25	S.	16½	19	17½	27.	6	beau temps.
26	S. O.	13	19½	15	27.	5½	variable avec petite pluie.
27	S.	15	20½	15	27.	7	} beau avec nuages.
28	S.	15	21½	15½	27.	8	}
29	E.	17	17	14	27.	5½	variable avec pluie & tonnerre.
30	S.	13	17	12	27.	4½	variable avec petite pluie & grand vent.

Il est tombé peu d'eau ici pendant ce mois, mais cela n'a pas été général, & il y en a eu beaucoup dans les endroits où les orages ont passé.

Le 1[er] on a vu des mouches cantharides; le 8, on commençoit à servir les petits pois & les fraises; le 10, on a vu des petits chênes semés de l'année qui avoient été gelés le matin: on a fait du feu dans les appartemens jusqu'au 12, le froid a fait périr beaucoup de jeunes poulets.

Le 16, on ne voyoit presque plus de hannetons, & on entendoit encore le rossignol le 30.

Le 21, un brouillard froid a brûlé la pointe des oignons dans les potagers; à la fin du mois on a mangé les fraises, les guignes & quelques cerises qui n'étoient pas bien mûres.

Il y avoit au commencement du mois une grande quantité de chenilles sur l'épine blanche, mais on n'en voyoit plus à la fin, apparemment que les vents froids qui ont régné pendant quelques jours les ont pris dans la mue & les ont fait périr.

Les blés étoient très-beaux, ainsi que les avoines qui ont profité des petites pluies survenues de temps à autre, & qui ont fait grand bien aux pois, vesses, &c. L'année est très-tardive, car la vigne est en pleine fleur, ainsi que les orangers.

Vers le commencement du mois, il est survenu subitement une maladie sur presque tous les chevaux & les vaches, elle n'en a fait périr que très-peu, nous en parlerons dans la suite.

On a commencé le 21 à couper les seigles, & on en coupoit encore le 26; le 30 on n'avoit pas encore commencé la moisson des fromens.

Pour vérifier combien les chiennes portent, on a observé qu'une chienne qui n'avoit jamais eu de chiens a été servie le lundi 11 Avril à dix heures du matin pour la première fois, & elle a commencé à faire ses chiens le jeudi 16 Juin à une heure après midi, ainsi elle a porté 9 semaines 3 jours & 3 heures.

JUILLET.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	13	14	10	27.	6½	variable avec pluie & tonnerre.
2	S. O.	13½	18	13	27.	8½	beau avec nuages.
3	S.	16	21	17	27.	8	
4	E.	16½	18½	11½	27.	8	variable avec pluie & tonnerre.
5	S. O.	11	16	12½	27.	9	variable.
6	S. O.	11	12½	15½	27.	8	beau avec nuages.
7	O.	12	20	14½	27.	7½	variable avec pluie.
8	S. O.	14	20	14½	27.	6	*idem.*
9	S. O.	12	16	13	27.	5½	*idem.*
10	S.	12	18	13	27.	5½	beau avec nuages.
11	S. O.	12	16	13½	27.	6	
12	S.	13	17½	16½	27.	5	variable avec pluie.
13	E.	14	19	15½	27.	4½	variable avec pluie & tonnerre.
14	S.	15	12	11	27.	5	*idem*, avec grande pluie.
15	S.	13	13½	11	27.	5	pluie par averses.
16	S.	12	15	12½	27.	6	variable avec grande pluie.
17	S.	12	16½	12	27.	6½	beau avec nuages.
18	S.	13	16	14½	27.	6	variable avec ondées.
19	S. O.	14	18	14	27.	6	variable avec bruine.
20	O.	13	16	10½	27.	8½	beau avec vent & nuages.
21	O.	11	18	13	27.	8½	beau avec nuages.
22	E.	14	18	16½	27.	4½	*idem*, & venteux.
23	S.	14	19	13	27.	5	variable avec grande pluie & tonnerre.
24	S. O.	13	15	10½	27.	7	variable & pluvieux.
25	S. O.	12	16	14½	27.	6	beau avec nuages.
26	S.	12	17	14½	27.	4	variable avec ondées.
27	S. O.	15	17½	15	27.	5	*idem*, avec pluie.
28	S. O.	15	18½	14½	27.	6	variable avec vent & pluie.
29	S. O.	13	18½	15	27.	6	beau avec nuages.
30	S. O.	11½	16	12	27.	5½	variable avec ondées.
31	S. O.	13	17½	13	27.	6	*idem.*

Ce mois a été fort pluvieux, il n'eſt cependant pas tombé une auſſi grande quantité d'eau qu'il en tombe quelquefois par un orage, car les mares ni la rivière n'ont augmenté, mais comme il a plu preſque tous les jours, ſoit par des ondées ou par de petites pluies continues, la terre a toujours été humide; & comme l'air a toujours été frais, on peut même dire froid pour un mois de Juillet, toutes les productions ont été retardées.

Il y a eu de la vigne en fleur juſque vers le milieu du mois; c'eſt pourquoi il y avoit des verjus de toutes les groſſeurs, le vin a un peu augmenté de prix aux approches de la moiſſon, parce que les fermiers en ont fait de petites proviſions pour donner à leurs moiſſonneurs.

Pour ce qui eſt des orangers ils ont commencé tard à fleurir, mais la fleur a duré long-temps; il y a eu beaucoup de fleurs ſur les arbres, les fruits de l'année dernière étoient très-beaux, & on ignoroit encore ſi ceux de cette année noueroient bien.

Il y a eu fort peu de ceriſes, elles n'étoient ni belles ni bonnes, parce qu'on a été obligé de les cueillir vertes, attendu que les oiſeaux auroient tout mangé, ce qui arrive quand ce fruit n'eſt pas abondant.

Vers la fin du mois, on a mangé la prune jaune hâtive, quelques abricots, les avant-pêches blanches, puis les avant-pêches de Troies.

A l'égard de la maladie des chevaux & des vaches, il n'y en avoit plus dans le pays, mais elle avoit gagné la Beauce, & elle a été pendant le courant de ce mois le long de la route d'Orléans & dans le pays Chartrain.

AOUST.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. E.	14	$16\frac{1}{2}$	15	27.	$6\frac{1}{2}$	petite pluie continuelle.
2	S. E.	16	25	19	27.	5	beau, chaud & brumeux.
3	S. O.	16	19	14	27.	7	beau avec nuages.
4	S. O.	$13\frac{1}{2}$	$17\frac{1}{2}$	13	27.	6	couvert avec ondées.
5	S. O.	13	$17\frac{1}{2}$	12	27.	$5\frac{1}{2}$	variable avec grand vent & ondées.
6	S. O.	13	15	11	27.	$5\frac{1}{2}$	pluie, grêle & tonnerre.
7	S. O.	12	17	12	27.	8	variable avec nuages ſans pluie.
8	S. O.	$12\frac{1}{2}$	18	14	27.	8	beau avec nuages & vent.
9	S. O.	16	21	$15\frac{1}{2}$	27.	8	*idem*, ſans vent.
10	N.	14	20	15	27.	9	couvert.
11	E.	16	24	17	27.	6	beau temps & tonnerre.
12	O.	17	20	15	27.	9	beau temps.
13	N.	18	19	14	27.	$8\frac{1}{2}$	
14	E.	14	20	17	27.	$4\frac{1}{2}$	variable avec petite pluie.
15	S. O.	14	20	15	27.	6	beau avec nuages.
16	S. O.	15	$22\frac{1}{2}$	$16\frac{1}{2}$	27.	$5\frac{1}{2}$	
17	S. E.	18	26	19	27.	$6\frac{1}{2}$	beau & grand vent brûlant,
18	S. E.	18	26	21	27.	8	beau temps.
19	S.	19	$28\frac{1}{4}$	20	27.	8	
20	S. O.	17	23	18	27.	$9\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
21	S. O.	17	$20\frac{1}{2}$	$16\frac{1}{2}$	27.	$7\frac{1}{2}$	
22	O.	14	$18\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	27.	$7\frac{1}{2}$	grand vent & petite pluie.
23	S. O.	$15\frac{1}{2}$	20	16	27.	6	grand vent.
24	S. O.	$12\frac{1}{2}$	$17\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$	27.	$7\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
25	S. O.	13	$17\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$	27.	9	
26	S. E.	12	20	14	27.	$8\frac{1}{2}$	beau temps.
27	S. O.	14	23	$18\frac{1}{2}$	27.	$8\frac{1}{2}$	
28	S.	15	17	16	27.	7	variable avec petite pluie & tonnerre.
29	S. O.	14	17	14	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
30	O.	12	17	13	27.	8	beau avec nuages.
31	N. E.	$11\frac{1}{2}$	18	13	27.	$6\frac{1}{2}$	variable avec petite pluie.

Le commencement de ce mois a été humide & frais, le milieu chaud & ſec juſqu'à la fin; en général, il n'eſt pas tombé beaucoup d'eau, car les mares étoient à ſec; à la fin de ce mois, il y avoit beaucoup de puits de taris & les ſources donnoient peu d'eau.

La moiſſon du froment a commencé avec le mois & a fini dans la dernière ſemaine, le commencement du mois a été pluvieux, mais comme la pluie n'a pas été continuelle & n'eſt tombée que par ondées, la moiſſon n'a point été interrompue, on a ſeulement été obligé de ſerrer tous les jours le blé qui avoit été coupé dans la journée ſans le laiſſer javeler.

A l'égard des avoines, elles n'étoient à la fin de ce mois qu'à moitié ſerrées.

La récolte des blés, des avoines & des menus grains en général a été fort abondante, tant en grains qu'en fourrages, il n'y a point de fermier qui n'ait été obligé de faire des meules tant de blé que d'avoine.

Les foins ont donné beaucoup de travail pour les ſerrer, parce qu'il a fallu les mettre ſouvent en meules pour les empêcher d'être mouillés par les pluies qui ſont venues au commencement de ce mois.

Les verjus ne faiſoient que commencer à tourner, il n'y avoit encore que quelques grains qui le fuſſent.

Il y a eu peu de maladies pendant la moiſſon.

SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	14½	18	13½	27.	6	variable avec grande pluie.
2	S. O.	14	17	12	27.	5	variable avec pluie.
3	O.	10½	14	10	27.	7	variable avec pluie & tonnerre.
4	O.	9	16	11½	27.	8	
5	S. O.	12	17½	12½	27.	8½	beau avec nuages.
6	S. O.	11½	17	11½	27.	7½	
7	S. O.	12	18	14	27.	7	beau avec nuages; temps lourd.
8	N. E.	12	17½	13	27.	7	beau avec nuages.
9	S. O.	12	17	14	27.	5½	
10	S. O.	10½	14½	11	27.	4½	variable avec petite pluie & vent.
11	S. O.	10	13½	10½	27.	3	variable avec vent.
12	N. O.	10	12½	9½	27.	4½	variable avec ondées.
13	N. O.	10	15	10	27.	6½	variable & nébuleux avec ondées.
14	N. O.	8½	11	8½	27.	6	couvert & pluvieux.
15	N. O.	9½	12	6½	27.	8½	beau avec nuages.
16	S. O.	5½	14	11½	27.	7½	
17	S. O.	11½	14½	12	27.	8	couvert.
18	S. O.	12	15	13	27.	7	
19	S. O.	12	16	13	27.	4	variable avec nuages.
20	S.	13	17	10	27.	3	beau avec nuages & tonnerre.
21	O.	11½	16	11½	26.	6½	beau avec nuages.
22	N. O.	19½	15	10	27.	10	variable avec grand brouillard.
23	N.	10	16	10	27.	11	
24	N.	9½	16	8	27.	8½	
25	N.	17½	12½	6½	27.	7	beau temps.
26	N.	6	13	7½	27.	6	
27	N.	6½	13	9½	27.	4½	
28	N.	6	13	6½	27.	6½	
29	N.	5	11	5	27.	6½	beau temps, il gèle dans les bas.
30	S. O.	4½	12	6	27.	6	beau temps, gelée.

Ce mois peut passer pour sec & frais; le commencement a été variable, & la fin très-belle.

Il a fait bon labourer les terres pendant tout le mois. On a serré les avoines dans le commencement du mois : tous les Fermiers ont été obligés de les mettre en meule avec une partie des blés.

Les verjus ont tourné pendant ce mois ; cependant à la fin il n'y avoit point de grappes où il n'y eût des grains rouges. Comme les fraîcheurs & les gelées de la fin du mois avoient grillé les feuilles de vignes, elles étoient presque dépouillées dans plusieurs cantons; ainsi on a été obligé de faire la vendange de bonne heure, quoique dans l'état où étoient les raisins on ne s'attendît à faire que du vin très-verd, ce qui a fait monter les vins vieux de l'année dernière au double du prix qu'ils étoient.

Il y a eu beaucoup de prunes qui ont été très-bonnes; *mais* les pêches qui ont mûri au commencement du mois, étoient fort mauvaises; celles qui sont venues vers la fin ont été meilleures.

Il n'y a point eu pendant ce mois de fièvres *malignes*; mais plus de fièvres intermittentes qu'on n'en avoit vu depuis quinze ans; elles ont cédé aux vomitifs & au quinquina.

Il y a eu au marché de fort bon blé nouveau à 9^{l} 10^{f} le sac, pesant 230 à 240 livres; l'élite du blé vieux ne passoit pas 13^{l}, & l'avoine 6^{l}; ainsi elle étoit proportionnellement plus chère que le froment.

OCTOBRE.

OCTOBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du Ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	4½	13	12	27.	0	couvert.
2	S. O.	14½	17	12½	26.	10	tonnerre, grande pluie & grand vent.
3	S. O.	10	14	7¼	27.	2	variable avec vent.
4	S. O.	4½	9	5	27.	7	variable avec pluie & grêle.
5	S. O.	7	11	9	27.	7	couvert.
6	S. O.	6	7½	4½	27.	7	grande pluie.
7	N. O.	2	8	3	27.	10	beau temps, gelée blanche.
8	S. O.	1	8	5	27.	5	couvert, gelée blanche.
9	S. O.	5	10	5	27.	4	variable avec grande pluie.
10	N. O.	5	9	3	27.	6½	variable avec pluie.
11	O.	4	8	4½	27.	7	couvert & pluvieux.
12	N.	2	7½	2	27.	10	}
13	N.	1	8	3	27.	9½	} beau temps, gelée blanche.
14	E.	1	10	6	27.	8	}
15	N. E.	4	12	6½	27.	6½	beau temps.
16	N. E.	4	10½	5	27.	7	beau & venteux.
17	E.	3	12	6½	27.	8	} beau avec nuages.
18	E.	5	14	8½	27.	8½	}
19	N.	5	7	4	27.	9	brouillard.
20	N. E.	2½	4½	1	27.	9	variable avec brouillard.
21	N.	2½	8½	2	27.	7	couvert & brouillard.
22	N.	1	14	6	27.	7	beau temps, gelée à glace.
23	N. E.	3	14½	7	27.	9	} beau temps.
24	E.	3	15	8	27.	7	}
25	S.	7	14	11	27.	6½	variable avec nuages.
26	S. O.	10	13	10	27.	7	couvert.
27	N. E.	10	13	10	27.	7	beau temps.
28	N. E.	10	12	10½	27.	7	variable avec brouillard.
29	N. E.	9	11	10	27.	7	*idem.*
30	S. E.	9	4	9	27.	6	couvert.
31	S.	11	13	9	27.	3	grand vent & pluvieux.

On a commencé la vendange le 5, le temps étant fort disposé à la pluie; une partie des raisins étoit rouge, sur-tout dans les jeunes vignes & les gouas. Le 12, on a commencé dans les fromentés; les grappes paroissoient bien mûres, mais les grains étoient en partie rouges par la queue: on a fait laisser sur le sep les grappes rouges, & mettre à part la bonne vendange: il avoit gelé blanc le matin, & le temps fut fort beau toute la journée. Toute la vendange a été faite par un très-beau temps; les dernières vendanges ont bien bouilli, & le vin a été aussitôt fait que celles qui avoient été faites la semaine précédente par la pluie. Les raisins ont demeuré environ quinze jours dans les cuves; la vendange n'a pas beaucoup poussé d'écume; le bouillon étoit couleur de rose, & cependant plus rouge que certaines années où les vins sont moins verds. On prévoyoit qu'en général le vin seroit verd, & qu'il auroit peu de couleur; on verra dans la suite qu'on ne s'est pas trompé.

Une toux épidémique a attaqué les chevaux; ils ne jettoient pas par les naseaux comme il est d'ordinaire à la Poujole, mais ils étoient fort dégoûtés, sans cependant cesser de travailler lorsque le dégoût n'a pas été considérable: les ânes ont aussi été attaqués de la toux comme les chevaux, mais cette maladie n'a point eu de suites fâcheuses; elle n'a point attaqué les bêtes à laine ni à corne: les uns ont donné des béchiques & des remèdes rafraîchissans, d'autres ont donné des breuvages échauffans, & ceux à qui on n'a rien donné ont guéri comme les autres.

NOVEMBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	6 $\frac{1}{2}$	9	5	27.	3	variable & couvert.
2	S. O.	3	8	4	27.	3	beau temps.
3	S. O.	3 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	6	27.	3	beau avec nuages.
4	S.	7	13	9	27.	1 $\frac{1}{2}$	
5	S.	6	11	10	27.	6	couvert & pluvieux.
6	S.	9 $\frac{1}{2}$	12	10	27.	4 $\frac{1}{2}$	
7	S. O.	9 $\frac{1}{2}$	13	9 $\frac{1}{2}$	27.	3 $\frac{1}{2}$	couvert & variable.
8	S. E.	9	13	9	27.	3	pluvieux.
9	S.	8	10	10	27.	5 $\frac{1}{2}$	
10	S. O.	8	11	8	27.	7	couvert & bruine.
11	N. E.	8	9	7	27.	8	*idem.*
12	N. E.	3	7	4	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau & variable.
13	N. E.	4	5	3	27.	10	couvert.
14	N. E.	— $\frac{1}{2}$	4	0	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée blanche.
15	N. E.	— $\frac{3}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	— $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau temps.
16	N. E.	—2	3 $\frac{1}{2}$	0	27.	8 $\frac{1}{2}$	
17	N.	0	—3 $\frac{1}{2}$	—1	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
18	N. O.	—3	1 $\frac{1}{2}$	—2	27.	8	beau temps.
19	N.	0	0	—3 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	venteux & nébuleux.
20	N. O.	—3	—1 $\frac{1}{2}$	—1 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable avec nuages.
21	N.	1 $\frac{1}{2}$	0	—3 $\frac{1}{2}$	27.	6	variable avec neige.
22	N.	—4 $\frac{1}{2}$	—3 $\frac{1}{2}$	—7	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
23	S. O.	—3	— $\frac{1}{2}$	—1	27.	10 $\frac{1}{12}$	couvert.
24	S. O.	— $\frac{1}{2}$	3	—1	27.	10	beau avec nuages.
25	S. O.	—1	3	1 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau temps.
26	S. O.	1 $\frac{1}{2}$	4	5	27.	8 $\frac{1}{2}$	brouillard & pluie.
27	S.	6	8	6	27.	9	couvert & bruine.
28	S. O.	6	8	7	27.	8	couvert.
29	S. O.	5	8	7	27.	8 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
30	S. O.	8	9 $\frac{1}{2}$	9	27.	6	couvert & bruine avec vent.

Le commencement du mois a été variable, le milieu très-froid, la fin pluvieuse.

Les blés ont très-bien levé, ils n'étoient pas encore achevés dans les terres noires ; le blé étoit toujours au plus bas prix, le plus beau ne passant pas 13 livres, & il y en avoit à 10 livres, l'avoine 5 livres le sac.

Les vins vieux étoient très-chers & recherchés, sur-tout pour la couleur, parce que ceux de l'année en avoient peu & étoient très-verds ; cependant il y avoit du choix, car ceux qui avoient été vendangés par le beau temps survenu après la pluie, étoient moins verds que ceux qui avoient été vendangés par la pluie; d'ailleurs le fruit des vieilles vignes étoit beaucoup plus mûr que celui des jeunes ou des vignes fumées ; ainsi il y avoit du vin de prix différent, mais tous étoient d'une qualité médiocre.

Le 18, il n'y avoit plus de feuilles aux arbres, excepté à une partie des bouleaux.

Le 19, il est tombé trois pouces d'épaisseur de neige, mais comme il faisoit beaucoup de vent il s'en est amassé l'épaisseur de trois pieds dans les bois, & elle est demeurée sur la terre jusqu'au 26.

DÉCEMBRE.

Jours du Mois.	Vent.	Thermomètre. Matin	Midi.	Soir.	Baromètre		État du ciel.
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S.	9	10	8	26.	9	grand vent & pluvieux.
2	O.	4	4	3	27.	8	vent forcé & pluvieux.
3	S. O.	0	4½	2½	28.	"	beau temps, gelée blanche
4	S.	3	5	12	27.	9	couvert.
5	S. E.	0	2½	— ½	27.	6	beau temps, gelée blanche.
6	E.	—3	3	— ½	27.	6½	
7	E.	—2½	3½	1	27.	9	beau temps.
8	E.	1	3	1	27.	9½	variable avec brouillard.
9	N. E.	—1	5	1	27.	11	beau temps.
10	S. O.	0	4	1½	27.	8	beau avec brouillard.
11	S. O.	5	6	3	27.	½	variable avec pluie & grêle.
12	S.	5	7	7	26.	3	vent forcé & couvert.
13	E.	3	5	2	26.	6	couvert.
14	O.	3	5	3	26.	9	couvert & bruine.
15	S. O.	3	4½	4	26.	11	
16	O.	3	4	1	26.	11¾	beau avec nuages.
17	N. E.	—2½	1	0	27.	"	brouillard & givre.
18	N. E.	—1½	0	—1	27.	26. 10	couvert & givré.
19	N.	0	1	1	27.	26. 10	brouillard.
20	S. O.	0	3	3	27.	2½	beau & variable sans pluie.
21	S.	3	3½	6	27.	3½	pluie & vent.
22	S.	3½	7	4½	27.	3	couvert.
23	S.	5½	8	6½	27.	4	*idem.*
24	S.	4½	6	6½	27.	1	pluie & vent.
25	S. O.	6	5	3½	27.	4	pluie froide & grand vent.
26	S.	2	4½	4	27.	3	couvert.
27	S.	3½	9	7	27.	5½	grande pluie & vent.
28	S.	8	9	8	26.	7	couvert & pluvieux.
29	S. O.	11	10	8	27.	6½	
30	S. O.	11	11½	11	27.	4	pluie & vent.
31	S. O.	8	8	4½	27.	6	variable avec vent.

Depuis trente ans que j'observe le même baromètre, je ne l'ai jamais vu descendre si bas que le 12 de ce mois, à 26 pouces 3 lignes ; cependant nous n'avons eu qu'une bourrasque de vent de sud assez violent pendant la nuit, & il est encore à remarquer qu'il est demeuré très-bas contre l'ordinaire, car ordinairement après être descendu très-bas il remonte fort haut, & presque subitement, au lieu qu'il est demeuré le 13 à 26 pouces 6 lignes, le 14 à 26 pouces 9 lignes, le 15 à 26 pouces 11 lignes, le 16 à 26 pouces 11 lignes $\frac{1}{4}$; le 17 à 27 pouces, & depuis il a toujours été fort bas & le temps pluvieux & venteux.

IDÉE GÉNÉRALE DES PRODUCTIONS DE LA TERRE, pendant l'année 1763.

CHANVRES.

Les chanvres ont été de bonne qualité cette année; mais ils ont manqué en Sologne : le Berri n'a été qu'à moitié de récolte; la Bourgogne à deux tiers, le pays de Cosne à moitié; le prix est à peu près comme l'année dernière, environ 30^{l} le cent; la récolte à Malesherbes dans le Gâtinois, avoit été bonne, la filasse commune y vaut 40 livres, & la femelle choisie 45 livres.

MALADIES.

Il y a eu cette année plus de fièvres intermittentes, & beaucoup moins de fièvres malignes qu'il n'y en avoit eu depuis trente ans; le quinquina a été efficace pour les guérir.

Dans le mois de Décembre, il a couru beaucoup de maux de gorge, dont l'inflammation se communiquoit à la poitrine; plusieurs qui ont été saignés en sont morts, ceux qui ont été traités par les tisanes rafraîchissantes & acidules, en sont revenus.

Il est survenu subitement vers le commencement du mois de Juin, une maladie sur les chevaux & les vaches, qui a attaqué presque toutes les bêtes des villages en trois ou quatre

jours de temps ; cette maladie eſt venue du côté du haut Gâtinois, & a commencé dans ce pays-ci après la foire de la S.t Pierre : elle ſe manifeſtoit par un petit bouton blanc deſſus ou deſſous la langue, & quelquefois, mais rarement, deſſus & deſſous ; le progrès étoit ſi rapide, qu'en douze heures de temps le bouton ou la petite tumeur devenoit large comme la main & prenoit une couleur violette ; cependant les animaux malades ne perdoient pas l'appétit, mais cette eſcarre gangréneuſe ne tardoit pas à leur faire tomber la langue lorſque l'on n'y apportoit pas le remède, qui eſt très-ſimple & fort efficace, & c'eſt pour cette raiſon que les premiers attaqués ont été plus malades, & que quelques-uns en ſont morts; ainſi on s'eſt aſſujetti à viſiter la langue du bétail deux & trois fois par jour : auſſi-tôt qu'on apercevoit le petit bouton, on le grattoit avec une cuiller d'argent ou d'étain, ou bien avec une pièce de monnoie juſqu'à le faire ſaigner, puis on frottoit la plaie avec un mélange fait avec du ſel, du poivre, du vinaigre & une gouſſe d'ail ; lorſque le remède étoit appliqué dès le commencement, la langue étoit guérie en trois jours; mais ſi la tumeur étoit plus grande & violette, après avoir gratté & fait ſaigner la plaie comme ci-devant & l'avoir étuvée avec le même remède, il falloit paſſer deſſus la pierre de vitriol bleu pour faire tomber l'eſcarre ; il y a eu tels animaux auxquels la langue ne tenoit plus que par un appendice de la groſſeur d'un doigt & qui n'en ſont pas morts, mais qui ont été long-temps à guérir.

La maladie a couru tous les villages l'un après l'autre, & preſque toutes les bêtes d'un village ont été malades en même temps : cependant elle ne les a pas toutes attaquées ; car de dix vaches, quatre ou ſix dans une vacherie ont été malades & une ſaine entre deux malades n'a point été attaquée; les chevaux n'ont point ceſſé de travailler.

Les chevaux ou les vaches dont on a frotté tous les jours la langue avec un poireau trempé dans du poivre, du ſel & du vinaigre, n'ont pas été malades ; j'ai fait brider tous les jours

mes chevaux & mes vaches avec un bridon de bois, enveloppé d'un linge imbibé de poivre, de sel, de vinaigre & d'ail, & ils n'ont point été attaqués de la maladie; la consommation d'ail a été si grande à Pithiviers, que la gousse d'ail s'y est vendue jusqu'à trois sous.

La même maladie a paru, il y a trente ou trente-deux ans, & a été guérie par le même remède: comme on a averti les propriétaires de bestiaux de visiter la langue du bétail, on a apporté le remède de bonne heure, & il n'en est point mort dans nos paroisses.

Dans les mois de Novembre & de Décembre, il a commencé à se manifester une maladie épidémique sur les chiens, qui en a fait périr une grande quantité; ils éternuoient, toussoient & jettoient beaucoup par les naseaux sans être fort dégoûtés; ensuite le train de derrière devenoit paralytique, & la paralysie s'étendoit aux jambes de devant: les personnes attentives leur ont fait donner des lavemens, de l'émétique, de la manne, des fumigations, des vermifuges, &c. quelques-uns, après avoir été trente ou quarante jours malades, sont revenus, mais n'ont, pour la plupart, recouvré leur santé qu'au bout de six mois & plus; beaucoup sont morts malgré les secours qu'on a essayé de leur donner; cette maladie a régné en Angleterre & dans plusieurs autres royaumes comme en France, & je sais encore des chiens qui en sont attaqués; quelques chats ont été attaqués d'une maladie à peu-près semblable.

Dans le mois de Décembre, il a régné en plusieurs endroits une maladie sur les poules & les dindons; ces volailles mouroient subitement très-grasses & le jabot plein; un Fermier de notre voisinage a perdu sept à huit douzaines de dindons en huit jours.

VINS.

Comme il n'y a point eu de chaleur cet Été, les raisins n'ont point mûri; les vins sont extrêmement verds; ils ne sont pas potables en plusieurs provinces: en Champagne, les habitans

ne

ne peuvent pas même le boire pour leur usage. Dans le pays bas Orléanois, ils sont de même : on dit la même chose de la petite Bourgogne & dans le pays de Sancerre. Dans le Gâtinois ils ne valent guère mieux ; il y a cependant beaucoup de choix aux environs de Pithiviers ; car dans plusieurs cantons où les vignes ne se sont pas dépouillées, la qualité du vin y est passable. On espéroit que la verdeur pourroit se tourner en force pour les vins faits avec les raisins les plus mûrs, mais plusieurs sont devenus plats & absolument mauvais ; car ces petits vins ne son bons ni à faire de l'eau-de-vie, ni du vinaigre.

Safrans.

Les Safrans ont gelé en oignon ; ceux de deux & trois ans ont été les plus maltraités du pays ; de trois arpens il n'est pas resté de quoi planter un demi-arpent : les safrans nouveaux ont moins souffert, parce qu'ils étoient plus avant en terre que les anciens, qui tous les ans montent d'environ un pouce vers la superficie de la terre ; mais comme les oignons se forment l'hiver, il sont restés très-petits à cause de la durée de la gelée.

On a recueilli quelques fleurs sur ces safrans nouveaux ; mais la récolte ne monte pas à la dixme de l'année passée, & on ne trouve pas à le vendre, parce que les Hollandois n'ont pas envoyé de commissions : le nouveau vaut 40 livres, le vieux 24 & 30 livres ; mais il y a peu de marchands.

Blés.

La récolte des blés a été très-abondante dans tout le pays ; les Fermiers la regardent comme une des meilleures pour la quantité ; mais les grains sont tendres, de difficile conservation, & beaucoup inférieurs, par la qualité, à celle des blés de l'année dernière : ils valent 12 à 13^{l} le sac, pesant 240 livres : les vieux 13 à 14^{l} : le blé nouveau d'élite produit 19 à 20 pains de 9 livres, & les vieux de 22 à 23 ; ayant étuvé nos fromens nouveaux, ils se sont conservés très-aisément ; mais il y a eu beaucoup de grains de cette récolte de gâtés.

AVOINE.

La récolte de l'avoine a été bonne, mais pas si abondante par proportion que celle du blé; elle vaut de 5 à 5 livres 5 sous le sac de même grandeur que celui de froment.

MENUS GRAINS.

Les pois vesces, fèves, &c. ont bien réussi.

MOUCHES À MIEL.

Presque toutes les mouches ayant péri l'année dernière, il y en a eu peu, & l'Été ayant été froid & pluvieux pendant la floraison, elles ont consommé leurs provisions & ont fourni peu d'essains.

GIBIER.

Comme il n'y a point eu de neige pendant l'hiver, il y a eu assez de perdrix; mais eu égard à la quantité de vieilles, il y a eu moins de perdreaux qu'il ne devoit y en avoir.

On a vu moins de lièvres que l'année dernière, très-peu de cailles, encore moins de grives.

FRUITS.

Il y a eu beaucoup de pommes, peu de poires, point de cerises, un peu d'abricots & de pêches, abondamment de prunes, peu de noix qui étoient mauvaises, beaucoup de gland & de senelles.

NIVEAU DES EAUX.

Les eaux ont toujours été basses dans les puits, & beaucoup de sources ont tari.



OBSERVATIONS DES TACHES ET DE LA LIBRATION DE LA LUNE,

pour prouver le mouvement des nœuds de l'Équateur lunaire.

Par M. DE LA LANDE.

C'EST une des questions les plus intéressantes aujourd'hui dans l'Astronomie physique, de déterminer les mouvemens de l'axe lunaire & les changemens, ou la libration de son disque; M. d'Alembert en a parlé fort au long dans le second Volume de ses Opuscules, & l'Académie a proposé ce sujet pour le Prix de l'année prochaine 1764. 17 Décemb. 1763.

L'examen des pièces qui ont été envoyées pour le concours, m'a donné lieu de reconnoître encore plus la difficulté de cette question, en voyant que dans la plupart on révoquoit en doute le mouvement des nœuds de l'Équateur lunaire, quoiqu'il me parût déjà suffisamment démontré; c'est ce qui m'a déterminé à faire les observations suivantes, pour être plus à portée de décider sur ce sujet.

M. Cassini dit formellement, dans les Mémoires de l'Académie pour 1721, & dans ses Élémens d'Astronomie, *page 256*, que l'équateur lunaire a toujours ses nœuds sur l'écliptique, aux mêmes points du ciel que les nœuds de l'orbite lunaire; il ne rapporte point à la vérité les observations qui lui avoient fait reconnoître cette loi, mais M. Mayer y a suppléé en 1748, par un grand nombre d'observations rapportées dans les Mémoires de la Société Cosmographique de Nuremberg, imprimés en 1750: ce Mémoire est écrit en allemand; mais on en trouvera la plus grande partie dans le second Volume de mon Astronomie, qui est actuellement sous presse.

La démonstration de M. Mayer, est la seule qu'on ait eue jusqu'à présent de la coincidence des nœuds de l'équateur lunaire avec ceux de l'orbite. Les observations de ce célèbre Astronome diffèrent quelquefois entr'elles assez considérablement; elles n'ont été faites que dans une seule position des nœuds, & avec un instrument qui n'étoit pas d'une extrême perfection: il m'a donc paru nécessaire de vérifier cette question par de nouvelles observations, & d'examiner, pour le temps où nous sommes, la position des nœuds de l'équateur lunaire; on verra à la fin de ce Mémoire, que j'ai trouvé à peu près le même résultat que M. Mayer.

Au mois d'Octobre dernier 1763, la Lune s'est trouvée dans une position très-favorable pour observer la libration; elle étoit tout-à-la-fois dans ses nœuds, dans ses apsides & dans ses sigizies; ainsi l'on pouvoit observer dans l'espace de quinze jours de temps, la libration moyenne avec les deux extrêmes, tant en longitude qu'en latitude, comme j'en avois averti dans la Connoissance des Mouvemens célestes pour 1763, *page 57*.

J'ai profité de cette circonstance, j'ai déterminé les positions des douze points les plus remarquables du disque lunaire dans le temps de la moyenne libration, & j'ai observé *pendant dix* jours celle des points lumineux auxquels M. Mayer s'étoit attaché le plus, tels que *Manilius*, *Dionysius* & *Censorinus*. Dionysius sur-tout est la plus distincte de toutes; elle est fort près du centre du disque lunaire, & pour cette raison, ses mouvemens apparens sont les plus sensibles. Aristarque est le plus brillant de tous les points lumineux de la Lune; mais il est éloigné de 13 minutes du centre, faisant un angle droit avec Grimaldi & Copernic, tandis que Manilius n'en est éloigné que de 5 minutes, en supposant le demi-diamètre de la Lune de 16 minutes: ainsi Manilius est beaucoup plus propre à ces sortes d'observations.

Il y a un point lumineux dans les rayons de Tycho, placé au milieu d'une tache noire, à peu près sur la ligne qui va de Grimaldi à Tycho; il m'a paru être ce que le P. Riccioli

appelle *Bouillaud :* au reste, les observations que j'en ai faites, le détermineront suffisamment par sa position. Il en est de même d'un petit point lumineux fort près du centre de la Lune, qui fait un angle droit avec Copernic & Manilius, & qui m'a paru devoir être *Ptolémée*. Le point lumineux que j'ai supposé être *Eratosthènes*, est au nord de Copernic presque sur la ligne menée de Tycho à Copernic, faisant l'angle droit avec Copernic & Manilius d'un côté, & avec Copernic & Aristarque de l'autre. La plupart de ces points lumineux sont mal exprimés dans les Sélénographies que nous avons; c'est pourquoi j'ai cru devoir m'expliquer là-dessus.

Les observations suivantes ont été faites avec un excellent micromètre appliqué à une lunette de neuf pieds; on verra la description de cet instrument dans mon Astronomie, *page 866*, & la manière de s'en servir, *page 941*.

OBSERVATIONS.

Le 12 Octobre 1763, à $5\frac{1}{2}$ heures du soir, le diamètre de la Lune, pris avec mon micromètre, étoit de 49,25 ou 49 tours de la vis & 25 centièmes.

A $5^h\ 45'$ la tache appelée *Censorinus* dans Riccioli, suivoit de $43''\frac{1}{2}$ de temps le bord précédent de la Lune, le bord austral de la Lune rasant un fil du micromètre; & le centre de la même tache étoit de 19,93 au nord du bord austral de la Lune, sur le cercle de la déclinaison apparente, c'est-à-dire, perpendiculairement au parallèle apparent, ou au fil que la tache suivoit par son mouvement diurne.

La Lune avoit passé au méridien à $5^h\frac{1}{4}$, elle étoit encore en croissant; elle avoit environ 28^d de déclinaison méridionale, $5^d\ 13'$ de latitude australe.

Le 14 Octobre, à $6^h\ 0'$ Censorinus suivoit de $42''$ exactement le bord occidental de la Lune, & étoit éloigné de 18,95 du bord austral de la Lune.

A $6^h\ 15'$ Menelaüs suivoit de $57''\frac{1}{2}$ & Manilius de $65''\frac{1}{2}$ le bord de la Lune; ces deux taches étoient exactement à 26,96 du bord austral de la Lune.

A 6^h 30′ le diamètre de la Lune étoit de 48,13, mesuré sur la ligne des cornes, inclinée de douze à quinze degrés par rapport à la ligne verticale.

A 6^h 40′ je trouvois 56″ $\frac{3}{4}$ & 65″ $\frac{1}{2}$ pour les différences d'ascension droite, & 26,95 pour la différence de déclinaison.

A 6^h 50′ Proclus suivoit de 25″ $\frac{1}{4}$ le bord de la Lune, & étoit de 25,13 au septentrion du bord austral de la Lune.

A 6^h 53′ Dionysius précède Menelaüs de 2″ $\frac{1}{2}$ de temps exactement, & sa distance au bord austral de la Lune est de 21,31.

La Lune passa au méridien à 7^h 5′ environ; elle *avoit* près de 6 degrés de latitude méridionale, & elle étoit vers sa moyenne distance: ainsi ces observations sont propres à déterminer la libration de la Lune en longitude & en latitude.

Le 15 Octobre, à 3^h 35′ du soir, le diamètre du Soleil mesuré avec le même micromètre, parut de 48,85; on sait d'ailleurs qu'il étoit de 32′ 10″, ainsi l'on pourra évaluer les parties du micromètre à raison de 48,85 pour 32′ 10″, ou de 40″ pour chaque tour de vis, dans les observations précédentes. Après avoir alongé un peu la lunette pour corriger la parallaxe des fils, j'ai mesuré de nouveau le diamètre du Soleil pour servir à évaluer les parties du micromètre *dans les* observations suivantes, & je l'ai trouvé de 48,18.

Temps vrai.

A 5^h 50′ le diamètre de la Lune, 47,90.

6. 20 Menelaüs suit de 53″ $\frac{3}{4}$ le bord de la Lune, Manilius de 61 $\frac{1}{4}$, l'un & l'autre 26,90 au-dessus du bord austral de la Lune.

6. 35 Dionysius précède Manilius de 5″, & suit Menelaüs de 3″ $\frac{1}{2}$; la différence de déclinaison entre le bord de la Lune & Dionysius, 21,24.

6. 48 Censorinus suit le bord ☾ de 41″; Diff. de déclin. 18,26.

7. 0 Proclus . . . . 23 $\frac{1}{4}$ . . . . 24,03.

Dionysius . . . . 56 $\frac{1}{2}$ . . . . 21,27.

7. 20 Diamètre de la Lune, 48,14 à 19^d de hauteur, sur une ligne inclinée de 8 à 10^d par rapport au vertical.

Le 15 Octobre au soir, la Lune passant au méridien vers $7^h\ 55'$ du soir, j'ai observé le passage des taches au premier fil de la lunette.

Temps de la pendule, qui retarde d'environ 35′ sur le temps vrai.

$7^h\ 17'\ 51''\frac{1}{2}$ bord de la Lune au premier fil.
18. 15 Proclus.
18. $32\frac{1}{2}$ Censorinus.
18. $43\frac{1}{2}$ Menelaüs.
18. $45\frac{1}{2}$ Dionysius.
18. 53 Manilius.

18. $46\frac{1}{2}$ bord de la Lune au fil du milieu.
19. 10 Proclus.
19. 27 Censorinus.

19. 42 bord de la Lune au troisième fil.
20. $5\frac{1}{2}$ Proclus.
20. $22\frac{1}{2}$ Censorinus.
20. $35\frac{1}{2}$ Menelaüs.
20. 38 Dionysius.
20. 43 Manilius.

A $6^h\ 42'$ de temps vrai, diamètre de la Lune 47,80.

Platon suit Manilius de $1''\frac{3}{4}$; diff. de déclin. au bord de la Lune 41,31; Manilius, 26,98; Dionysius, 21,22; Censorinus, 18,12; le diamètre de la Lune, 47,80, servira pour évaluer les autres parties.

Le 19 Octobre 1763, $6^h\ 18'$ de temps vrai.

Manilius suivoit le premier bord de $49''$; différence de déclin. 27,16. Proclus suivoit de $17''$; Censorinus, de 33.

A $6^h\ 23'$ Proclus $17''$, Censorinus 33, Menelaüs 42, Dionysius 46, Manilius $49\frac{1}{2}$; differ. de déclin. pour Dionysius, 21,40.
6. 37 les mêmes différences, $16''\frac{1}{2}$, $32\frac{1}{2}$, $41\frac{1}{2}$, $45\frac{1}{2}$, 49.
6. 54 Censorinus $48''\frac{1}{2}$; différence de déclinaison, 18,07.
7. 0 Tycho $1'\ 26''$ & 9,75.
7. 10 Proclus 22,90.

Ératosthènes suit Dionysius de $27''$ de temps; Copernic le suit de $32''$ & Aristarque de 46.

A 7^h 15' Copernic 29,82 au nord du bord auſtral de la Lune.
7. 20 Ératoſthènes 33,87; Ariſtarque 38,32.
8. 0 Diamètre de la Lune, 47,27; c'eſt celui qu'il faut employer pour évaluer les parties des différences en déclinaiſon.
8. 25 Dionyſius 45"; Platon 50" & 41,34.

Le 20 Octobre, la Lune étant apogée, n'ayant point de latitude, j'ai obſervé la libration moyenne, tant en longitude qu'en latitude, de la manière ſuivante :

A 5^h 55' temps vrai, diamètre de la Lune en déclinaiſon, 46,86.

	à 6^h 12'	à 6^h 13'	à 7^h 36'
Proclus......	15"	16"	15" ¾
Cenſorinus...	31	31	31 ¾
Menelaüs..........		41 ½	
Dionyſius....	43 ½	44	44
Manilius..........		....	47
Copernic....	1' 16	1' 17	1' 16 ½
Tycho......	1. 24 ½	1. 24 ½	1. 24 ½
Ariſtarque..........		....	1. 31
Grimaldi....	1. 54 ½	....	1. 55

A 6^h 13' Dionyſius..... 21,72.
6. 25 Manilius...... 27,44.
6. 48 Menelaüs..... 27,31.
6. 57 Cenſorinus.... 18,27.
7. 15 Tycho....... 9,87.
7. 16 Copernic.... 30,20.
7. 25 Grimaldi..... 29,54.
7. 40 Ératoſthènes... 34,18.
7. 46 Ariſtarque..... 38,26.
7. 50 Platon....... 41,73.
7. 55 Diamètre de la Lune en déclinaiſon, 47,07.

Le 21 Octobre, la Lune approchant de ſon plein, qui doit arriver à 11^h du ſoir, ayant 10^d 54' de déclinaiſon boréale, 1^d 18' de latitude boréale, & 29' 33" de diamètre horizontal,

horizontal, j'ai obſervé ſa libration moyenne par le moyen des douze taches ſuivantes :

A 6^h 42′ Diamètre de la Lune en déclinaiſon, 48,21.

	à 6^h 50′	à 7^h 0′	à 7^h 10′	à 8^h 18′
Proclus……	15″	………	………	0′ 14″¾
Cenſorinus….	30	………	………	0. 30
Menelaüs….	39½	0′ 40″	………	0. 39½
Dionyſius….	42½	0. 43	0′ 42″½	
Manilius…..	47	0. 47	0. 46	0. 46¾
Platon…….	50			
Ptolémée…..	1′ 7¼	………	1. 7	1. 7¾
Ératoſthènes…	1. 12¾	1. 13		
Copernic…..	1. 17			
Tycho……	1. 25½	1. 25	1. 24½	1. 24½
Ariſtarque….	1. 32	1. 32		
Bouillaud…..	1. 35			
Grimaldi…..	1. 57½	1. 57½	1. 57	1. 57½
Second bord…	2. 4½	2. 4½	2. 4	2. 4½

Différences en déclinaiſon par rapport au bord auſtral de la Lune.

A 6^h	55′	Platon…….	41,90.
6.	58	Ariſtarque….	38,25.
7.	0	Ératoſthènes…	34,34.
7.	5	Manilius…..	28,00.
7.	7	Grimaldi…..	29,50.
7.	10	Dionyſius…..	22,43.
7.	47	Dionyſius…..	22,46.
7.	15	Ptolémée….	23,28.
7.	20	Cenſorinus….	19,14.
7.	25	Tycho……	9,83.
7.	27	Proclus……	24,10.
7.	30	Copernic….	30,35.
8.	48	Menelaüs….	28,25.

8. 40 Hauteur de la Lune, $34^d\frac{1}{2}$; l'augmentation de ſon diamètre horizontal étoit de 16″ : ainſi le diamètre apparent étoit alors de 29′ 46″.

Le 23 Octobre 1763, j'ai continué d'obferver les différences de paffages au fil horaire apparent de mon micromètre, entre les différentes taches & le fecond bord ou bord oriental de la Lune, le feul qui foit terminé après la pleine Lune.

À 8^h 15', *en commençant par Dionyfius.*

Dionyfius....	0' 0"
Manilius.....	0. 6 $\frac{1}{2}$
Platon.......	0. 15 $\frac{1}{2}$
Ératofthènes...	0. 36
Copernic.....	0. 39 $\frac{1}{2}$
Bullialdus.....	0. 55
Ariftarque....	0. 58 $\frac{1}{2}$
Grimaldi.....	1. 23
2^d bord de la ☾	1. 30 $\frac{1}{2}$

À 8^h 26', *en commençant par Menelaüs.*

Menelaüs.....	0' 0"
Dionyfius....	0. 2
Manilius.....	0. 8
Platon.......	0. 16 $\frac{1}{2}$
Ératofthènes...	0. 37
Copernic.....	0. 41
Bouillaud.....	0. 57
Ariftarque....	0. 59 $\frac{1}{2}$
Grimaldi.....	1. 25 $\frac{1}{2}$
2^d bord ☾....	1. 33.

À 8^h 48', *en commençant par Menelaüs.*

Menelaüs.....	0' 0"
Manilius.....	0. 8
Platon.......	0. 17
Ératofthènes..	0. 37
Ariftarque....	0. 59 $\frac{1}{2}$
Grimaldi.....	1. 25 $\frac{1}{2}$
2^d bord ☾...	1. 32 $\frac{1}{2}$

À 8^h 20', *en commençant par Proclus.*

Proclus......	0' 0"
Cenforinus...	0. 14
Menelaüs.....	0. 26
Dionyfius....	0. 28
Platon.......	0. 43
Ératofthènes...	1. 3
Copernic.....	1. 7
Bouillaud.....	1. 22 $\frac{1}{2}$
Ariftarque....	1. 26
Grimaldi.....	1. 51
2^d bord ☾....	1. 58 $\frac{1}{2}$

À 8^h 37', *en commençant par Cenforinus.*

Cenforinus....	0' 0"
Menelaüs......	0. 12
Dionyfius....	0. 14
Manilius......	0. 20 $\frac{1}{2}$
Ptolémée.....	0. 40 $\frac{1}{2}$
Ératofthènes...	0. 50
Ariftarque....	1. 12
Grimaldi.....	1. 37
2^d bord ☾....	1. 44 $\frac{1}{2}$

À 8^h 50', *en commençant par Menelaüs.*

Menelaüs....	0' 0"
Manilius.....	0. 7 $\frac{1}{2}$
Platon.......	0. 16 $\frac{1}{2}$
Ptolémée......	0. 27 $\frac{1}{2}$
Ératofthènes...	0. 37
Ariftarque....	0. 59 $\frac{1}{2}$
Grimaldi.....	1. 24 $\frac{1}{2}$
2^d bord ☾....	1. 32

Différences de déclinaifon par rapport au bord boréal de la Lune.

À 7^h 50'	Dionyfius......	23,70.
8. 26	Dionyfius.....	23,65.
8. 37	Cenforinus......	26,54.
8. 48	Menelaüs......	18,20.
8. 48	Manilius.......	18,27.
8. 55	Ératofthènes....	13,10.
9. 13	Ariftarque.....	9,83.
9. 20	Copernic.......	17,05.
9. 24	Tycho........	38,14.

9. 33. Diamètre de la Lune 47,81 fur une ligne inclinée de 10 degrés fur la verticale, ayant environ 37^d de hauteur.

Le 24 Octobre 1753, à $7^h\ 12'$ temps vrai, le diamètre de la Lune étoit de 47,26 sur une ligne inclinée de 15 degrés sur la verticale; mais à $9^h\ 35'$ il étoit de 47,91.

À $7^h\ 32'$, en commençant par Menelaüs.

Menelaüs....	0′	0″
Manilius.....	0.	8
Platon.......	0.	$20\frac{1}{2}$
Ératosthènes...	0.	$39\frac{1}{2}$
Tycho......	0.	$42\frac{1}{2}$
Aristarque....	1.	$3\frac{1}{2}$
Grimaldi.....	1.	$27\frac{1}{2}$
2d bord ☾...	1.	35

À $7^h\ 38'$

Ératosthènes..	0′	0″
Tycho......	0.	$2\frac{1}{2}$
Aristarque.....	0.	24
Grimaldi.....	0.	48
2d bord ☾....	0.	$55\frac{1}{2}$

À $8^h\ 10'$

Ératosthènes...	0′	0″
Aristarque....	0.	24
Grimaldi.....	0.	48
2d bord ☾....	0.	$55\frac{1}{2}$

À $8^h\ 17'$

Dionysius....	0′	0″
Manilius.....	0.	7
Ératosthènes..	0.	38
Bouillaud.....	0.	$55\frac{1}{2}$
Aristarque....	1.	2

À $8^h\ 21'$

Menelaüs.....	0′	0″
Dionysius....	0.	1
Manilius.....	0.	8
Ératosthènes...	0.	$39\frac{1}{2}$

À $8^h\ 26'$

Censorinus....	0′	0″
Menelaüs....	0.	$14\frac{1}{2}$
Dionysius....	0.	15
Manilius.....	0.	$22\frac{1}{2}$
Platon......	0.	35
Ératosthènes...	0.	$54\frac{1}{2}$
Bouillaud....	1.	$10\frac{1}{2}$
Aristarque....	1.	18

À $8^h\ 30'$

Censorinus....	0′	0″
Menelaüs.....	0.	$13\frac{1}{2}$
Dionysius.....	0.	14
Manilius......	0.	$21\frac{1}{2}$
Platon.......	0.	34
Ptolémée.....	0.	41
Ératosthènes...	0.	53
Bouillaud.....	1.	10
Aristarque....	1.	17
Grimaldi.....	1.	$41\frac{1}{2}$
2d bord ☾....	1.	49

À $8^h\ 54'$

Censorinus....	0′	0″
Dionysius.....	0.	15
Platon.......	0.	34
Ptolémée.....	0.	42
Ératosthènes..	0.	$53\frac{1}{2}$
Aristarque....	1.	17
Grimaldi.....	1.	42
2d bord ☾....	1.	50

À $9^h\ 0'$

Ptolémée.....	0′	0″
Ératosthènes..	0.	$11\frac{1}{2}$
Tycho.......	0.	14
Aristarque....	0.	$35\frac{1}{2}$
Grimaldi.....	1.	$1\frac{1}{2}$
2d bord ☾....	1.	$8\frac{1}{2}$

À $9^h\ 10'$

Bouillaud.....	0′	0″
Aristarque....	0.	$8\frac{1}{2}$
Grimaldi....	0.	$32\frac{1}{2}$
2d bord ☾....	0.	40

À $9^h\ 20'$

Ératosthènes...	0′	0″
Bouillaud.....	0.	$17\frac{1}{2}$
Grimaldi.....	0.	49
2d bord ☾....	0.	57

Différences de déclinaison apparente entre les taches & le bord boréal de la Lune.

À $7^h\ 38'$	Ératosthènes........	12,90.
8. 10	Ératosthènes.......	12,85.
8. 17	Dionysius.........	22,97.
8. 21	Dionysius.........	22,95.
8. 30	Dionysius, exact.....	22,84.
9. 0	Manilius..........	17,46.
9. 0	Menelaüs,........	17,46.
9. 30	Bouillaud.........	30,16.

Le 25 Octobre 1764, j'ai observé les taches que le décours de la Lune permettoit encore de voir.

À 10h 22' temps vrai.		À 10h 35'		À 10h 43'	
Dionysius....	0' 0"	Dionysius....	0' 0"	Ptolémée......	0' 0"
Menelaüs.....	0. 1	Menelaüs.....	0. 1	Ératosthènes...	0. 15
Manilius.....	0. 9	Manilius.....	0. $8\frac{1}{2}$	Tycho......	0. 17
Platon......	0. $25\frac{1}{2}$	Ptolémée.....	0. 28	Aristarque....	0. 40
Ptolémée.....	0. 27	Aristarque....	1. 8	Grimaldi.....	1. 3
Tycho......	0. $43\frac{1}{2}$	Grimaldi.....	1. 31	Bord suivant...	1. 11
Aristarque....	1. 8	2d bord ☾.....	1. 39		
Grimaldi.....	1. $30\frac{1}{2}$				
2d bord ☾.....	1. 39				

À 10h 25'		À 10h 38'		À 10h 54'	
Menelaüs....	0' 0"	Manilius.....	0' 0"	Aristarque....	0' 0"
Manilius.....	0. $7\frac{1}{2}$	Ptolémée.....	0. 19	Grimaldi.....	0. 23
Platon.......	0. 24	Tycho.......	0. 25	Bord suivant...	0. 31
Ptolémée.....	0. 26	Aristarque....	0. 0		
Ératosthènes...	0. $41\frac{1}{2}$	Grimaldi.....	0. 22		
Tycho.......	0. 43	Bord suivant...	0. 30		
Aristarque....	1. $6\frac{1}{2}$				
Grimaldi.....	1. $29\frac{1}{2}$				
2d bord ☾.....	1. $37\frac{1}{2}$				

Différences de declinaison par rapport au bord boréal.

À 10h 12'	Dionysius.........	22,08.
10. 25	Dionysius.........	22,01.
10. 25	Manilius..........	16,66.
10. 46	Manilius..........	16,62.
10. 48	Ératosthènes.......	13,17.
10. 54	Eratosthènes.......	13,13.
10. 7	Aristarque........	11,82.
11. 17	Diamètre de la Lune	48,65.

Parmi ces observations, j'en choisirai trois de la tache Manilius, les plus éloignées entre elles, & propres à donner le lieu du nœud & le double de la plus grande latitude, c'est-à-dire, l'inclinaison de l'équateur lunaire sur l'écliptique.

Voici la Table des quantités observées avec les élémens du calcul, par lequel je suis parvenu à déterminer les longitudes & les latitudes de la tache par chaque observation, suivant la méthode expliquée dans mon Astronomie.

TEMPS VRAI de chaque Observation	*15 Oct. 1763, à 6h 15'*	*le 20 Octobre, à 6h 30'*	*le 25 Octobre, à 10h 25'*
Différence de passage entre Manilius & l'un des bords de la Lune	1' 1"½	48"	1' 30"
Différence de déclinaison entre Manilius & le bord de la Lune, en parties du micromètre	26,86	27,40	16,66
La même diff. en minutes & secondes	16' 54"	17' 19"	10' 28"
Demi-diamètre apparent de la Lune	15. 10	14. 49	15. 16
Temps qu'il employoit à passer le fil horaire	1. 7,1	1. 1,0	1. 10½
Quantité dont Manilius étoit à l'occident du centre de la Lune	1. 16	3. 11	4. 7
Quantité dont elle étoit au nord	1. 44	2. 30	4. 48
Distance de Manilius au centre de la Lune	2. 8	4. 3	6. 20
La même distance en arc de la circonférence de la Lune	8d 8'	15d 51'	24. 28
Longitude vraie de la Lune	10f 14d 29'	0f 14d 28'	2f 16d 18'
Parallaxe de longitude	0. 0	16	30
Longitude apparente de Paris, vue de la Lune	4. 14. 29.	6. 14. 28	8. 16. 48
Latitude vraie de la Lune	4. 33 A	0. 0	4. 38
Parallaxe de la Lune en latitude au midi	0. 51	0. 49	36
Latitude apparente de la Lune	5. 24 A	0. 49 A	4. 2 B
Angle du cercle horaire vrai avec le cercle de latitude, ou angle de position	17. 23	22. 50	6. 52
Angle du cercle horaire apparent à l'orient du cercle horaire vrai	0. 51	1. 1	0. 35
Angle du cercle de latitude avec le cercle horaire apparent	18. 14	23. 51	7. 27
Angle du rayon mené à Manilius avec le cercle de latitude	17. 55	28. 0	33. 10
Latitude de Manilius par rapport à la Lune, en parties du rayon	2' 3"	3' 24"	5' 18"
En parties de la circonférence lunaire	7d 44'	13d 58'	20d 17'
Latitude de Manilius par rapport à l'écliptique	13. 8	14. 47	16. 15
Angle au pôle de l'écliptique entre Manilius & Paris	2. 34	7. 37	13. 39
Longitude de Manilius, déduite de l'observation	4f 17. 3	6f 22. 5	9f 0. 27
Nœud moyen de la Lune	0. 13. 38	0. 13. 22	0. 13. 6

Pour conclure de ces trois obſervations les nœuds & l'inclinaiſon de l'équateur lunaire, j'aurois pu me ſervir des méthodes directes que l'on trouvera dans mon Aſtronomie; mais la méthode indirecte & de fauſſe poſition m'a paru plus courte. J'ai donc ſuppoſé que l'inclinaiſon de l'équateur lunaire ſur l'écliptique, étoit de $1^d \frac{1}{2}$, comme M. Mayer l'avoit trouvé, & que les nœuds de l'équateur lunaire étoient d'accord avec ceux de l'orbite lunaire ſur l'écliptique. Dans cette ſuppoſition, j'ai calculé la latitude ſélénographique de Manilius par l'obſervation du 15 Octobre & par celle du 25 Octobre; n'ayant pas trouvé le même réſultat par les deux obſervations, j'ai fait varier l'inclinaiſon, & j'ai trouvé qu'il falloit la ſuppoſer de $1^d 43'$ pour trouver une même latitude de Manilius de $14^d 35'$. L'inclinaiſon étant ainſi trouvée par ces deux obſervations, dont l'une étoit à $56^d 35'$, & l'autre à $77^d 21'$ du nœud, je me ſuis ſervi de cette inclinaiſon pour calculer la même latitude de Manilius par l'obſervation du 20 Octobre où Manilius n'étoit qu'à $8^d 43'$ du nœud de l'orbite, & j'ai trouvé $14^d 31'$ ſeulement; ayant fait varier le lieu du nœud de l'équateur, j'ai trouvé qu'en le ſuppoſant plus avancé de deux degrés que le nœud de l'orbite, on avoit également $14^d 35'$ pour la latitude de Manilius: ainſi le réſultat de ces trois obſervations, eſt que l'inclinaiſon de l'équateur lunaire ſur l'écliptique, eſt de $1^d 43'$, au lieu de $1^d 29'$ que M. Mayer avoit trouvé; la latitude ſélénographique de Manilius, $14^d 35'$, au lieu de $14^d 34'$ que M. Mayer avoit donné, & le lieu du nœud deſcendant de l'équateur lunaire, plus avancé de 2^d que le nœud aſcendant moyen de l'orbite de la Lune.

Concluſion.

Je dois avertir que ſi l'on ſuppoſe 3" d'erreur ſur la différence de déclinaiſon obſervée, & une demi-ſeconde de temps ſur la différence d'aſcenſion droite, dans l'obſervation du 20 Octobre, on aura 9 à 10 degrés de différence pour le lieu du nœud; ainſi il n'eſt pas étonnant que M. Mayer, avec un inſtrument qui n'étoit pas d'une bien grande préciſion, ait trouvé quelquefois $17^d \frac{1}{2}$ de plus (*Aſtronomie, page 1243*). Pour moi, en ne trouvant qu'une différence de deux degrés, laquelle

est absolument insensible dans ces sortes d'observations, je demeure convaincu de plus en plus, que le mouvement des nœuds de l'équateur lunaire, est égal à celui des nœuds de l'orbite lunaire, dont la révolution, par rapport aux étoiles fixes, se fait, contre l'ordre des signes, dans l'espace de 6803j 2h 55′ 18″,4, & par rapport aux équinoxes, dans l'espace de 6798j 4h 52′ 52″,3. Je conviens qu'il est difficile de concevoir que deux mouvemens indépendans l'un de l'autre, se trouvent être d'une si parfaite égalité, mais l'observation ne permet pas de contester le fait, & il est possible, ce me semble, d'en donner l'explication *.

* Depuis la lecture de ce Mémoire, l'Académie a couronné la Pièce de M. de la Grange, dans laquelle cette égalité est expliquée: j'en ai donné une notice dans mon Astronomie, *page 1232*.



MÉMOIRE
SUR LES
DIFFÉRENCES DE LA SITUATION
DU GRAND TROU OCCIPITAL
DANS L'HOMME ET DANS LES ANIMAUX.

Par M. DAUBENTON.

1.er Septemb. 1764.

LE grand Trou occipital en donnant une iſſue à la ſubſtance médullaire pour paſſer dans la colonne vertébrale, fixe le lieu de l'articulation de la tête avec le cou; c'eſt ſur les bords de cette ouverture que ſont placés les deux points par leſquels la partie oſſeuſe de la tête touche à la première vertèbre du cou & ſur leſquels ſe font tous les mouvemens de la tête. Le grand trou occipital de l'homme diffère beaucoup de celui des animaux, par ſa ſituation; il y a auſſi de grandes différences par rapport à cette ſituation dans les diverſes eſpèces d'animaux; ces différences tiennent principalement à celles qui ſe trouvent dans l'attitude du corps & dans la forme de la tête.

L'homme ayant le corps & le cou dirigés verticalement, ſa tête doit être placée en équilibre ſur la colonne vertébrale, pour rendre tous ſes mouvemens plus faciles & pour la maintenir ſur la colonne oſſeuſe qui eſt le point d'appui que lui donne l'attitude naturelle du corps humain; auſſi le grand trou occipital *(A, fig. 1)* de l'homme eſt placé à peu près au centre de la baſe du crâne; ce trou n'eſt guère plus éloigné de l'extrémité *(B C)* des mâchoires que du fond *(D)* de l'occiput: la tête eſt ſi bien placée pour ſon équilibre, que ſi l'on prolongeoit la ligne verticale que ſuivent le corps & le cou, elle paſſeroit par le ſommet de la tête.

Le grand trou occipital de l'homme diffère auſſi beaucoup de celui des animaux par la direction de ſon plan; je ſuppoſe que

que le plan de cette ouverture passe sur son bord postérieur & sur les facettes des apophyses condyloïdes, & qu'il soit prolongé en avant, il traversera la face de l'homme & il aboutira au-dessous des orbites *(E)* des yeux. Il suit une ligne *(FG)* presque horizontale qui coupe à peu près à angles droits la ligne verticale du corps & du cou, lorsque l'homme tient sa tête droite sans l'incliner en avant, ni la renverser en arrière.

Dans cette attitude, le visage est sur une ligne verticale presque parallèle à celle du corps & du cou, par conséquent les mâchoires ne s'étendent guère plus en avant que le front; elles sont fort courtes en comparaison de celles de la plupart des animaux, car la longueur de la mâchoire du dessous, mesurée dans l'homme depuis le menton *(H)* jusqu'au bord postérieur *(I)* de l'apophyse condyloïde, ne fait que la moitié de la longueur de la tête entière prise depuis le menton *(H)* jusqu'à l'occiput *(D)*, & à peu près la neuvième partie de la hauteur du corps depuis l'anus jusqu'au sommet de la tête, ou la dix-huitième partie de la longueur du corps entier, depuis le sommet de la tête jusqu'aux talons; mais cette dernière dimension ne peut guère avoir lieu dans la comparaison des animaux avec l'homme, parce qu'il n'y a aucun animal dont les jambes de derrière aient, comme celles de l'homme, autant de longueur que le corps, le cou & la tête pris ensemble & mesurés depuis le sommet de la tête jusqu'au pubis.

Les principales pièces de la charpente du corps humain sont à peu près les mêmes que celles du corps des animaux; mais il y a autant de différence dans l'assemblage & dans la forme des os, que dans l'attitude des quadrupèdes, comparées à celle de l'homme. Supposons qu'un homme prenne l'attitude naturelle aux quadrupèdes, & qu'il veuille marcher à l'aide de ses mains & de ses pieds, il sera dans un état contre nature; les mouvemens des bras, des jambes, des mains, des pieds & de la tête seront très-pénibles, & malgré tous ses efforts il ne pourra parvenir à avoir une démarche constante & une allure soutenue. Les principaux obstacles qu'il éprouvera viendront de la confor-

mation des os du bassin, des mains, des pieds & de la tête. Je m'écarterois de mon sujet si je faisois entrer dans ce Mémoire les observations que j'ai faites sur les différences qui se trouvent entre l'homme & les animaux dans la conformation du bassin, des pieds & des mains, relativement aux attitudes du corps & à ses mouvemens; je ne me suis proposé que de rapporter ici ce que j'ai observé sur les différences de la situation du grand trou occipital dans l'homme & dans les animaux.

Plus le cerveau a de volume en comparaison de la grandeur du corps entier, plus l'occiput a de convexité & de saillie; plus le grand trou occipital est éloigné du fond de l'occiput, plus le plan de cette ouverture approche de la direction horizontale; c'est pourquoi le grand trou occipital de l'homme n'est guère plus éloigné de l'extrémité des mâchoires que du fond de l'occiput; c'est aussi pourquoi son plan est presque horizontal, comme je l'ai déjà fait remarquer. Cette situation du grand trou occipital qui met la tête de l'homme dans une sorte d'équilibre sur le cou, & son visage en avant lorsqu'il est debout dans son attitude naturelle, l'empêche, lorsqu'il est dans l'attitude des quadrupèdes de relever sa tête assez haut pour présenter le visage en avant & pour voir devant lui, parce que le mouvement de la tête est arrêté par la saillie de l'occiput qui approche de trop près les vertèbres du cou.

Dans la plupart des animaux, le grand trou occipital est placé à la partie postérieure de la tête; les mâchoires sont fort alongées; l'occiput n'a aucune saillie au-delà de cette ouverture dont le plan est dirigé en ligne verticale ou un peu inclinée en avant ou en arrière; de sorte que la tête tient au cou par sa partie postérieure au lieu d'être articulée par le milieu de sa base avec la première vertèbre du cou comme dans l'homme, & placée en équilibre comme sur un pivot; elle est pendante en avant & attachée au col par l'extrémité postérieure de sa base; cette position de la tête donne aux quadrupèdes la facilité de présenter leur museau en avant & de l'élever pour atteindre au-dessus d'eux, quoique leur corps soit dirigé horizontalement, & de

toucher la terre avec le bout des mâchoires lorsqu'ils abaissent le cou & la tête jusqu'à leurs pieds, ce qui est impossible à l'homme; car s'il se mettoit dans l'attitude des quadrupèdes, & s'il tentoit d'abaisser sa tête jusqu'à terre, il ne pourroit la toucher qu'avec le front ou le sommet de la tête, parce que le grand trou occipital est placé au centre de la base du crâne & non pas à la partie postérieure de cette base comme dans la plupart des animaux: dans plusieurs espèces de ces animaux, il y a entre le grand trou occipital & le fond de l'occiput, une distance plus ou moins grande, mais dans aucun animal il ne se trouve un intervalle aussi long que dans l'homme; moins cet intervalle est étendu, moins le plan du grand trou occipital est incliné.

De tous les animaux, les singes sont ceux qui diffèrent le moins de l'homme; & parmi les singes, ceux qui n'ont point de queue & qui sont les singes proprement dits, ont plus de ressemblance avec l'homme que les autres singes; mais par rapport à la situation du grand trou occipital & à l'inclinaison de son plan, il y a des singes à queue qui ne sont pas plus différens de l'homme que les singes proprement dits; ainsi dans la comparaison que je vais faire des animaux à l'homme, relativement à la situation du grand trou occipital, je pourrois prendre pour exemple un singe à queue, tel que le *sapajou jaune*, ainsi nommé par M. Brisson, *Reg. anim, pag. 197*, comme le singe d'Angole qui est appelé *ourang-outang* par les Indiens, & qui est un singe proprement dit, je préfère celui-ci parce qu'il est le plus ressemblant à l'homme; cependant le grand trou occipital *(A, fig. 2)* de ce singe est plus de deux fois aussi éloigné de l'extrémité *(BC)* des mâchoires que du fond *(D)* de l'occiput, tandis que dans l'homme il est à peu près à égale distance de ces deux termes: le plan de l'ouverture du grand trou occipital est fort incliné en bas, il passe au-dessous de la mâchoire inférieure, comme on peut le voir par la direction de la ligne ponctuée *FG;* tandis que dans l'homme, ce plan aboutit au-dessous des orbites, comme la ligne ponctuée *FG*,

fig. 1 le représente : en traçant une autre ligne *KL*, *fig. 1, 2, 3 & 4*, qui passe sur le milieu de la partie postérieure du bord du grand trou occipital *(A)* & sur la partie inférieure du bord de l'orbite *(E)*, on pourra déterminer la différence qui est entre le singe d'Angole & l'homme pour la direction du plan du grand trou occipital ; il n'y aura qu'à comparer l'angle *GAL*, *fig. 2* à l'angle *GAL*, *fig. 1*, on verra que le premier de ces angles n'est que de 3 degrés, & que le second est de 37 ; par conséquent le plan du grand trou occipital du singe d'Angole est incliné de 34 degrés en supposant que ce plan soit horizontal dans l'homme : les mâchoires du singe d'Angole sont à proportion beaucoup plus longues que dans l'homme, car la mâchoire inférieure *(CI, fig. 1)* a près d'un quart de la longueur du corps, du cou & de la tête, pris ensemble depuis le sommet de la tête jusqu'à l'anus, tandis que dans l'homme, la mâchoire inférieure n'a qu'une septième partie de cette longueur.

La situation du grand trou occipital & la direction de son plan sont à peu près les mêmes dans tous les singes ; mais ceux qui ont le grand trou occipital placé le plus près du fond de l'occiput & le plan de cette ouverture le plus incliné, diffèrent encore beaucoup, à cet égard, des Makis, quoique ceux-ci aient l'occiput *(D, fig. 3)* plus saillant que dans la plupart des autres animaux, à l'exception des singes. Cependant l'occiput des makis a bien peu de saillie, le grand trou occipital *(A)* se trouve reculé presque jusqu'au-dessous du fond *(D)* de l'occiput, le plan *(FG)* du grand trou occipital est plus incliné que dans le singe d'Angole, car l'angle *GAL* est de 47 degrés, ainsi il y a 10 degrés de plus que dans le singe d'Angole, & 44 de plus que dans l'homme : la mâchoire inférieure *(CI)* est à proportion beaucoup moins longue que celle du singe d'Angole, car elle n'a qu'une septième partie de la longueur du corps, prise depuis le sommet de la tête jusqu'à l'anus ; mais la mâchoire inférieure du maki est plus longue que celle de l'homme qui n'a que la neuvième partie de la longueur du corps.

Dans la plupart des animaux quadrupèdes, l'occiput a encore moins de saillie que dans le maki, & le plan du grand trou occipital est plus incliné; on en peut voir un exemple dans le chien; l'angle *G A L* est plus ouvert dans la *figure 4* qui représente la tête d'un chien, que dans la *figure 3* qui est celle de la tête d'un maki: cette inclinaison est encore plus forte dans quelques animaux, par exemple, dans le cheval; car l'angle formé par ces deux lignes, est à peu près un angle droit de 90 degrés: le grand trou occipital est placé au-delà du fond de l'occiput, & la saillie des bords de cette ouverture est encore plus forte qu'elle ne le paroît; car les arêtes osseuses qui prolongent l'occiput en arrière, ne font pas partie de la capacité intérieure de l'occiput; par conséquent elles ne doivent pas être regardées comme son fond, elles servent d'attache aux muscles de la tête, & de parois à la cavité du crâne.

Le grand trou occipital est placé à la partie postérieure du crâne dans les quadrupèdes ovipares, tels que les tortues, les grenouilles, les crapaus, les crocodiles, les caméléons, les salamandres, &c. comme dans la plupart des quadrupèdes vivipares; cette situation est la même dans les cétacées, dans les poissons, les reptiles, &c. quoique l'articulation de la tête avec la première vertèbre du cou soit diversement conformée dans ces animaux; mais comme ils ont tous le corps & le cou en direction horizontale, comme les quadrupèdes vivipares, ils ont ainsi la tête articulée avec le cou par la partie postérieure du crâne; cette articulation est placée dans la même partie du crâne des oiseaux, quoiqu'ils se soutiennent & qu'ils marchent sur deux pieds seulement comme les hommes; mais il faut faire attention que leur attitude ne diffère pas beaucoup de celle des quadrupèdes, par la direction du corps & du cou; ils abaissent souvent le cou & la tête pour chercher leurs alimens sur la terre, par conséquent l'articulation de la tête avec le cou, par la partie postérieure du crâne, facilite les mouvemens de la tête dans les oiseaux, comme dans les autres animaux: d'ailleurs, les ailes & les pattes d'un oiseau qui vole, ont beaucoup de

rapport par leur mouvement & par leur effet aux quatre pieds de quelques quadrupèdes, tels que le veau de mer ou la vache marine, lorsqu'ils nagent.

On peut conclure de ces Observations; 1.° que parmi les animaux quadrupèdes vivipares, ceux dont l'attitude & l'allure naturelles sont de se soutenir & de marcher à l'aide de quatre pieds, ont la tête articulée avec le cou par la partie postérieure du crâne; 2.° que cette articulation est au milieu de la base du crâne de l'homme, parce que son corps a une direction verticale, & qu'il est porté sur deux pieds seulement; 3.° que les animaux dont l'articulation de la tête avec le *cou est placée* entre la partie moyenne & la partie postérieure de la base du crâne, sont disposés par leur conformation à prendre l'attitude & l'allure des autres animaux & celles de l'homme.

Si les Observations dont il s'agit étoient susceptibles de précision, on pourroit peut-être reconnoître par les différens degrés de la position du grand trou occipital, entre la partie moyenne & la partie postérieure de la base du crâne, les animaux qui auroient plus ou moins de disposition à prendre l'attitude & l'allure des autres quadrupèdes ou de l'homme; mais il est très-difficile de fixer les différens degrés de cette position dans les diverses espèces d'animaux, parce que la *conformation du corps* varie dans la même espèce sur différens individus, & dans le même individu à différens âges : l'occiput a plus ou moins de convexité & de saillie dans l'homme & dans les animaux, les apophyses condyloïdes de l'os occipital s'alongent jusqu'à un certain âge, & par conséquent le plan du grand trou occipital change d'inclinaison: en comparant les extrêmes de l'espèce des hommes & de celle de certains singes, on trouveroit moins de différence dans la situation du grand trou occipital, que je n'en ai marqué dans les *figures 1 & 2*, où j'ai comparé la tête d'un singe d'Angole qui étoit mort fort jeune, avec celle d'un jeune homme; si je l'avois comparée avec celle d'un vieillard, la différence auroit été moindre, parce que les apophyses condyloïdes auroient été plus grandes.

A conditions à peu près égales dans les termes de la comparaison, il m'a paru que l'inclinaison du plan du grand trou occipital varie à peu près de 90 degrés entre l'homme & les quadrupèdes qui ont les bords de cette ouverture saillans au-delà de l'occiput; il m'a paru aussi qu'il y a environ 34 degrés de différence entre l'homme & le singe d'Angole, par rapport à cette inclinaison; ainsi de 90 degrés de différence qui se trouvent dans la direction du plan du grand trou occipital, considéré dans l'homme & dans les animaux qui diffèrent le plus de l'homme à cet égard, il y a entre l'homme & les animaux qui en diffèrent le moins, environ un tiers de cette différence de 90 degrés, tandis que les deux autres tiers sont répartis entre diverses espèces de quadrupèdes.





MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

MÉMOIRE
SUR LA MANIÈRE DE CRISTALLISER L'ALKALI FIXE DE TARTRE.

Par M. MONTET.

TOUS les Chimistes ont cru jusqu'à présent que l'alkali fixe du tartre ne pouvoit pas se cristalliser: je l'ai cru moi-même pendant long-temps; mais dans le Cours public de Chimie que je fis, conjointement avec M. Vénel, au commencement de 1761, ayant fait une grande quantité d'alkali fixe de tartre, j'observai qu'il se cristallisoit parfaitement. J'ai découvert depuis que cet alkali rentroit dans la classe des sels cristallisables: ce fut le 18 Mars 1762, que je fis voir à la Compagnie de gros cristaux de ce sel; je donnai ensuite le procédé de cette opération, le 15 Juillet suivant. Je crois être le premier qui aie fait cette découverte; je ne connois aucun Chimiste qui en ait parlé, & les Auteurs françois les plus

plus modernes, qui aient écrit sur la Chimie, disent que l'alkali végétal ne cristallise point: je puis citer, par exemple, M.rs Macquer *(a)*, Beaumé *(b)* & Machy *(c)*.

Je ferai remarquer que je cristallise par le même procédé, non-seulement l'alkali fixe retiré du nitre; mais encore celui de toutes les matières végétales qui donne par l'incinération, de l'alkali végétal pur, sans aucun mélange de sels neutres, & qui a perdu par la calcination la partie charbonneuse ou phlogistique dont ces derniers alkalis sont presque toujours *barbouillés*. Je regarde avec les Chimistes tous ces alkalis, retirés du nitre & des plantes qui donnent par la combustion de l'alkali végétal pur, comme parfaitement identiques avec l'alkali fixe du tartre.

Cette opération dépend d'un tour de main assez facile à exécuter par un artiste expérimenté; elle m'a toujours mieux réussi en grand, j'ai remarqué qu'on obtenoit pour lors de plus gros cristaux. Ce que je viens de dire rentre dans la classe des phénomènes de la cristallisation: le plus grand nombre des sels donne communément de gros cristaux, dès qu'on procède en grand, quoiqu'on puisse faire cristalliser en petit fort aisément celui dont j'ai à parler.

Voici en raccourci la manière dont on fait cette cristallisation; on fait brûler le tartre crud à la manière accoutumée, ce procédé est dans tous les livres de Chimie, on observe qu'il soit bien brûlé & calciné, afin qu'il n'y reste aucune partie charbonneuse ou phlogistique. Après cette première opération, on lessive avec une suffisante quantité d'eau de pluie, ce tartre brûlé (il est indifférent pour le succès de la cristallisation, que cette lessive se fasse avec de l'eau froide ou de l'eau tiède); on filtre cette dissolution à travers le papier gris, & on met cette liqueur dans un grand vaisseau de terre bien évasé: celui dont je me sers a un pied de diamètre d'ouverture, & sa profondeur n'a guère plus de quatre ou cinq pouces; on place ce vaisseau dans un fourneau ordinaire, de façon qu'il s'y emboîte bien,

(a) Dictionnaire de Chimie, *vol. I, pages 73 & 89.*
(b) Manuel chimique, *page 128.*
(c) Instituts de Chimie, *tome I, page 226.*

& qu'il n'y ait que les rebords du vaisseau qui sortent du fourneau; on fait allumer du charbon, & on y fait un feu modéré (tout ceci se fait à feu nu), de façon que la liqueur n'éprouve pas l'ébullition; dès que la dissolution saline a été rapprochée, par l'évaporation, au point de former à la surface une forte pellicule qui ressemble à une espèce de gelée, il faut cesser le feu, ne tenir dans le fourneau que deux ou trois charbons allumés, ensévelis sous les cendres chaudes, & bien boucher tous les registres. On laissera ensuite refroidir à ce degré de feu la liqueur saline rapprochée, comme je viens de le dire, sur ce fourneau, & on peut être assuré qu'à mesure que le refroidissement se fera lentement & par degrés, il se formera de gros cristaux très-réguliers; on les trouve principalement comme suspendus sous la forte pellicule qui leur sert, pour ainsi dire, de couverture; il s'en forme aussi aux côtés du vaisseau.

Cette opération m'a toujours bien réussi, l'ayant répétée fort souvent & toujours en grand; j'ai eu chaque fois depuis deux jusqu'à quatre livres de cet alkali bien cristallisé. Je ferai remarquer que j'ai exécuté ce procédé dans un petit salon voûté, attenant à mon laboratoire, où il y a une espèce d'étuve; & dans lequel, quand les portes sont fermées, on sent une légère chaleur. Je rapporte cette circonstance pour l'exactitude des faits (car on peut réussir à faire cette cristallisation dans tout autre lieu); je plaçois dans cet endroit mon fourneau, & je faisois en sorte que quand ma liqueur saline étoit rapprochée au point marqué, elle se refroidit lentement dans ce lieu, que je fermois pendant la nuit. L'air environnant tenant peu d'eau en dissolution, & cette eau étant chassée par la chaleur du fourneau & de l'étuve, elle n'étoit pas attirée par l'alkali fixe, quoique ce sel fût de l'ordre des sels des plus déliquescens, & qu'il offrît beaucoup de surfaces à l'air: cette cristallisation m'a toujours réussi parfaitement quand je l'ai faite dans cet endroit.

Je ferai observer que le temps le plus favorable pour la faire avec succès, est le temps sec & quand le vent du nord souffle, par la raison qu'on évite en partie le contact de l'air humide dont ce sel est fort avide.

L'alkali fixe du tartre se cristallise en aiguilles à six faces, terminées en pointe, & assemblées en faisceaux qui forment les gros cristaux; d'autres cristallisent en colonnes hexagones & solides: Je le répète, on n'obtient ces gros cristaux qu'en procédant en grand, comme je le pratique, c'est-à-dire que l'épaisseur de cette cristallisation (dans le vaisseau dont j'ai donné la description) doit être, sous la forte pellicule, de deux ou trois pouces dans toute son étendue.

Pour conserver l'alkali fixe bien cristallisé, il faut le tenir dans un flacon bien bouché, & tenir ce flacon, en été, à la cave ou dans un endroit frais, & en hiver dans un lieu sec.

Si l'on exposoit ce sel dans un endroit chaud, les cristaux se fondroient entièrement; mais ils reprendroient leur même forme en réitérant la même opération que j'ai décrite.

M. Vénel ayant répété à Pézenas mon procédé, & ayant fait évaporer la dissolution d'alkali fixe dans de petits évaporatoires de verre, qui avoient 3 pouces & demi d'ouverture, & environ 3 pouces de profondeur, il a eu de très-beaux cristaux attachés aux parois du verre, mais beaucoup plus petits que ceux que j'obtiens dans le vaisseau dont j'ai donné la description.





